

普通高等教育“十二五”规划教材

机构综合与优化

孔建益 廖汉元○主编

JIGOU ZONGHE YU YOUHUA



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育“十二五”规划教材

机构综合与优化

主 编	孔建益	廖汉元
参 编	李 佳	侯 宇
	汤 勃	孙亮波
主 审	孔凌嘉	



机械工业出版社

本书内容围绕机构设计中的两个主题——创新方法和创新手段，两个主题又围绕一个目标——激发设计者机构创新的能动性，最终得到创新结果。

本书第1~5章按两类机构型综合方法——杆组型综合法和运动链型综合法，用连杆组合数值计算方法，借助快捷简明有效的拓扑图构建了9杆以下的全铰链、带移动副及全移动副的杆组和运动链的构型及其结构图形，按照杆组和运动链构建机构，通过若干实例对机构的型综合过程和方法作了详尽的介绍；为判别机构方案的优劣，还介绍了包括全移动副机构、非连架杆为主动件的机构在内的各类机构的运动分析方法。第5章中提出了采用多自由度闭式链的变胞机构型综合法，并给出判定变胞机构运动程序的计算方法。第6~8章介绍了位移矩阵法、优化方法、平方逼近法、代数解析法等机构尺度综合的实用方法，并指出各种方法的利弊及其使用场合，通过计算完成机构的尺寸设计。第9章介绍了如何建立机构优化设计的数学模型。通过实例详尽地描述了机构优化的过程和方法，使书中的理论通过与实践的结合更为生动具体。

书中实例及各种计算方法都附有计算机源程序，供参考使用。

本书可作为本科生、研究生的选修课教材，也可供设计人员参考。

图书在版编目（CIP）数据

机构综合与优化/孔建益，廖汉元主编. —北京：机械工业出版社，2013.7

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-111-42179-5

I. ①机… II. ①孔…②廖… III. ①机械设计-高等学校-教材 IV. ①TH122

中国版本图书馆CIP数据核字（2013）第075587号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号 邮政编码100037）

策划编辑：余 皞 责任编辑：余 皞 丁昕祯

版式设计：霍永明 责任校对：程俊巧

封面设计：陈 沛 责任印制：张 楠

北京京丰印刷厂印刷

2013年9月第1版·第1次印刷

184mm×260mm·16.25印张·399千字

标准书号：ISBN 978-7-111-42179-5

定价：39.00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心：(010)88361066

教材网：<http://www.cmpedu.com>

销售一部：(010)68326294

机工官网：<http://www.cmpbook.com>

销售二部：(010)88379649

机工微博：<http://weibo.com/cmp1952>

读者购书热线：(010)88379203

封面无防伪标均为盗版

前 言

本书是在廖汉元教授为研究生开设的同名选修课内容的基础上进一步拓展编写的。多年来我和我的同仁们在机构型综合、机构的可动性、机构优化和受控机构方面作了较为深入的研究，这些内容使该书以新的面貌呈献给读者。

本书围绕机构设计中的两个主题：一个是创新方法，着重阐述如何运用具有发散性思维的创新方法，建立创新意识、启发创新思维并能结合实际提出机构的创新方案；另一个是创新手段，着重阐述如何运用现代计算技术，结合生产实际把创新方案抽象为数学表达式，并经数值计算对方案确定取舍。两个主题围绕一个目标，即激发设计者的创新能动性，最终得到不同寻常的创新结果。本书有以下特色：

1) 对机构型综合的阿苏尔 (Assur) 组法和运动链连杆组合法进行了全面阐述，拓展了机构型综合的领域 (8~9 杆及 n 杆的杆组和运动链)，使机构创新具有更为广阔的研究范围。

2) 用拓扑图法研究机构的构型是一种快捷简明的有效方法。本书全面介绍了应用此法研究带有移动副的机构和全移动副机构的构型。

3) 由于近年来多杆、多自由度机构越来越广泛的被研究和应用，本书特别介绍了两自由度机构、非连架杆为主动件的机构以及全移动副机构的运动分析方法。

4) 机构型综合及其优化是本书的研究主题，本书通过若干实例对机构的型综合和机构优化过程及方法作了详尽的介绍，使书中的理论通过与实践的结合更为生动具体。

5) 本书列出了有关优化方法、多元线性方程求解、位移矩阵、牛顿—拉普森 (Newton-Raphson) 算法以及若干实例的计算机源程序，附录中还列有铰链五杆机构的连杆曲线图谱，供参考选用。

本人与廖汉元教授对全书进行了构思与编撰。全书由侯宇勘校并编制、校验了计算机程序。感谢李佳、汤勃在计算机仿真、图形设计和计算机辅助设计方面做出的贡献。同时，对孙亮波、刘钰祺应用拓扑图进行机构型综合所做的大量工作表示敬意！

本书特别邀请北京理工大学孔凌嘉教授担任主审，在此对孔教授表示感谢。

由于水平有限，不妥之处在所难免，恳望同仁及广大读者批评指正。

孔建益

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 机构综合的意义及内容	1
1.2 机构尺度综合方法概要	4
第 2 章 机构的杆组构型综合方法	8
2.1 机构型综合的阿苏尔组法	8
2.2 II、III、IV 级机构运动分析	10
2.3 杆组构型的连杆组合数值计算方法	17
2.4 应用杆组构型进行机构变换	23
第 3 章 机构的运动链构型综合方法	26
3.1 机构型综合方法	26
3.2 运动链型综合的连杆组合法	27
3.3 非连架杆为主动件的机构的运动分析	32
第 4 章 带有移动副的机构型综合方法	37
4.1 平面五杆机构的基本构型及其退化机构	37
4.2 应用降级法构建带有移动副的 4A 杆组（原 III 级组）的构型	43
4.3 全移动副机构运动链型综合的数值方法	48
4.4 全移动副机构杆组型综合的数值方法	54
4.5 全移动副机构的运动分析	58
第 5 章 机构型综合及变胞机构简介	63
5.1 概述	63
5.2 基本机构分类法激发的机构创新的型综合方法	64
5.3 连杆组合法激发的机构创新的型综合方法	70
5.4 变胞机构型综合及其运动程序判别计算	75
5.5 机构创新型综合实例——飞剪机构的型综合	86
第 6 章 机构综合的位移矩阵法	102
6.1 刚体平面有限位移矩阵	102
6.2 按连杆给定位置设计四杆机构	104
6.3 按连架杆对应位置设计四杆机构	108
6.4 按给定轨迹设计四杆机构	113
6.5 港口起重机设计及其位移矩阵	115

第7章 优化设计方法简介	118
7.1 概述	118
7.2 优化问题的几何描述	122
7.3 约束优化的一般概念	123
7.4 随机搜索法	125
7.5 复合形法	131
第8章 机构综合的其他解法	142
8.1 机构综合的平方逼近法	142
8.2 用平方逼近法进行连杆对应位置的机构综合	145
8.3 具有简单运动要求的四杆机构代数综合法	146
8.4 具有特定要求的四杆机构最佳尺寸族	156
第9章 机构优化设计	165
9.1 机构优化设计的一般步骤	165
9.2 机构连续运动的可动性条件	166
9.3 按两连架杆对应角位移的连杆机构优化设计	177
9.4 再现轨迹的连杆机构优化设计	180
9.5 再现连杆角位移及其上某点轨迹的连杆机构优化设计	187
9.6 有速度要求的连杆机构优化设计	189
9.7 受控五杆机构的优化设计方法	196
9.8 破碎机振动力最优平衡	197
9.9 破碎机机构尺寸优化设计	200
9.10 港口鹤式起重机变幅机构优化设计	206
9.11 钢坯侧压机构的优化设计	212
附录	214
参考文献	252

第1章 绪 论

1.1 机构综合的意义及内容

一、机构型综合的意义

机构所研究的问题可归纳为两类：即机构的分析和机构的综合。所谓机构的分析，就是根据已有机构的结构和主要参数来进行机构各种特性（结构、运动学和动力学）的分析计算；所谓机构的综合，就是根据使用需求对机构提出的运动学、动力学等方面的要求来确定机构的结构形式、尺寸参数以及某些构件的动力学参数（如质量、转动惯量和质心的位置等）。应该指出，机构分析和机构综合在机械设计的过程中常常是互为因果、交替进行的。机构综合所得到的结果需要以分析（或需实验）来验证，而机构分析的结果常常为进一步改进设计提出方向。由图 1-1 产品开发流程图可以看出，不论是机构型综合本身还是检验机构尺度参数是否满足结构要求，以及样机的理论分析鉴定，都是建立在机构分析的基础上的。机构综合与机构分析反复交替进行，使得综合出的机构得到最佳的性能参数。机构综合的现实意义就是通过创造性的劳动在众多同类机构中筛选出一种结构经济、最能满足要求的机构。该机构可能是现有机构，也可能是工程中从未使用过的机构。机构综合理论与方法是进行机构创新最有效的捷径和手段。

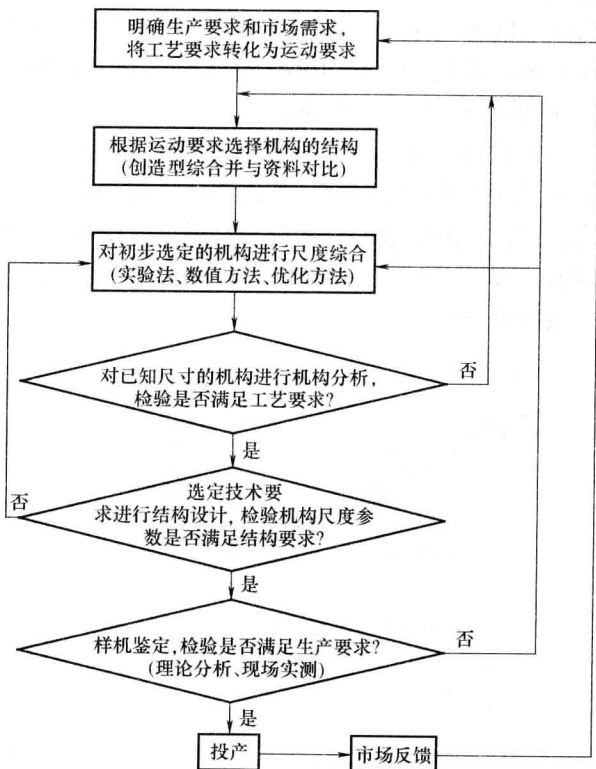


图 1-1 产品开发流程图

二、机构型综合的内容

总的来讲，机构综合大致包括三方面内容。

1. 机构的结构综合

机构的结构综合（或型综合）主要研究机构的组成规律。用多少个构件、多少个运动

副能组成多少个具有给定自由度的机构。这方面的研究在平面机构中有较大进展。当构件较多时,考虑不同类型的运动副,不同的构件配置可能组成的机构的种类相当庞杂,而且当构件数增多时会使机构的运动积累误差增大,机械效率降低,因此总希望用较少构件组成的机构完成相同的功能。结构综合的目的就是根据机械预期实现的功能,把功能转换为运动,从可能构成的机构中选择实现运动方案的若干最佳机构,并把它们组合起来完成机械预期的功能。

2. 机构的尺度综合 (或运动学综合)

对于一定结构形式的机构如何按给定的运动要求来确定其尺寸参数,这是机构综合中研究得较充分也是十分重要的领域。工艺过程对机构提出的运动变换要求是多种多样的,典型的运动变换可概括为四种类型。

(1) 刚体导引 当机构的主动件做简单运动 (转动或移动) 时,要求刚体在平面或空间按预定规律连续地变换其位置,此即刚体导引的机构综合问题。这类问题在工程机械、包装机械、机械手等方面的机械设计中经常遇到。如图 1-2 所示的送料机构,由液压缸 1 通过连杆 2 驱动双摇杆机构 $ABCD$ 将物料送到升降台 7 上。此时取物器 4 从位置 B_1C_1 到位置 B_2C_2 并翻转 180° ,此即为刚体导引。

(2) 轨迹复演 设计一机构使其运动过程中连杆上某点的轨迹能近似地与给定曲线复合,即复演轨迹机构综合。平面连杆机构连杆上的各点在机构运动过程中有各种各样的连杆曲线,因此复演轨迹的机构综合是通过改变机构结构尺寸以及复演点在连杆上的位置尺寸而实现的。如图 1-3 所示搅拌机,其机构尺寸是按照搅拌头 E 点有效搅拌物料的曲线轨迹——连杆曲线 β 设计的。

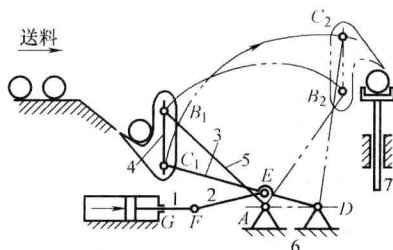


图 1-2 送料机构

1—液压缸 2、3、5—连杆 4—取物器
6—机架 7—升降台

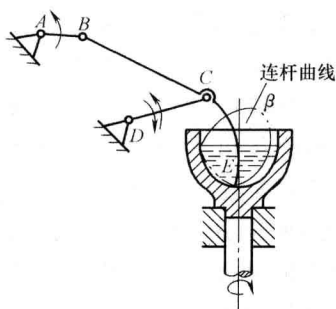
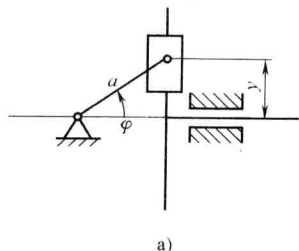


图 1-3 搅拌机

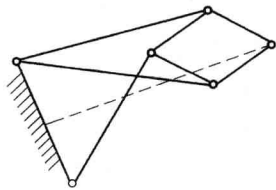
(3) 函数变换 以机构主动件的运动参数 (例如转角) 为自变量,使机构某从动件的运动参数 (如转角、位移) 为自变量的给定函数,即函数机构综合。这类问题在解算机构、仪表显示装置的设计中经常遇到。例如仪表装置中将敏感元件的变形与被测物理量的非线性关系转变为指示装置示数刻度与被测物理量间的线性关系的机构。如图 1-4a 所示正弦机构,其滑块位移 y 即曲柄转角 φ 的正弦函数: $y = a \sin \varphi$ 。

(4) 瞬时运动参数约束 机构在运动过程中各构件的运动参数是不断变化的,如果按给定机构中某些构件在某些特定位置时的运动量 (如角速度、角加速度或线速度、线加速度等) 来设计机构的结构参数,即瞬时运动量约束机构综合。如带有间歇的机构综合即属此类。如图 1-5 所示飞剪机构。此为正弦机构,曲柄 1 转动时,由滑块 2 带动軛架 3 作往复

移动并在轭架上上下滑动。上刀刃装在滑块2上,下刀刃装在轭架3上。上下刀刃在随轭架移动的过程中剪切钢材。该机构的瞬时运动参数约束即上下刀刃的移动速度 v_D 应与钢材运行速度 v_i 相等。



a)



b)

图 1-4 机构尺度综合
a) 正弦机构 b) 直线导路机构

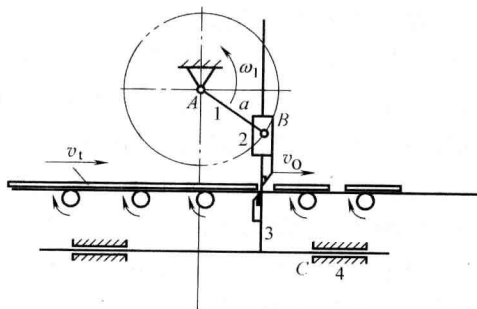


图 1-5 飞剪机构

1—曲柄 2—滑块 3—轭架 4—机架

在机构尺度综合问题中,机构在可能运动的全域内准确地实现上述要求只有对某些特殊问题才可以做到。例如图 1-4 所示的正弦机构及直线导路机构等。而一般的机构运动综合主要是研究在某一指定的区域内,近似实现预期运动要求的近似设计。

3. 机构的动力学综合

如果对所设计的机构不仅提出运动变换的要求,同时也提出某些动力学的要求,即机构动力学综合。例如高速运转机械中考虑动载引起的构件弹性变形时,按机构真实运动规律与预期运动规律的误差,以及通过调整构件质量及其质心位置使机座上振动力极小的机构综合问题,即属机构动力学综合。

三、机构型(结构)综合的分类及发展

机构型综合是机构创新的源泉,按照机构组成原理可将机构型综合大致分为两类:一类是机构杆组构型法。另一类是机构运动链构型法。机构杆组构型法即阿苏尔构型法,该法认为机构是由杆组(阿苏尔组)、主动件和机架构成的,只要找出全部杆组,将其与机架和主动件相连即可得到可能出现的全部机构。阿苏尔组法给出了 2 构件Ⅱ级杆组和 4 构件的Ⅲ级和Ⅳ级杆组,未给出大于 4 个杆件的复杂杆组。机构运动链构型法认为,将给定自由度的运动链中的一个构件固定为机架,给出与其自由度对应的主动件数目即可得到机构。这种构型方法的优点在于不局限于连架杆为主动件的要求,工程中非连架杆为主动件的机构比比皆是。

纵观机构学研究的历史,阿苏尔组法为机构创新方面做出了巨大贡献,至今仍被广泛应用。但未给出建立 n 杆阿苏尔组的通用方法,从而使其研究领域的拓展受到一定的限制。

四杆机构是机构综合的研究主流,也是工程中广泛使用的机构。四杆机构复演轨迹的问题经历了漫长的研究过程并受到各国学者的高度重视。英国数学家罗伯茨和俄国学者切比雪夫于 1875 年对同一连杆曲线存在对应的三个连杆机构提出了著名的罗伯茨-切比雪夫定理。契贝雪夫还提出了著名的切比雪夫直线导路机构(图 1-4b)。20 世纪初,俄国学者阿苏尔提出阿苏尔组的机构型综合研究方法,为创造新机构提供了途径。但是,理论分析表明,求解

四杆机构尺寸的连杆轨迹数学表达式是一组高次超越方程式, 如果有解, 可精确实现轨迹的 9 个点位, 但一般只能精确复演 5 个点位。因此, 要使四连杆机构在运动全域内精确实现给定运动轨迹或给定运动规律一般是不可能的。

在复演轨迹机构综合的研究方面, 刘保旗等编著的《连杆曲线的空间模型分类图谱》, 李学荣等编著的《连杆曲线图谱》, 进行了轨迹再现结构综合实用性研究, 通过查验图谱中与给定曲线相近的轨迹曲线, 得到实现该曲线的机构尺寸。由于计算机技术及现代控制技术的发展, 使得现代控制技术与机构综合相结合成为可能。对于可控机构而言, 机构应能在不改变或很少改变机构尺寸的情况下, 方便地计算、调整可控参数, 从而实现设定的不同运动规律或轨迹, 以赋予机构可控性、柔性、智能化的特性。20 世纪 90 年代初, 孔建益教授提出了具有一个受控主动件的可控机构, 使得精确复演轨迹成为可能。由此, 推进了可控机构的研究, 使国内对可控机构学和可控机构的研究成为近十年新的研究热点。目前普遍采用的是具有一个或两个受控主动件的单移动副的可控五杆机构。

1.2 机构尺度综合方法概要

机构综合常用的方法主要有图解法、解析法和优化设计方法等。尽管传统使用的几何图解法具有简明快捷的突出优点, 但同时也存在精度差, 难以建立运动参数与尺度参数间的关系, 且当机构复杂时难以综合出最佳机构尺寸等缺点。在国民经济飞速发展的今天, 几何图解法已不能适应机械设计要求的高速、高生产率、高机械效率、高精度以及自动化、智能化等多方面的性能。因此在本书中对机构的分析与综合均采用解析方法。本书将介绍数值迭代法、代数式法、准点解析法及优化方法。

1. 准点解析法

在用解析法进行机构综合时, 若不要求机构运动区域内准确地实现给定的条件, 而只要在域内几个给定位置处符合给定条件, 该设计方法称为准点解析法 (或称准点法)。所指定的符合预定条件的几个位置称为准点。

例如刚体导引机构综合。如图 1-6 所示, 刚体位置用其上一直线 MN 表示, 给定 M 点的运动轨迹 $y=f(x)$ 和 MN 的转角变化规律 $\varphi=\varphi(x)$ 。设所设计的机构某构件上 $M'N'$ 的导引规律的对应参数用 y' 、 φ' 表示, 显然 y' 、 φ' 均是机构结构参数 r_k 的函数。

$$\begin{aligned} y &= f(x, r_k) \\ \varphi' &= \varphi(x, r_k) \end{aligned} \quad (k=1, 2, \dots, m) \quad (1-1)$$

式中, r_k 为机构的结构参数; m 为结构参数的个数。一般来说, 选定的 r_k 使 $y=y'$ 、 $\varphi=\varphi'$ 是不可能的。但可以在指定的几个点位 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 上, 设法选定 r_k 得到:

$$\begin{aligned} f(x_i) &= f(x_i, r_k) \\ \varphi(x_i) &= \varphi(x_i, r_k) \end{aligned} \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

式中, n 为自变量 x 给定值的个数, 所指定的 n 个位置即 n 个准点。

上式说明, 机构所实现的运动关系只在准点处与预定的运动关系相符, 而准点以外, 则允许有差异。此即为准点法机构综合。

准点以外 y 与 y' 不等, 其差值 $\Delta y = y - y'$, 称为机构的结构误差。减小结构误差的可能途径是:

1) 增加准点的数目。遗憾的是准点的数目受到所设计的机构的待定结构参数数目的限制, 即与准点数 n 相等的可列方程数应该等于待定的机构结构参数的数目 m , 式 (1-1) 才有确定解。此外, 准点数目增多求解将变得复杂。

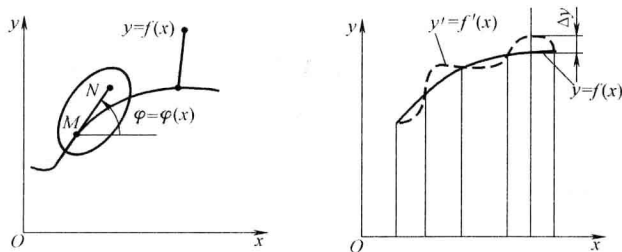


图 1-6 刚体 MN 及其给定 M 点的运动

2) 合理确定准点的分布。研究表明, 准点位置分布也会影响结构误差。初步设计时可按切比雪夫零值公式配置准点

$$x_i = \frac{(x_a + x_b)}{2} - \frac{(x_b - x_a)}{2} \cos \frac{(2i-1)}{2n} \quad (1-2)$$

式中, i 为准点序号; x_a, x_b 为逼近域的下限和上限; n 为准点的数目。

该式几何表述如图 1-7 所示 (此时 $n=4$)。

2. 数值迭代法

在机构分析和综合中常常遇到求解多元非线性方程的问题, 而当方程元数增多时, 这一求解过程几乎难以建立。此时可采用其级数并用迭代方法近似求解。

对于单变量非线性函数 $f(x) = 0$, 若当 $f(x)$ 在 x_0 处各阶导数均存在时, 其在 x_0 的邻域内的泰勒 (Talor) 公式为

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{1}{2}f''(x_0)(x - x_0)^2 + \dots = 0$$

若近似取其线性项, 则有

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \quad (1-3)$$

用式 (1-3) 可以将 $f(x)$ 关于 x 的非线性方程化为近似的线性方程。此即非线性方程近似线性化。这一方法将在高级别机构的运动分析中应用。

对于多变量非线性函数 $f(\mathbf{X}) = 0$, 在点 $\mathbf{X}^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})^T$ 处各阶导数均存在时, 其在 $\mathbf{X}^{(0)}$ 的邻域内的泰勒公式为

$$\begin{aligned} f(\mathbf{X}) &= f(\mathbf{X}^{(0)}) + f'(\mathbf{X}^{(0)})(\mathbf{X} - \mathbf{X}^{(0)}) + \frac{1}{2}f''(\mathbf{X}^{(0)})(\mathbf{X} - \mathbf{X}^{(0)})^2 + \dots \\ &= f(\mathbf{X}^{(0)}) + f'(\mathbf{X}^{(0)})\Delta\mathbf{X} + \frac{1}{2}f''(\mathbf{X}^{(0)})(\Delta\mathbf{X})^2 + \dots \\ &= f(\mathbf{X}^{(0)}) + df(\mathbf{X}^{(0)}) + \frac{1}{2}d^2f(\mathbf{X}^{(0)}) + \dots \\ &= 0 \end{aligned}$$

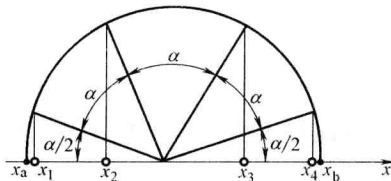


图 1-7 切比雪夫零值公式几何表述

若近似取其线性项, 则有

$$f(\mathbf{X}) \approx f(\mathbf{X}^{(0)}) + df(\mathbf{X}^{(0)}) \approx 0 \quad (1-4)$$

而

$$df(\mathbf{X}^{(0)}) = \left(\frac{\partial f(\mathbf{X}^{(0)})}{\partial x_1}, \frac{\partial f(\mathbf{X}^{(0)})}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f(\mathbf{X}^{(0)})}{\partial x_n} \right) \begin{pmatrix} dx_1 \\ dx_2 \\ \vdots \\ dx_n \end{pmatrix}$$

于是对任一非线性函数组

$$f_j(\mathbf{X}) = 0, j = 1 \sim n$$

有方程

$$f_j(\mathbf{X}^{(0)}) + \left(\frac{f_j(\mathbf{X}^{(0)})}{x_1}, \frac{f_j(\mathbf{X}^{(0)})}{x_2}, \dots, \frac{f_j(\mathbf{X}^{(0)})}{x_n} \right) \begin{pmatrix} dx_1 \\ dx_2 \\ \vdots \\ dx_n \end{pmatrix} \approx 0$$

为简化符号, 记 $f_j(\mathbf{X}^{(0)})$ 为 f_j , 且用 Δx_i 代替 dx_i , $i = 1 \sim n$, 则有

$$\left(\frac{f_j}{x_1}, \frac{f_j}{x_2}, \dots, \frac{f_j}{x_n} \right) \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{pmatrix} = -f_j$$

因此对于整个非线性方程组 $f_j(\mathbf{X}) = 0$ ($j = 1 \sim n$), 可得

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -f_1 \\ -f_2 \\ \vdots \\ -f_n \end{pmatrix} \quad (1-5)$$

由式 (1-5) 求出第 k 次迭代的 $\Delta \mathbf{X}^{(k)}$ 后, 再由下式求出第 $k+1$ 次迭代的 $\mathbf{X}^{(k+1)}$

$$\mathbf{X}^{(k+1)} = \mathbf{X}^{(k)} + \Delta \mathbf{X}^{(k)}$$

就可以求出 $k+1$ 点处的 $f_j(\mathbf{X}^{(k+1)})$ 的值。如此反复直到 $k+r$ 次使得

$$\sum |f_j(\mathbf{X}^{(k+r)} + \Delta \mathbf{X}^{(k+r)})| \leq \varepsilon$$

式中, ε 为根据需要所规定的小值。此时的 $\mathbf{X}^{(k+r+1)}$ 即为所求。

此种逼近求解方法通常称为牛顿-拉普森 (Newton-Raphson) 算法。

3. 优化方法

数学规划被引入机构综合之后, 提出了机构的最优化设计问题。机构综合的近似方法必然存在结构误差, 而这种结构误差是机构参数的函数。如何确定机构的各个结构参数以使结构误差最小, 就是一个数学规划问题。如果从机构的具体工作要求出发对机构的结构参数、运动参数和某些动力学参数加上一定的约束, 在此条件下如何合理地确定机构的参数 (包

含结构参数)以使预定追求的目标值误差(包括结构误差及其他性能误差)最小,这就是机构优化问题。

在机构优化问题中,关键之一是建立优化数学模型,其二是优化方法。由于本书的重点不是优化方法,因此仅从实用观点出发介绍优化的一般概念以及实用的两种优化方法。对优化方法的深入研究可参阅有关专著。

优化问题的数学模型包括设计变量、目标函数及约束条件。例如在 $B \times L$ 的长方形地基上要求建一个容积为 V_0 , 长宽高分别为 x_1, x_2, x_3 的水箱, 要求材料消耗最少。这就是一个优化问题。所谓目标函数即设计目标, 它是以设计变量为函数的数学表达式。所谓设计变量就是作为目标函数自变量的独立设计参数, 如水箱长宽高三个设计参数中只有两个是独立的, 另一个必须满足已知水箱容积 $V_0 = x_1 x_2 x_3$ 的要求, 如确定 x_1, x_2 为设计变量, 则 $x_3 = V_0/(x_1 x_2)$ 为非独立设计参数, 就不能作为设计变量。该数学模型就可以写成如下形式:

$$\text{目标函数: } \min(F(\mathbf{X})) = \min\left(x_1 + x_2 + \frac{V_0}{x_1 x_2}\right)$$

$$\text{设计变量: } \mathbf{X} = (x_1 x_2)^T$$

$$\text{约束条件: } 0 < x_1, x_2, \frac{V_0}{x_1 x_2} \leq L_i$$

式中, L_i 表示 $x_1, x_2, V_0/(x_1 x_2)$ 中人为规定的尺寸上限。可以根据优化方法不断改变 x_1, x_2 的值, 使得目标函数 $F(\mathbf{X})$ 值最小。这一计算过程是从若干个甚至几十个、几百个方案中找到 $F(\mathbf{X})$ 值最小的最优方案。可见这一计算过程必须借助于计算机完成。

优化方法尽管是一个近似方法, 但一般可以达到工程上要求的足够精度。此法与其他方法相比的一个突出优点是: 不但可以实现机构在位置上的预期要求, 而且能使机构具有优良的运动性能和动力性能, 它是机构综合中对各类设计问题都适用的一种方便的方法。

4. 代数式法

对于工艺过程简单, 运动要求比较单一的机构, 采用代数式法进行机构综合是一种简便务实的选择。代数式法就是建立机构尺寸参数与运动参数间的代数方程式, 通过已知给定的运动参数来求解机构的尺寸参数。

第2章 机构的杆组构型综合方法

2.1 机构型综合的阿苏尔组法

一、机构组成原理

一个机构具有确定的运动必满足主动件的数目与自由度的数目相等。设想将主动件和机架从机构中分离出来,则其余的活动构件构成的杆组必然是一个自由度为零的运动链。而这个自由度为零的运动链也许还可以进一步拆成为若干个更简单的自由度为零的运动链。我们把自由度为零且不可再拆的最简单的运动链称为基本杆组,或称杆组(亦即阿苏尔组)。由以上可知:任何机构都可以看成是由若干个杆组(阿苏尔组)依次连接于主动件和机架上而构成的。这就是由阿苏尔组理论建立的机构的组成原理。

根据以上原理,在设计一个新的机构时,就可以先选定一个构件固定作为机架,然后将与机构的自由度数目的构件作为主动件以运动副的形式连接在机架上,最后再将一个或几个基本杆组依次连接于机架和主动件上。反之,对现有机构进行运动和动力分析时,可根据上述原理,将机构分解成机架、主动件和若干基本杆组。然后对相同的基本杆组以相同的方法进行分析。

例如对于图 2-1 所示的平面六杆机构,其自由度 $F=1$,只要给一个主动件,其运动便确定了。假设构件 2 为主动件,根据以上原理,将主动件 2 和机架 1 从机构中分离,则剩余部分是由构件 3、4、5、6 所组成的运动链,其自由度 $F=3 \times 4 - 2 \times 6 = 0$ 。构件 3、4、5、6 所组成的运动链还可以再拆成构成构件 3、4 和构件 5、6 所组成的基本杆组,如图 2-1c 所示,它们的自由度均为 $F=3 \times 2 - 2 \times 3 = 0$ 。可见图 2-1b 的四杆运动链不能称为杆组,因为它还可以拆成两个杆组。

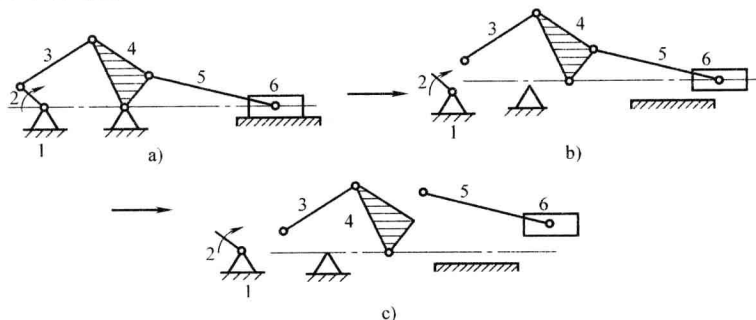


图 2-1 六杆机构的拆分

二、平面机构的结构分类

1. 杆组及其分类

机构的结构分类是根据机构中组成基本杆组的形态进行的。组成平面机构的杆组应符合

条件

$$F = 3n - 2p_l - p_h = 0 \quad (2-1)$$

式中, n 为基本杆组中的构件数; p_l 为基本杆组中低副的数目; p_h 为基本杆组中高副的数目。

若基本杆组中的运动副全部为低副且低副的数目用 p 表示, 则上式可变为

$$3n - 2p = 0$$

即

$$n = \frac{2}{3}p \quad (2-2)$$

由于构件数和低副数都必须为整数, 所以它们的组合见表 2-1。最简单的杆组是 $n=2, p=3$ 的杆组, 称为 II 级组。其基本形式如图 2-2 所示。

表 2-1 构件数和低副数的组合表

n	2	4	6	8	
p	3	6	9	12	

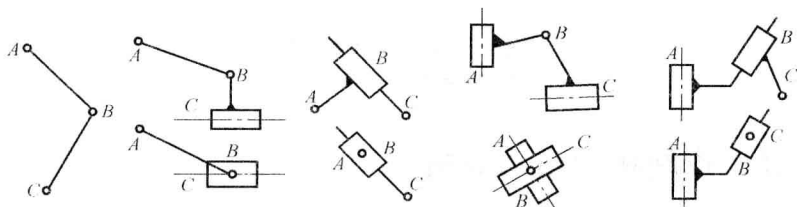


图 2-2 II 级组

$n=4, p=6$ 的杆组有两类: III 级组和 IV 级组。其中, III 级组具有一个含有三个内运动副的构件 (称为基础构件), 三个内运动副分别与三个外悬构件相连, 如图 2-3 所示; IV 级组具有一个封闭四边形, 如图 2-4 所示。

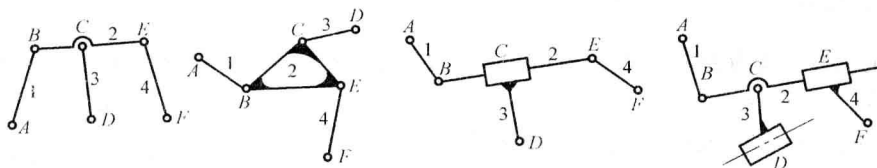


图 2-3 III 级组

应该指出: III 级组或 IV 级组的构件数 $n=4$, 运动副数 $p=6$ 。从数字上看, 刚好都是 II 级组的两倍。但它们绝不是由两个 II 级组组成的。因为它们不可能拆分成两个完整的 II 级组。

2. 机构的结构分类

在同一机构中可以包含不同的杆组, 机构中最高级别为 II 级组的机构称为 II 级机构, 最高级别为 III 级组的机构称为 III 级机构, 其余类推。即机构的级别是以其中含有杆组的最高级别确定的。机构的结构分类旨在将已知机构分解为若干杆组, 并确定这些杆组的级别和类型, 以便在机构分析时对同级同类杆组用同一方法进行。

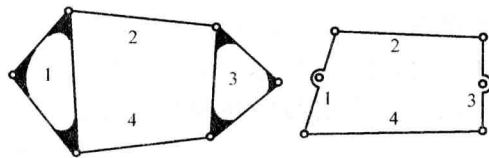


图 2-4 IV 级组

如图 2-5 所示, 由两个 II 级杆组 3、4 和 5、6 依次连接到机架 1、主动件 2 上而构成六杆 II 级机构。即六杆 II 杆组机构; 图 2-6 所示为分别用 III、IV 级组构成 III、IV 级机构的情况。

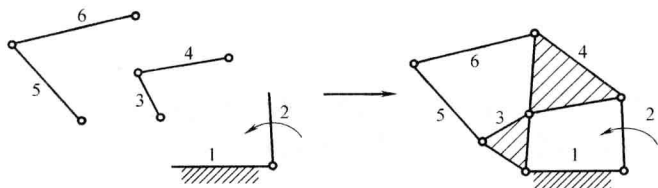


图 2-5 六杆 II 级机构

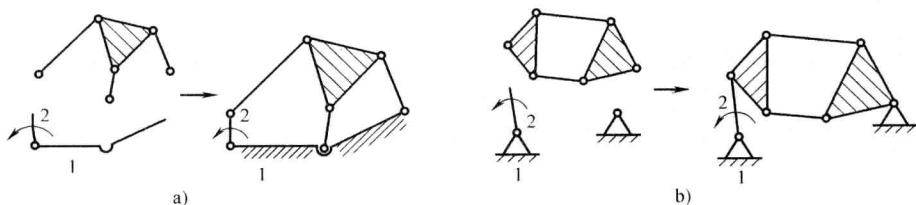


图 2-6 III 级、IV 级机构

a) III 级机构 b) IV 级机构

2.2 II、III、IV 级机构运动分析

在第 1 章中已经指出：机构分析和机构综合在机械设计的过程中常常是互为因果、交替进行的。机构综合所得到的结果需要以机构分析（或需实验）来验证，而机构分析的结果常常为进一步改进设计提出方向。因此本节简略介绍机构运动分析的方法。

一、II 级机构的运动分析

II 级机构即全由 II 级杆组所组成的机构。如铰链四杆机构、曲柄滑块机构和导杆机构均为 II 级机构。

图 2-7 所示为铰链四杆机构。已知机构尺寸，主动件的位置角 φ_1 ，其角速度 ω_1 为常数，试分析 M 点位移、速度、加速度的求解方法。

求解程序：首先建立机构的位置方程式，求出给定 φ_1 时的构件 2、3 的位置角 φ_2, φ_3 。将位置方程分别对时间 t 求导，得速度方程式和加速度方程式，并求得各构件的角速度 ω_2, ω_3 和角加速度 $\varepsilon_2, \varepsilon_3$ 。最后列出 M 点的位置方程并对 t 求导即可完成。

由矢量封闭回路 $ABCD$ 写出矢量方程

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{c} + \mathbf{d}$$

将上述矢量方程写成坐标方程

$$\begin{cases} a \cos \varphi_1 + b \cos \varphi_2 = d \cos \theta_4 + c \cos \varphi_3 \\ a \sin \varphi_1 + b \sin \varphi_2 = d \sin \theta_4 + c \sin \varphi_3 \end{cases} \quad (2-3)$$

式 (2-3) 的待求量为 φ_2, φ_3 。由于该方程为 φ_2, φ_3 的非线性方程，为方便起见，在图 2-7 中加辅助矢量 $\mathbf{BD}$ ，即 l, φ 。在封闭矢量回路 ABD 和 BCD 中得

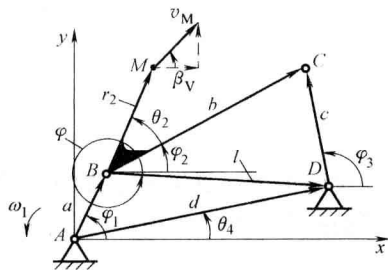


图 2-7 铰链四杆机构运动分析模

$$a + l = d$$

$$b = l + c$$

其坐标方程为

$$\begin{cases} a \cos \varphi_1 + l \cos \varphi = d \cos \theta_4 \\ a \sin \varphi_1 + l \sin \varphi = d \sin \theta_4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b \cos \varphi_2 = l \cos \varphi + c \cos \varphi_3 \\ b \sin \varphi_2 = l \sin \varphi + c \sin \varphi_3 \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} l = \sqrt{a^2 + d^2 - 2ad \cos(\varphi_1 - \theta_4)} \\ \varphi = \arctan\left(\frac{d \sin \theta_4 - a \sin \varphi_1}{d \cos \theta_4 - a \cos \varphi_1}\right) \end{cases} \quad (2-4)$$

及

$$\begin{cases} \cos(\varphi_3 - \varphi) = \frac{b^2 - l^2 - c}{2lc} \\ \tan \varphi_2 = \frac{l \sin \varphi + c \sin \varphi_3}{l \cos \varphi + c \cos \varphi_3} \end{cases} \quad (2-5)$$

将式 (2-3) 对 t 求导, 可求得

$$\begin{cases} \omega_2 = \frac{-a\omega_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3)}{b \sin(\varphi_2 - \varphi_3)} \\ \omega_3 = \frac{a\omega_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{c \sin(\varphi_3 - \varphi_2)} \end{cases} \quad (2-6)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_2 = \frac{-a\omega_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) - b\omega_2^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) + c\omega_3^2}{b \sin(\varphi_2 - \varphi_3)} \\ \varepsilon_3 = \frac{a\omega_1^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + b\omega_2^2 - c\omega_3^2 \cos(\varphi_3 - \varphi_2)}{c \sin(\varphi_3 - \varphi_2)} \end{cases} \quad (2-7)$$

M 点的坐标用 x_M, y_M 表示, 则

$$\begin{cases} x_M = a \cos \varphi_1 + r_2 \cos(\varphi_2 + \theta_2) \\ y_M = a \sin \varphi_1 + r_2 \sin(\varphi_2 + \theta_2) \end{cases} \quad (2-8)$$

式 (2-8) 对时间 t 求导得

$$\begin{cases} \dot{x}_M = v_{Mx} = -a\omega_1 \sin \varphi_1 - r_2 \omega_2 \sin(\varphi_2 + \theta_2) \\ \dot{y}_M = v_{My} = a\omega_1 \cos \varphi_1 + r_2 \omega_2 \cos(\varphi_2 + \theta_2) \end{cases} \quad (2-9)$$

式 (2-9) 对时间 t 求导得

$$\begin{cases} \ddot{x}_M = a_{Mx} = -a\omega_1^2 \cos \varphi_1 - r_2 \omega_2^2 \cos(\varphi_2 + \theta_2) - r_2 \varepsilon_2 \sin(\varphi_2 + \theta_2) \\ \ddot{y}_M = a_{My} = -a\omega_1^2 \sin \varphi_1 - r_2 \omega_2^2 \sin(\varphi_2 + \theta_2) + r_2 \varepsilon_2 \cos(\varphi_2 + \theta_2) \end{cases} \quad (2-10)$$

若 M 点的速度大小及方向角用 v_M 和 β_v 表示; M 点的加速度大小及方向角用 a_M, β_a 表示, 则得