

21 世纪

数学教育探索丛书

回顾
与展望

课改背景下的 数学教育研究



上海教育出版社
SHANGHAI EDUCATIONAL
PUBLISHING HOUSE

郑毓信 著

21 世纪 数学教育探索丛书

丛书主编 顾冷沅

副主编 郑毓信

戴再平

回顾
与展望

课改背景下的 数学教育研究

郑毓信 著



上海教育出版社
SHANGHAI EDUCATIONAL
PUBLISHING HOUSE

本书在版编目(CIP)数据
课改背景下的数学教育研究:回顾与展望 / 郑毓信著. —上海:
上海教育出版社, 2012.6

ISBN 978-7-5444-4119-3
I. ①课... II. ①郑... III. ①数学课—教学研究—中小学—文集
IV. ①G633.602-53

图书在版编目(CIP)数据

课改背景下的数学教育研究:回顾与展望 / 郑毓信著. —上海:

上海教育出版社, 2012.6

ISBN 978-7-5444-4119-3

I. ①课... II. ①郑... III. ①数学课—教学研究—中小学—文
集 IV. ①G633.602-53

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第126915号

课改背景下的数学教育研究

——回顾与展望

郑毓信 著

出版发行 上海世纪出版股份有限公司
上海教育出版社
易文网 www.ewen.cc
地 址 上海永福路 123 号
邮 编 200031
经 销 各地新华书店
印 刷 上海景条印刷有限公司
开 本 890×1240 1/32 印张 11 插页 4
版 次 2012 年 8 月第 1 版
印 次 2012 年 8 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5444-4119-3/G·3214
定 价 28.00 元

(如发现质量问题,读者可向工厂调换)

21 世纪数学教育探索丛书

主 编 的 话

长期以来,学校数学教育的实际研究几乎完全集中在固有数学知识的传授上.为了成为一名合格的数学教师,首先必须懂数学,如有可能的话,还必须知道用什么方法将这些知识介绍给学生,教师们由此积累数学教学实践经验.现在,人们已渐渐超越了这种简单化的方法,因为数学教育可以提出许多需要回答的理论问题.如果一个数学教师打算使学生更好地学习这门课程,并在教育总构架下发挥充分而适当的作用,那么他就必须回答诸如为什么教、教什么、教谁、怎样教以及效果如何等问题,这样,学科教育的一般理论研究便受到普遍关注.到了世纪之交,探讨数学教育理论问题的著作日见其丰,数学教学经验的总结也以惊人的速度在增加,但人们终于发现,在理论与实践结合的中介环节上却相对薄弱,囿于经验的描述与紧迫的时代需求不相吻合,追求理想的假设与常态的学校生活差距太大.于是如下的国际背景凸现在我们面前:各路人马纷纷走出误区,一线的教师开阔理性视野、提升教学能力与水平成为趋势,理论工作者走进学校课堂寻找解决教学问题的大策略成为时尚,学校数学教育在如此强劲的两极张力中作为重要角色被推上了历史舞台.在此转折时期,从国际、国内不同的角度和多元的表达方式来介绍、探讨 21 世纪数学教育的理论与实践问题,观察、思考我国的数学教育,便自然而然地成为编撰这套丛书的宗旨和要义.

事实上,在如上所述的观察、介绍、借鉴乃至思考中,我们必将发现我国今天所发生的许多数学教育的进展甚至问题,都已与国际社会在

数学教育方面所发生的变化有着无法分割的紧密联系:世界正在密切注视这个教育人口最多的国家,我国数学教育的变革和发展已与国际数学教育的发展息息相关.正是在这个意义上,我国数学教育探索已超出了地域时空的限制,其意义已经具有国际特征.正如全球的数学教育必然包括中国的数学教育,并作为其发展的组成部分,我们也应把我国数学教育的研究与发展置于世界数学教育的视野之中.简单化的优劣之辨的做法在这里已不能揭示我国数学教育所包含的全部内涵与价值,而构筑一个相互吸收、富有本民族特色的新地带,也许才是辩证法指引的必由之路.由此而论,我国数学教育的探索需要扩大其研究领域,突破以往的研究方式,不再是东方和西方、传统和现代、理论和实际的六方对峙,而是融入国际意识的跨文化、大系统、重现场(现实复杂性)的研究观念和方法.在此我们应不惜痛下功夫,扫除那种热衷于空谈、浮游于形式的不良习惯,树立实事求是、返璞归真的好风气,使探索的内涵与价值得以真正的升华和张扬.

顾冷流

前 言

这是笔者 2001 年以来在上海教育出版社出版的第三本著作。先前的两本分别是 2001 年出版的《数学教育：从理论到实践》与 2005 年出版的《数学教育：动态与省思》；如果将 1998 年出版的《认知科学、建构主义与数学教育》（与香港大学梁贯成先生合作，2002 年再版）也考虑在内，这就是同一系列中的第四本书了。

正如本书书名《课改背景下的数学教育研究》所清楚表明的，2001 年正式启动的新一轮数学课程改革可以被看成为本书所包含的各项工作的直接背景。特别是，如果说《数学教育：动态与省思》主要反映了笔者在 2005 年以前的工作，那么本书就集中于笔者在 2005 年以后的工作——两者在一起则可被看成为笔者在过去 10 年中所从事的各项工作提供了较为完整的一个写照。与先前的研究工作相比较，以下是笔者在这些年中所经历的一些主要变化：第一，如果说笔者先前在数学教育领域中的工作可以被归结为从理论角度对国际上数学教育的最新发展作出分析与概括，并希望能由此促进国内数学教育的进一步发展，那么在过去 10 年中自己就将注意力更多地集中到了国内的数学课程改革，以下更是笔者在这方面的一个自觉定位，即是希望能从学术角度对课程改革的健康发展作出应有的贡献，包括深入的理论与必要的批判。第二，如果说在先前自己所注意的主要是中学数学教育，那么在这一时期中就对小学数学给予了更多关注。当然，新的工作与原先的工作也有一定的连续性。例如，较强的理论与针对性始终可以被看成笔者研究工作的一个主要特点。另外，我们显然也可从同一角度去理解笔者在 2002 年所提出的关于数学教育

研究工作的这样一个建议：“放眼世界，立足本土；注重理念，聚焦改革。”

后者事实上也就是笔者在这一著作中何以将相关内容分别归于“聚焦课程改革”（第二部分）、“小学数学教育面面观”（第三部分）与“数学教育理论研究”（第四部分）这样三个部分的主要原因。当然，又如“回顾与展望”这一副标题所已表明的，本书不仅是对于我国数学教育在过去几年的实际历程，特别是课程改革的一个回顾与总结，也表明了笔者对于我国数学教育未来发展的思考与展望。正是基于这样的立场，笔者在本书的开始部分又专门加上了“关于中国数学教育未来发展的若干思考”这样一个部分，希望能对促进我国数学教育的深入发展发挥更为直接的作用。当然，对于上述的这两个方面，我们又不应看成互不相干的；恰恰相反，已有的工作即可被看成为新的思考提供了必要基础。另外，也只有从中国数学教育的未来发展这一角度去进行思考，我们才能更好理解已有工作的意义与作用。更为具体地说，这也正是笔者何以将“关于中国数学教育未来发展的若干思考”列成第一部分的主要原因，即是希望能够起到提纲挈领的作用，也即有益于读者更好地理解与把握其余三个部分的内容，特别是这些工作对于数学教育的未来发展究竟具有哪些积极作用或启示意义。

鉴于减小篇幅的考虑，对先前已发表过的一些文章笔者作了少量删减，主要是删去了一些重复的论述，从而在总体上仍然可以被看成如实地保留了研究工作的本来面貌，希望读者也能用历史的目光对此作出评价。当然，这又是笔者的一个更大愿望，即是希望这些文章即使在今天仍然可以发挥一定的积极作用，特别是能够促进读者更为深入地去思考问题。

最后，笔者并愿借此机会向上海教育出版社的各位朋友，以及丛书主编顾泠沅先生表示真挚的谢意，感谢他们在这些年中所一直给予的巨大支持。客观地讲，如果没有他们与出版系统中其他各位朋友的支持，自己是很难做到“坚持独立思考，讲实话、真话”这样一点的，更不可

前 言

能对我国数学教育事业的健康发展起到哪怕是最微薄的一点作用.
但愿这一传统在未来的岁月中也能得到延续.

郑毓信

2012 年 3 月于南京大学

目 录

第一部分 关于中国数学教育未来发展的若干思考

- 1.1 国际视野下的中国数学教育 3
- 1.2 中国数学教育的当务之急、重要生长点与更高追求 21

第二部分 聚焦课程改革

- 2.1 关于数学课程改革的若干深层次思考 59
- 2.2 从课程改革看数学教育理论研究 77
- 2.3 考试高压下的中国数学教育:现状与对策 87
- 2.4 数学教学的有效性 with 开放性 94
- 2.5 展望“后课标时代” 101
- 2.6 立足专业成长,关注基本问题 117
- 2.7 数学教育的误区与盲点 127
- 2.8 我们应当如何发展自己的传统与教学经验 141
- 2.9 教学模式研究的必要深化 154

第三部分 小学数学教育面面观

- 3.1 关于小学数学教材建设的若干想法 167
- 3.2 由“工厂要建造污水处理系统吗”谈开去 176
- 3.3 理论视角下的小学数学教学 181
- 3.4 “植树问题”教学之我见 189
- 3.5 “找次品问题”与数学思维 196
- 3.6 学生无限观的形成与发展 206

3.7 算术与代数的区别与联系	217
3.8 关于“尝试教学”的几点想法	225

第四部分 数学教育理论研究

4.1 学习共同体与课堂中的权力关系	235
4.2 数学的文化价值何在、何为	249
4.3 数学教师的三项基本功	257
4.4 语言视角下的数学教学	287
4.5 “多元表征理论”与概念教学	300
4.6 教师“实践性智慧”的内涵与发展途径	314
4.7 聚焦“课堂文化”与“中观文化”	327
4.8 HPM 与数学教学中的“再创造”	335

第一部分

关于中国数学教育 未来发展的若干思考

这一部分包括笔者新近完成的两篇论文,主要是以数学教育的国际进展,以及过去 10 年的课改实践为背景,对如何促进我国数学教育事业的深入发展,包括教师的专业成长进行了具体分析.

1.1 国际视野下的中国数学教育(2012)^[1]

提要 以数学教育的国际进展为背景进行思考,可以引出关于我国数学教育未来发展的这样几条建议:认真的总结与反思是新一轮数学课程改革深入发展的关键;只有加强理论学习,我们才能更好地了解学生的数学学习活动,我们应明确倡导“反思性实践”这样一种关于教师工作的新定位.

本节以数学教育的国际进展为背景,对如何促进我国数学教育的深入发展进行了分析思考,主要聚焦于这样几个问题:新一轮数学课程改革的深入发展;学生数学学习活动研究的深入;走进“教师的时代”.

一、“问题解决”、建构主义与新一轮数学课程改革

由于新一轮数学课程改革是我国数学教育界在当前的最大现实,本文就将首先论及如何促进数学课程改革的深入发展;另外,笔者之所以将这一论题同“问题解决”与建构主义联系起来,则是因为后者可以被看成为这一改革运动提供了重要的理论思想,而且也因为由“问题解决”与建构主义的发展历程我们即可获得关于如何促进数学课程改革深入发展的重要启示.

以下就从建构主义开始我们的讨论.

1. 如众所知,20世纪80年代后期至90年代前期是建构主义在数学教育、乃至一般教育领域中的鼎盛时期——在当时,几乎所有的数学教育工作者(至少就英美等西方国家而言)都明确声称自己是一个建构主义者.然而,这种情况从20世纪90年代中期发生了很大变化:“建构主义对数学教育的影响很不幸地在逐渐消退”;甚至可以说已经逐步淡

[1] 这里所标注的年份是指相关文章的完成日期(或发表日期).下同.

出了人们的视线。(康弗里等,“关于数学教育心理学对数学教育中建构主义 30 年发展的反思”,载古铁雷斯、伯拉主编,《数学教育心理学研究手册:过去、现在与未来》,广西师范大学出版社,2009,第 371 页)

就中国而言,我们也可清楚地看到建构主义的影响,特别是,这更可被看成新一轮数学课程改革的一个直接结果,即极大地促进了建构主义在一线教师中的传播。然而,作为问题的另一方面,我们又可看到很多简单化与片面性的理解,后者事实上也正是国际数学教育界的一个普遍现象。例如,“建构主义通常与过度的学生中心说联系在一起”。(同前,第 355 页)又如,“有关求知‘建构主义’理论的一个通常的误解是,教师不应该直接告诉学生任何事情,相反,应该让学生自己建构知识”。(布兰思福特等编著,《人是如何学习的》,华东师范大学出版社,2002,第 19 页)

既然建构主义的影响正在衰退,中国数学教育界是否也应彻底放弃这一理论? 笔者的看法是,与对于建构主义的必要批判相比较,我们应当更加重视对于这样一种思维与工作方式的反思与批判,即是对于国际上时髦潮流的盲目追随。因为,如果这种倾向未能有效地得到纠正,就很可能造成这样的后果,即我们不仅未能由国际上的相关研究与实践获得有益的启示或经验,反而因此丢掉了自己的优良传统。更为具体地说,由于新一轮数学课程改革显然受到了外部的很大影响,甚至更可被直接归属于以美国数学教师全国委员会(NCTM)出版的“(美国)数学课程标准”(《学校数学的课程与评价标准》,1989)为主要标志的全球性改革运动(“课标运动”),这也就更为清楚地表明了纠正上述立场的重要性,特别是,对于课程改革我们同样不应采取绝对肯定或绝对否定的立场。

那么,我们究竟应当如何去看待过去 10 年的课改实践呢? 笔者以为,当务之急即是应当通过认真的总结与反思实现更大的自觉性,包括清楚地认识已取得的成绩,以及存在的问题与不足之处,并能采取有效措施予以巩固、发扬或纠正。应当强调的是,这事实上也可被看成新中国成立以来历次教育改革给予我们的一个重要教训:尽管已经有了多

次改革,但却积累甚少,从而在现实中就可经常看到这样的现象,即几乎每次改革都是从头开始!也正是基于这样的认识,笔者就十分赞同《人民教育》特约评论员在相关文章中所提到的这样一个论点:“每一场改革,无论成败,都要能为下一场改革提供养料,这样,中国教育才能行走在‘进化’的道路上。”“为了离共同的教育理想更近些,为了离现代文明更近些,珍惜每一次改革的沉淀吧!”(“课改十年,我们走了多远?”,《人民教育》,2011年第18期,第33页)

由建构主义在过去30年的发展历程我们也可获得这方面的直接启示。

具体地说,建构主义在其早期阶段所发挥的主要是一种批判性的作用,即是为深入批判“被动接受说”这样一种传统的学习观念提供了重要的思想武器。例如,主要地就是在这样的意义上,建构主义常常被说成“对于传统教法设计理论的严重挑战”。当然,我们在此也应注意防止各种简单化的理解。例如,在笔者看来,这就是人们何以将斯蒂弗(L. Steffe)和基兰(T. Kieren)在1994年发表的“极端建构主义与数学教育”(“Radical Constructivism and Mathematics Education”,载T. Carpenter等主编,《Classics in Mathematics Education Research》,NCTM,2004,68—83)看成“数学教育研究经典文章”的一个主要原因。因为从历史的角度看,这正是这一文章的一个重要贡献,即是清楚地表明我们不应将建构主义(作者称为“极端建构主义”)等同于一般的心理学理论或教学理论;毋宁说,这正是建构主义的一个基本立场,即是突出地强调了主体在认识活动中的重要作用,从而就与传统的(简单)反映论构成了直接对立,这也就是指,建构主义就其本质而言主要是一种认识理论。由于学生的学习活动显然也应被看成一种认识活动,因此从这一角度去分析,我们也就应当明确肯定建构主义的教学意义,特别是,这即可被看成为我们深入批判传统的教学观念提供了重要的理论武器。当然,在作出上述肯定的同时,我们又应注意纠正各种简单化的理解和片面性的观点。例如,在笔者看来,我们就应从后一角度去理解以下的论述:“建构主义对于数学教育来说(只)是一种范式”(或者说,只是一

种“宏大理论”),从而“为了有效地指导教学实践,建构主义要依赖相伴的教学理论。”(康弗里等,“关于数学教育心理学对数学教育中建构主义 30 年发展的反思”,载古铁雷斯、伯拉主编,《数学教育心理学研究手册:过去、现在与未来》,同前,第 346 页)[1]

进而,除去对于各种简单化理解与片面性观点的必要纠正以外,这也可被看成人们在这一方面具有更大自觉性的一个具体表现,即是随着时间的推移,人们将研究的重点由纯粹的批判转向了建设性的思考:建构主义对于我们更为深入地认识学习活动究竟具有怎样的启示?例如,后者事实上就可被看成以下工作的一个主要目标,即是关于建构主义“基本原理”的“理性重建”.具体地说,这正是康弗里等人在“关于数学教育心理学对数学教育中建构主义 30 年发展的反思”一文中所从事的一项主要工作.对此,我们可作出如下的概括:第一,应当高度重视学生思维(与能力)的发展.“建构主义,比迄今为止的任何理论,都要强调发展和成长的重要性.”第二,应当清楚地看到活动(动作)在学生思维发展过程中的重要作用.“数学概念在根本上扎根于行动和活动之中.”(同前,第 374、363 页)第三,相对纯粹的个人行为而言,我们又应更加重视个体与群体、个体与环境之间的互动.[2]

综上可见,这就是建构主义的历史发展所给予我们的一个重要启示:为了促进课程改革的深入发展,我们应当不断增强自身在这一方面的自觉性,后者既是指对于已有成绩的认真总结,也是指对于存在问题的深入反思,从而不仅可以真正做到有所“沉淀”,也可通过解决问题不

[1] 就建构主义的理解而言,我们还应注意“认识论”与“本体论”的区分,即建构主义并不包含本体论方面的直接断言,如对于客观世界存在性的直接否定等;恰恰相反,建构主义作为一种认识理论所强调的主要是这样一点:人类认识活动的根本目的并不在于正确地反映客观规律(match),而主要是一种适应性(fit)的活动,也即如何能对个人经验作出恰当的组织.

[2] 上述的第三点并就集中地反映了建构主义的这样一个发展轨迹,即是由“个人建构主义”逐步走向了“社会建构主义”,在此我们并可清楚地看到“数学教育的社会—文化研究”的重要影响.详见 1.2 节.

断取得新的进步.

2. 以下再以 20 世纪 80 年代在美国、甚至世界范围内盛行的“问题解决”这一改革运动为背景作出进一步的分析.

具体地说,“问题解决”(problem solving)正是美国数学教育界在 20 世纪 80 年代的主要口号. 尽管这一改革运动现也已经成为过去,但我们同样应当认真思考这样一个问题:什么又是这一运动为我们提供的“养分”,包括间接的启示与教训?

由于笔者在先前已经撰文(详见“对于波利亚的超越”与“关于‘问题解决’的再思考”,载郑毓信,《数学教育的现代发展》,江苏教育出版社,1999)对此进行了具体分析,在此就仅限于指明这样几点.

第一,这正是“问题解决”这一改革运动最为重要的一个贡献,即是有力地促进了相关的理论研究,从而在整体上实现了对于“波利亚的超越”. 后者即是指,为了提高学生解决问题的能力,我们不仅应当十分重视“数学启发法”(解题策略)的研究与教学(后者正是波利亚在这一方面的主要贡献),还应关注更多的方面与环节,特别是,应当清楚地看到“元认知”与“观(信)念”这样两个因素在解决问题过程中的重要作用.

第二,以下则可被看成相关的教学实践给予我们的重要教训:教学中应当注意防止这样一些弊病,如只是强调了学生解决问题能力的提高,却忽视了提出问题能力的培养;或者只是注意了“解决问题”这样一种具体的数学活动,却未能认识到我们应通过“问题解决”帮助学生“学会数学地思维”.(舍费尔德语)更为一般地说,这也就是指,我们在教学中不应仅仅关注“过程”,而应努力做到“‘过程’与‘结果’并重”.(黄毅英语)

第三,从课程设计的角度看,这也是“问题解决”给予我们的一个重要启示:与“以‘问题解决’作为数学教学的基本形式”这一提法相比较,这是更为恰当的一种做法,即是在教学中更加重视数学思维的渗透,并用数学思维的分析带动、促进具体数学知识内容的学习.

容易看出,上述的经验和教训对于当前的中国数学教育仍然具有重要的意义,如我们究竟应当如何去理解所谓的“过程教育”与“数学活