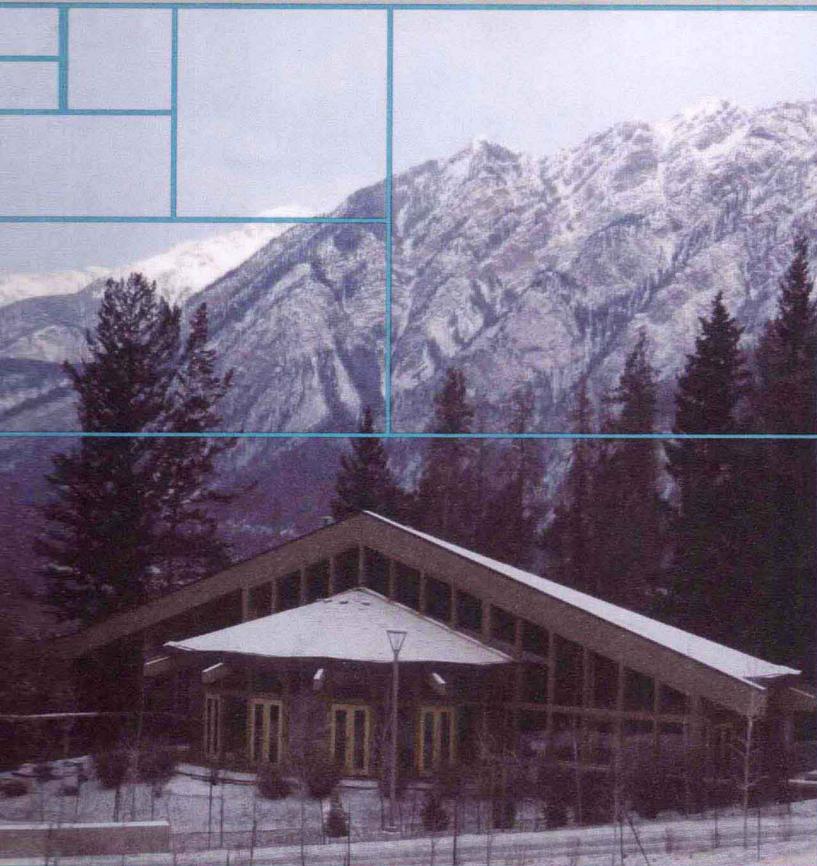


Mathematics & Humanities



主编 丘成桐
副主编 曲安京 刘克峰 杨乐 季理真

数学前沿



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

数学前沿

SHUXUE QIANYAN

主编 丘成桐 刘克峰 杨乐 季理真
副主编 曲安京



International Press

图书在版编目(CIP)数据

数学前沿 / 丘成桐等主编. —北京: 高等教育出版社, 2013.7
(数学与人文; 第 10 辑)
ISBN 978-7-04-038035-4

I. ①数… II. ①丘… III. ①数学 - 普及读物 IV.
① O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 159277 号

Copyright © 2013 by

Higher Education Press Limited Company

4 Dewai Dajie, Beijing 100120, P. R. China, and

International Press

387 Somerville Ave., Somerville, MA 02143 U.S.A.

出品人 苏雨恒
总监制 吴向
总策划 李冰祥
策划 赵天夫
责任编辑 赵天夫
书籍设计 王凌波
责任印制 韩刚

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landraco.com>
<http://www.landraco.com.cn>
印 刷 涿州市星河印刷有限公司
开 本 787mm×1092mm 1/16
印 张 11.25
字 数 210 000
版 次 2013 年 7 月第 1 版
印 次 2013 年 7 月第 1 次印刷
定 价 25.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 38035-00

内 容 简 介

《数学与人文》丛书第十辑将继续着力贯彻“让数学成为国人文化的一部分”的宗旨，展示数学丰富多彩的方面。

本辑通过主题专栏“张益唐与孪生素数猜想”向读者郑重介绍数学界最近发生的一件大事。2013年5月初，《数学年刊》(*Annals of Mathematics*)收到了张益唐先生的一篇文章，他首次向学术界公开宣布了他证明的里程碑式的定理：“存在无穷多间隔小于七千万的素数对。”这标志着解析数论这个古老的学科又翻开了一个绚烂的华章，并预示着下一个新纪元的到来。张益唐论文的审稿人Henryk Iwaniec教授致丘成桐先生的信函以及丘先生的诗作，都洋溢着对其非凡成就的热情颂扬；王元院士撰文“孪生素数猜想”翔实地概述了这个故事的数学背景；季理真教授的文章“素数不再孤单”，则生动地讲述了张益唐的传奇故事。

“大师访谈”栏目刊出了丘成桐先生的一个访谈，丘先生从他为什么从事数学研究谈起，说到他对于数学文化及数学交流的热衷，最后提出自己对未来中国数学发展的期许，引人深思。“数海钩沉”栏目介绍了一个没有受过任何正规数学教育的波士顿富商John Parker Jr.对美国数学的贡献，他的一份遗嘱深刻影响了19世纪后半叶乃至20世纪初的美国数学。“数学中心”和“数学机构”栏目刊发了三篇原创文章和几篇译文，分别论述了法国经典函数论学派产生的历史背景及其衰落过程、圣彼得堡概率学派的产生背景及其代表人物、普林斯顿高等研究院的诞生以及发展过程、欧洲数学学会的历史与未来等。“数学星空”栏目特辟纪念大师陈省身专栏，刊登了6篇追忆文章。

丛书编委会

主 编 (按姓氏笔画排序):

丘成桐 刘克峰 杨 乐 季理真

名誉编委 (按姓氏笔画排序):

丁夏畦 万哲先 王 元 石钟慈 齐民友 李大潜 吴文俊
谷超豪 张景中 陆启铿

编 委 (按姓氏笔画排序):

于 靖 马绍良 王仁宏 王则柯 王善平 井竹君 冯克勤
曲安京 朱熹平 刘献军 许洪伟 孙小礼 严加安 李文林
李 方 李建华 肖 杰 吴 杰 沈一兵 张英伯 张顺燕
张海潮 张奠宙 周 坚 郑方阳 郑绍远 胡作玄 姚恩瑜
袁向东 顾 沛 徐 浩 翁玉林 黄宣国 康明昌 蔡文端

责任编委:

李 方

丛书编辑部 (按姓氏笔画排序):

邓宇善 杨 静 赵春莉

特约撰稿人 (按姓氏笔画排序):

王则柯 冯克勤 纪志刚 李文林 张英伯 贾朝华

《数学与人文》丛书序言

丘成桐

《数学与人文》是一套国际化的数学普及丛书，我们将邀请当代第一流的中外科学家谈他们的研究经历和成功经验。活跃在研究前沿的数学家们将会用轻松的文笔，通俗地介绍数学各领域激动人心的最新进展、某个数学专题精彩曲折的发展历史以及数学在现代科学技术中的广泛应用。

数学是一门很有意义、很美丽、同时也很重要的科学。从实用来讲，数学遍及物理、工程、生物、化学和经济，甚至与社会科学有很密切的关系，数学为这些学科的发展提供了必不可少的工具；同时数学对于解释自然界的纷繁现象也具有基本的重要性；可是数学也兼具诗歌与散文的内在气质，所以数学是一门很特殊的学科。它既有文学性的方面，也有应用性的方面，也可以对于认识大自然做出贡献，我本人对这几方面都很感兴趣，探讨它们之间妙趣横生的关系，让我真正享受到了研究数学的乐趣。

我想不只数学家能够体会到这种美，作为一种基本理论，物理学家和工程师也可以体会到数学的美。用一个很简单的语言解释很繁复、很自然的现象，这是数学享有“科学皇后”地位的重要原因之一。我们在中学念过最简单的平面几何，由几个简单的公理能够推出很复杂的定理，同时每一步的推理又是完全没有错误的，这是一个很美妙的现象。进一步，我们可以用现代微积分甚至更高深的数学方法来描述大自然里面的所有现象。比如，面部表情或者衣服飘动等现象，我们可以用数学来描述；还有密码的问题、电脑的各种各样的问题都可以用数学来解释。以简驭繁，这是一种很美好的感觉，就好像我们能够从朴素的外在表现，得到美的感受。这是与文化艺术共通的语言，不单是数学才有的。一幅张大千或者齐白石的国画，寥寥几笔，栩栩如生的美景便跃然纸上。

很明显，我们国家领导人早已欣赏到数学的美和数学的重要性，在1999年，江泽民先生在澳门濠江中学提出一个几何命题：五角星的五角套上五个环后，环环相交的五个点必定共圆，意义深远，海内外的数学家都极为欣赏这个高雅的几何命题，经过媒体的传播后，大大地激励了国人对数学的热情，我希望这个丛书也能够达到同样的效果，让数学成为我们国人文化的一部分，让我们的年轻人在中学念书时就懂得欣赏大自然的真和美。

前 言

曲安京

《数学与人文》第 10 辑最初围绕“数学学派与数学中心”的主题进行组稿，读者现在看到的主题“数学前沿”大约是两周前确定的。之所以在本辑付梓前夕更改主题，是为了向读者郑重介绍数学界最近发生的一件大事。

2013 年 5 月初，《数学年刊》(*Annals of Mathematics*) 收到了张益唐先生的一篇文章，《自然》杂志和纽约时报等国际媒体迅即报道了这篇文章的结果。这位 1978 级的北京大学毕业生，几乎一夜之间从寂寂无闻，成为国际数学界家喻户晓的知名人士。季理真教授的文章，生动地讲述了张益唐的传奇故事。王元院士的“孪生素数猜想”则翔实地概述了这个故事的数学背景。张益唐论文的审稿人 Henryk Iwaniec 教授致丘成桐先生的信函以及丘先生的诗作，都洋溢着对其非凡成就的热情颂扬。这组“张益唐与孪生素数猜想”特稿，因此成为本辑的主打栏目。

本辑开篇刊出了丘成桐先生的一个访谈，丘先生从他为什么从事数学研究谈起，说到他对于数学文化及数学交流的热衷，最后提出自己对未来中国数学发展的期许，引人深思。

“数海钩沉”栏目介绍了一个没有受过任何正规数学教育的波士顿富商 John Parker Jr. 对美国数学的贡献，他的一份遗嘱深刻影响了 19 世纪后半叶乃至 20 世纪初的美国数学。

数学研究机构的成立是数学建制化的标志，也是推动数学发展的强大动力。本辑刊发的三篇原创文章，分别论述了法国经典函数论学派产生的历史背景及其衰落过程，圣彼得堡概率学派的产生背景及其代表人物，普林斯顿高等研究院的诞生以及发展过程。这些文章虽然篇幅不短，但皆令人阅不释手。

另外，本辑还编辑了一组译文，分别介绍了欧美数学学会及数学中心。“1904 年的圣·路易斯大会与美国数学西扩”一文，从路易斯安那购地博览会说起，描绘了一幅美国数学家共同体随着人数和声望的增加不断西移的历史画卷。“欧洲数学会的现在和将来”，讲述了欧洲数学会的主要使命，即促进欧洲数学的发展，并使之成为欧洲研究机构与国际数学会的联系纽带。

以瑞典数学家米塔－列夫勒的名字所命名的数学研究所，虽然规模不大，但始终专注于数学研究未曾改变。关于 Oberwolfach 数学研究所的新史料，展现出这个研究所深厚的历史积淀。

陈省身先生是 20 世纪最伟大的微分几何学家之一，本辑“数学星空”特辟纪念大师陈省身专栏，刊登 6 篇追忆文章。这其中既有陈先生的学生回忆当年先生的谆谆教诲，也有先生的同事追溯与先生一起工作、生活的点点滴滴。字里行间无不透露出对先生严谨治学态度以及崇高学术成就的景仰。

从古希腊时期算起，数学发展至今已有两千多年的历史，时至今日，数学不再是学者的业余活动，早已成为了一门职业。流派的形成、机构的设立、专业出版物的涌现，无一不说明数学的职业化道路愈走愈远。《数学与人文》正是希望能借此揭开数学的神秘面纱，让普通大众能清晰、全面了解数学这一职业。

目 录

《数学与人文》丛书序言（丘成桐）

前言（曲安京）

大师访谈

1 成桐访谈

张益唐与孪生素数猜想

6 听数学家张益唐先生大作有感（丘成桐）

8 孪生素数猜想（王元）

16 素数不再孤单——孪生素数和一个执着的数学家张益唐的传奇
(季理真, 译者: 徐浩)

数学中心

24 法国经典函数论学派的兴衰（王全来）

36 圣彼得堡概率学派和概率极限定理（徐传胜）

55 高等研究院的前缘今世（任辛喜）

数海钩沉

86 1904 年的圣 · 路易斯大会与美国数学西扩

(David E. Zitarelli, 译者: 任辛喜, 校者: 徐浩)

106 John Parker Jr. 对美国数学的贡献

(Steve Batterson, 译者: 方懿, 校者: 郑方阳)

数学机构

127 欧洲数学会的现在和将来

(Ari Laptev, 译者: 乔虎生, 校者: 刘献军、袁敏)

- 130 一位瑞典数学家的夙愿：米塔—列夫勒研究所
(Allyn Jackson, 译者：饶胜，校者：张东)
- 142 Oberwolfach, 它的昨天和今天
(Allyn Jackson, 译者：李培廉，校者：李培信)

数学星空

- 152 陈省身回忆录 (Michael Atiyah, 译者：张红梅)
- 154 与陈省身的合作 (Manfredo do Carmo, 译者：张红梅)
- 156 追忆陈省身在伯克利的时光 (Robert E. Greene, 译者：阎晨光)
- 160 陈省身在汉堡 (黄文玲, Karin Reich, 译者：胡俊美)
- 164 陈省身告诉我们：阅读经典 (李骏, 译者：王献芬)
- 166 陈省身 (Alan Weinstein, 译者：王献芬)

成桐访谈

编者按：2011年5月丘成桐先生(STY)受Laszlo Erdös教授邀请到德国的慕尼黑大学(全称“路德维希—马克西米利安—慕尼黑大学”)数学研究所访问，期间接受了Christian Palesni(CP), Martin Schottenloher(MS), Laszlo Erdös(LE)教授的专访。

2011年5月，慕尼黑大学数学研究所与阿诺德·索末菲理论物理中心荣幸地邀请到了来自哈佛大学的丘成桐教授。丘成桐教授在微分几何领域的研究中做出了杰出的贡献，对数学与理论物理产生了深远的影响。比如，他证明了卡拉比关于特殊空间(即今天所谓的卡拉比—丘流形)的猜想，并与理查德·舒恩(Richard Schoen)一起证明了爱因斯坦广义相对论中的正质量定理，即宇宙的总质量为正。丘成桐教授1982年荣获菲尔兹奖——数学家的最高荣誉，1994年与西蒙·唐纳森共同获得瑞典皇家科学院的克拉福德奖，在此仅列举了以上两个奖项。

丘成桐，1949年4月4日生于广东省汕头市，家中有八个兄弟姐妹。后随家人移居香港，1966年至1969年就读于香港中文大学数学系。其后到美国加州大学伯克利分校攻读博士，受业于当代微分几何大师陈省身先生，1971年获得博士学位。之后在普林斯顿高等研究院做博士后研究，在纽约州立大学石溪分校担任两年助理教授。1974年在斯坦福大学任职副教授。1979年他返回普林斯顿高等研究院，1984年至1987年在加州大学圣地亚哥分校担任教授。自1987年起至今任哈佛大学教授。^①

CP：非常感谢您给予这次访问的机会，我的第一个问题是：什么东西促使您研究数学呢？

STY：（一笑）我喜欢几何学！当我念六七年级时，已经开始学习它。

^①以上原文为德文，访谈的原文为英文。

MS: 那么您是早在中学阶段已迷上了数学?

STY: 对。我被它的美所吸引着,同时也希望知道,几个简单的公理何以引申出那么有趣和复杂的命题。当然也因为那段日子,我在香港并没有很多好的老师、课本和实验的仪器。

LE: 看来您是有一位好的数学老师了?

STY: 对,的确如此。我也喜欢物理学,只是那老师可差劲得很,而且很多实验也做得失败。我还记得有一次我们需要量重,但那秤是锈蚀了的。相比起来,化学学科的老师就好多了。

LE: 假如您的物理老师比数学老师好,那您会成为物理学家吗?

STY: 这我不敢肯定,但学校的老师是非常重要的。我儿子告诉我:他成为生物学家的原因就是他有一位非常好的高中老师。

CP: 在维基百科的网站上关于您事业的文章中,有一段说您是一位数学大使,怎么看?

STY: 别人那么说,我却不会那样讲。不过我喜欢与其他领域的学者交流:特别是理论物理学和应用科学的同侪。我也喜欢阅读诗词和中国文学,因此我也和这些行当的专家学者交往。

CP: 让我们换一个话题,在证明了像卡拉比猜想这样长期悬而未决的问题后,您的感觉是怎样的?

STY: 这个吗,我是用了很长的时间去钻研的。我在中国时,一位记者问我同样问题而我用了一首诗去回答。我不知怎样把它准确地翻译成英语,但大致意思是:我独自站立庭中,看着飘落的花朵,又见双双燕子,在微雨里飞翔(原文诗句是:落花人独立,微雨燕双飞)。这是我解决了难题那刻的情境和感受,完全是一种物我相融的感觉。

CP: 解决这个问题的过程中是否对自己产生过怀疑?

STY: 我在钻研那问题时从来没有怀疑自己的破解能力,心想那只是需要较长的时间。(一笑)可能当年我还是太年轻和太天真吧,光是想着如何去破解它。

CP: 其后您获得了菲尔兹奖,这事改变了您的命运了吗?

STY: 人们对我更为重视但心底里我却没有改变。我常对研究有趣的数学问题感到兴奋,但我觉得这和奖项没有丝毫关系。就是说,破解难题所带来的喜悦比因之而获奖大得多。

CP: 这么说您是从来没有梦想获得菲尔兹奖,而只是要破解复杂的问题吗?

STY: 我梦想解决的不是复杂而是有趣的问题,对我来说是指那些可以使

你进一步了解宇宙大自然的问题。

LE: 美是否比与物理学的联系更为重要?

STY: 与物理学和大自然的联系永远是美妙的。

MS: 您是否认为卡拉比猜想的解答, 确实提供了一些有关宇宙大自然的信息?

STY: 我觉得是的, 也许有人会质疑弦理论或广义相对论与宇宙大自然的关系, 但我认为它们是很好的逼近, 再者, 爱因斯坦的方程式是优美及典雅的。卡拉比猜想得证容许我们有系统地找出爱因斯坦方程式大量的解以接纳容许复结构(或内部超对称)。这些解有很少数的整体对称但却反映其底流形的深层代数本质。事实上, 通过弦理论它们建筑了由空间的代数结构通往深入了解引力及基本力的桥梁。物理的基本不变量可以用空间的代数结构推算出来, 我想是很迷人的。

MS: 您同意人们的数学想象力也是宇宙大自然的一部分吗?

STY: 对, 但这取决于想象力的成熟程度, 我来举一个例子。当我和舒恩一起研究广义相对论时, 单从几何的角度来看, 我们从来不信某些命题是正确的, 但是, 当我们学习更多的物理后, 我们不只相信甚至其后证实了这些命题。在另一方面, 我们因纯几何学的启发而提出及证实了一些命题。我们的物理学朋友或许做不到。其中一些命题是数学的想象, 用以和物理学的同侪合作时, 就变得非常有效。我相信它们应被视为大自然的一部分。

CP: 一般来说, 您认为数学在了解大自然的任务上扮演着什么角色?

STY: 它必须在那里, 因为它是我们唯一可用以量化事物的语言。任何重要的事物都应该可以用一个量来描述, 在中国的哲学里, 有阴和阳, 那是一个好的概念, 但它不能被量化去做出实质的预测。在数学里我们不但有美, 而且每一事物都可以用量去描述。某种程度来说它是实质的。

CP: 但这不是基于我们需要一个描述大自然的理论架构吗? 我们能否有一天找到大自然的真谛?

STY: 人类不断研发理论去探索宇宙, 他们建构模型。物理学里有很多不同的尺度: 从非常小到非常大的。采取的模型通常取决于我们感兴趣的尺度, 要有一个动态而概括所有尺度在一起的理论是非常困难的, 不同的模型仍在验证之中。在某尺度下成立的模型大部分都不能在其他的尺度下成立。不过, 数学可以在不同的尺度中运作, 而命题一旦被确证了, 便成为大自然的一部分。它们的真实性再也不会被改变, 那些在极小曲面上成立的命题, 也可以用作探讨看来与极小曲面无关的其他宇宙问题。用于恒星的有效论证也可以用于原子。大自然的真谛也许永远不能被了解, 但我们的模拟能力可以日益增进, 数学将扮演一个至关重要的角色。

CP: 您是否认为数学是独立于我们而存在的？假如某定理没有人去阐述，那定理是否存在？

STY: 定理是永远精确的，再者，数学本来就是大自然的一部分。

LE: 那么数学是否独立于我们的思想而存在？

STY: 我想数学是独立于我们的思想而存在的，问题是我们如何基于已开发的科技去选择最精致的定理和我们怎样去欣赏那定理的美。由于我们做出了一些假设，人们可以说数学是颇为人工化的。但反过来说我们在模拟大自然，我想我们永远不能和大自然比拼而是要跟随它的旨意去了解它的美。我们所不知道的委实是太多了。

CP: 那么数学的重要性之一是它和大自然的联系？

STY: 我个人的感觉就是如此。

MS: 美又是什么？外尔 (Hermann Weyl) 说在数学的领域，美比正确性更为重要。

STY: 假如某数学命题是正确的但不精致，那可没有满足感。如果数学命题是美的但却是不正确的，它就是没有用。所以，一个概念只是为其本身是不会有多大满足感的。

LE: 您是否相信每一条定理都有其“最真”的证明，是最优美的那个，就像爱尔迪希 (Paul Erdős) 所说的 THE BOOK 中的证明？

STY: 我认为所有的重要定理，一旦被真正地理解后，无论定理本身和它的证明都会是极为简洁的。

CP: 我想和您讨论的最后一个话题，是您对中国科学领域内的贪腐行为和那里的数学研究质量的批评，您看到中国科学的前景在哪里？

STY: 批评是一回事，而推动进展却是另一回事，我做出批评的原因是为了鼓励年轻有为的数学家去努力寻找进步的途径。抄袭应该是绝对被禁止的东西，这对促进科学的发展是非常重要的。不幸的是，某些数学家对抄袭并不感到罪恶。总的来说，我相信中国科学的前景是光明的，只要我们摒除了大学里的贪腐行为和替年青的学者制定良好的目标。

MS: 在某种程度来说复制可不是中国人的观念吗？我在上海的一次关于设计的研讨会上有过一回讨论，他们告诉我个体的知识产权是不存在的，概念和点子都是属于所有人的，就好像是说您的成功正因您能复制，我想这里面存在着西方与东方文化的差异。

STY: 我惊讶于你对这个问题的了解，这是中国的一个不幸的传统，我想中国的领导人也知道并且正着手改变这个传统。

MS: 为何说是不幸呢？也许这只是一点差异。

STY: 要说所有的东西都是属于所有人的，那是基于计划经济学，中国政府已经在鼓励市场经济了。如果研究以复制为主的话，会令最优秀的人放弃从事研究有趣的问题，况且抄袭会最后成为贪腐的根源。我记得曾在报章阅读了一则电视台对一个小孩的访问，其中一个问题是他对将来的梦想，那个小孩回答说他希望成为一个贪腐的官员……这肯定是一些成人在教导这个小孩时种下的坏思想。金钱是背后的动力，我相信问题的部分成因在于工资实在是太低了，我认为研究人员的工资应该要提升，有了足够的工资，对抄袭的全新态度将会更容易建立，我相信中国的研发人员也是富于创意的。

CP: 您在中国创立了数学研究所和数学中心，亦主办研讨会和筹集私人基金，您如何评价这些努力的成果？

STY: 是好的，但并未达到应有的水平，中国人的观念实在需要有所改变，而我们已开始了。

CP: 非常感谢您接受这次的访谈和您在慕尼黑的讲座及访问。

编者按：本文的德文部分由潘丽云译，邓邦明校；英文部分由马绍良译，刘献军校。

听数学家张益唐先生大作有感

丘成桐

编者按：丘成桐教授与 Henryk Iwaniec 教授于 2013 年 5 月 24 日通信后有感，作诗两首。

一

双生素数惹人狂
冠上奇珠夜吐光
差比龙泉三尺剑
除奸破敌震遐方

二

张氏九章古所传
双双素数永长延
湖烟山雪轻名利
运矩移筹年复年¹⁾

¹⁾运矩移筹泛指从事数学研究。

附 Henryk Iwaniec 教授给丘成桐教授的来信（徐浩译）

成桐，

我很高兴几天前和你在电话中讨论这个引人入胜的故事。如我所承诺的，我把我的看法发给你，请随意用在任何你觉得有用或合适的地方。张的成果已经在媒体报道和网络博客上受到了高度赞扬，如果我重复类似的赞美之词不会增添新的价值。所以我准备从曾经阅读和检验过这篇文章的审稿人的角度谈一些看法。我希望可以讲述一些关于张以及这门学科的情况。

张益唐的文章三周前被《数学年刊》(*Annals of Mathematics*) 接收，而在此之前，他在解析数论学界并不为人所熟知。但是他掌握解析数论最复杂课题的知识，并得以运用自如。他能够突破令许多专家都止步不前的屏障，并非因为人们忽视了微小之处，而是由于他引入了全新而巧妙的布局并漂亮地加以执行。仅从论证的清晰的逻辑架构，你可以立即感受到这项工作几乎无可置疑的优秀。这并不意味着这篇文章简单或者初等。恰恰相反，张的工作是解析数论的顶峰之作。他也优雅地借用其他领域的工具，比如间接用到有限域上代数簇的黎曼猜想。张的工作将引发持久雪崩式的优化和改进，以及随之而来的理论创新。一夜之间，张重新定位了解析数论的焦点。随后的进展需要等待多久，令人期待。

希望你能满意以上的看法。保持联系。

祝好，

Henryk