

系统与amp;控制丛书 C₁₀

陈虹 著

模型预测控制



科学出版社

系统与amp;控制丛书

模型预测控制

陈虹 著

科学出版社

内 容 简 介

本书在状态空间理论的统一框架下系统深入地介绍了预测控制的滚动优化原理、算法和闭环性能. 首先通过本科生熟悉的状态空间模型建立起预测控制从原理到算法和性能分析的每一个细节. 然后, 介绍了阶跃响应模型和脉冲响应模型的状态空间描述, 给出了与传统卷积描述的一致性. 据此, 遵循预测控制的三个步骤“预测系统未来动态-求解优化问题-解的第一个元素作用于系统”和“滚动时域、重复进行”机制推导了无约束的动态矩阵控制(DMC)和模型算法控制(MAC), 分析了闭环性能, 给出了闭环稳定性的分离原理. 然后, 依次讨论了时滞预测控制、约束预测控制、非线性预测控制, 以及稳定性和鲁棒性研究的最新进展. 最后, 介绍了基于滚动优化原理的滚动时域估计和基于现场可编程门阵列(FPGA)的预测控制器实现技术.

本书可作为高等学校自动化及相关专业教师、研究生和高年级本科生的教材或教学参考书, 也可供从事控制系统研发工作的科研人员和工程技术人员参考.

图书在版编目(CIP)数据

模型预测控制/陈虹著. —北京: 科学出版社, 2013
(系统与控制丛书)

ISBN 978-7-03-038143-9

I. ①模… II. ①陈… III. ①预测控制 IV. ①TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 150398 号

责任编辑: 姚庆爽 / 责任校对: 郑金红
责任印制: 张 倩 / 封面设计: 迷底书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

骏杰印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2013 年 7 月第 一 版 开本: B5(720 × 1000)

2013 年 7 月第一次印刷 印张: 26 1/2

字数: 526 000

定价: 108.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)



编者的话

我们生活在一个科学技术飞速发展的信息时代，诸如宇宙飞船、机器人、因特网、智能机器及汽车制造等高新技术对自动化提出了更高的要求。系统与控制理论也因此面临着更大的挑战。它必须要能够为设计高水平的物理或信息系统提供原理和方法，使得设计出的系统能感知并自动适应快速变化的环境。

为帮助系统控制专业的专家、工程师以及青年学生迎接这些挑战，科学出版社和中国自动化学会控制理论专业委员会合作，设立了《系统与控制丛书》的出版项目。丛书分中、英文两个系列，目的是出版一些具有创新思想的高质量著作，内容既可以是新的研究方向，也可以是至今仍然活跃的传统方向。研究生是本丛书的主要读者群，因此，我们强调内容的可读性和表述的清晰。我们希望丛书能达到这些目的，为此，期盼着大家的支持和奉献！

《系统与控制丛书》编委会

2007年4月1日

序

从 2002 年为研究生讲授“预测控制”课程的简单讲义到如今能交给出版社的书稿,整整十年过去了.期间的修改已无法计数.但预测控制是一个仍在发展的研究领域,持续不断的研究与探索必将带来新的认识和观点以及更优的结果.仅凭作者在“有限时域内”所做的工作难以概全和无误,望广大读者批评指正,更需要广大新生代研究者的“滚动优化”努力.

首先感谢吉林大学控制科学与工程专业 2003 年至今所有选修“预测控制”的研究生们,是他们陪伴着书稿的成长.

感谢我的学生们,他们为书稿付出了很多的心血:2005~2006 年马苗苗在我的备课笔记和她的听课笔记的基础上完成第一版讲课用的课件;2007 年王萍协助完成最初版本中第 3 章和第 4 章例子的选编,之后一直参与书稿的维护与更新;2012 年初于树友从德国学成回国后就协助组织了书稿第一个完整版本,同时协助撰写了第 1 章和第 5 章以及第 7 章;赵海艳协助撰写了第 8 章;许芳协助撰写了第 9 章;曲婷完成附录 A 的证明及第 3 章的整理;卢晓晖协助撰写了第 4 章和整理了参考文献;王菲协助整理了第 2 章;还有许多同学参与整理和阅读了书稿的章节,恕不一一列举.更可贵的是,尽管一遍又一遍的阅读和文字整理占用了他们的宝贵时间,但他们都无怨无悔地告诉我“老师,我们从中学到了不少东西呢”.

为师者,能和一届又一届的学生朋友们一起对工作持续不断的探索与优化,深感欣慰!希望我们的努力能对学科的发展和技术的进步有所贡献.

从 1992 年获得国家教委的资助去德国留学,二十年过去了,进入预测控制这个研究领域也二十年了;1997 年底回国后拿到的最初资助是国家自然科学基金和教育部优秀青年教师基金以及留学回国基金;之后又有国家杰出青年科学基金、国家自然科学基金、教育部、科技部和吉林省科技厅等对工作的持续支持,研究成果也极大地丰富了书稿内容,在此一并表示衷心的感谢!

最后也是最重要的,感谢我的家人,感谢你们的理解、支持与宽容!

掩卷回首,满怀感谢!

作者

2012 年 12 月 31 日于长春

目 录

编者的话

序

第 1 章 绪论	1
1.1 为什么出现预测控制	1
1.2 预测控制的基本原理	3
1.3 预测控制的基本特点	6
1.3.1 基于模型的预测	6
1.3.2 滚动优化	7
1.3.3 前馈 - 反馈控制结构	7
1.4 本书概貌	9
第 2 章 基于状态空间模型的预测控制	13
2.1 状态空间模型	13
2.2 预测方程	14
2.3 无约束预测控制	17
2.3.1 开环优化问题的数学描述	17
2.3.2 开环优化问题的求解	19
2.3.3 预测控制闭环解	21
2.4 无约束预测控制的闭环系统分析	22
2.4.1 稳定性分析	22
2.4.2 性能分析	23
2.5 基于估计的无约束预测控制	25
2.5.1 状态估计	25
2.5.2 预测控制及其闭环解	25
2.5.3 闭环系统分析	27
第 3 章 基于阶跃响应的无约束预测控制	31
3.1 SISO 阶跃响应模型的状态空间描述	31
3.1.1 稳定 SISO 系统的阶跃响应模型	31
3.1.2 与卷积单位阶跃响应模型的一致性	37
3.1.3 SISO 积分系统的阶跃响应模型	41
3.2 SISO 系统的动态矩阵控制 (DMC)	44

3.2.1	被控系统描述	44
3.2.2	状态估计	45
3.2.3	预测方程	47
3.2.4	DMC 算法及其控制律	49
3.2.5	闭环系统分析	51
3.3	SISO 时滞系统的动态矩阵控制	57
3.3.1	SISO 时滞系统的 DMC 算法	57
3.3.2	闭环系统分析	62
3.4	MIMO 系统的动态矩阵控制	70
3.4.1	阶跃响应模型的状态空间描述	70
3.4.2	状态估计	74
3.4.3	预测方程	75
3.4.4	MIMO-DMC 算法及其控制律	78
3.4.5	闭环系统分析	80
3.5	三容液位实验系统的预测控制	84
第 4 章	基于脉冲响应的无约束预测控制	88
4.1	SISO 脉冲响应模型的状态空间描述	88
4.1.1	稳定系统的脉冲响应模型	88
4.1.2	积分系统的脉冲响应模型	95
4.2	SISO 系统模型算法控制 (MAC)	98
4.2.1	被控系统描述	98
4.2.2	状态估计	99
4.2.3	预测方程	101
4.2.4	MAC 算法及其控制律	104
4.2.5	闭环系统分析	106
4.3	改进的 SISO 系统模型算法控制	111
4.3.1	被控系统描述	111
4.3.2	状态估计	111
4.3.3	预测方程	113
4.3.4	改进 MAC 算法及其控制律	116
4.3.5	闭环系统分析	119
4.4	MIMO 系统的模型算法控制	123
4.4.1	脉冲响应模型的状态空间描述	123
4.4.2	状态估计	125
4.4.3	预测方程	127

4.4.4	MIMO-MAC 算法及其控制律	130
4.4.5	闭环系统分析	133
第 5 章	线性系统约束预测控制	137
5.1	约束动态矩阵控制	138
5.1.1	约束优化问题描述	138
5.1.2	约束优化问题求解	142
5.1.3	约束 DMC 的闭环控制	148
5.2	约束模型算法控制	149
5.2.1	约束优化问题描述	149
5.2.2	约束优化问题求解	154
5.2.3	约束 MAC 的闭环控制	160
5.3	基于机理状态模型的约束预测控制	161
5.3.1	约束优化问题描述	161
5.3.2	约束优化问题求解	164
5.3.3	约束 MPC 的闭环控制	169
5.3.4	QP 问题的求解方法	170
5.4	约束预测控制的稳定性	171
5.4.1	闭环系统的非线性特性	171
5.4.2	离散系统的稳定性	173
5.4.3	最优性 \neq 稳定性	176
5.4.4	无限时域 MPC	176
5.4.5	无限预测时域和有限控制时域 MPC	179
5.4.6	终端等式 MPC	184
5.4.7	终端不等式 MPC	189
第 6 章	非线性预测控制	194
6.1	前言	194
6.2	优化问题的数学描述	199
6.2.1	基于离散时间模型	199
6.2.2	基于连续时间模型	201
6.3	非线性优化问题求解及闭环控制	204
6.4	二次型准无限时域预测控制	206
6.4.1	优化问题描述	206
6.4.2	计算终端域和终端惩罚	210
6.4.3	优化问题的可行性	214
6.4.4	渐近稳定性	216

6.4.5	数值例子	222
6.4.6	状态约束的可行	225
6.5	广义准无限时域非线性预测控制	226
6.5.1	优化问题描述	226
6.5.2	名义稳定性	229
6.5.3	优化解存在性的讨论	234
6.5.4	终端惩罚和终端域的讨论	235
6.5.5	特例: 精确反馈线性化系统	237
6.5.6	应用: 刚性机器人系统	240
6.6	离散时间系统非线性预测控制	245
6.6.1	问题描述	246
6.6.2	闭环系统的稳定性分析	248
6.6.3	基于二次型终端惩罚的准无限时域 NMPC 设计	251
6.6.4	三容系统的应用	253
6.7	注释和参考文献	256
第 7 章	鲁棒预测控制	258
7.1	前言	258
7.2	基于博弈论的约束非线性系统鲁棒 MPC	262
7.2.1	问题描述	262
7.2.2	Minimax 预测控制	264
7.2.3	闭环系统的鲁棒性	265
7.2.4	终端控制律和终端约束集	269
7.2.5	讨论	272
7.3	约束线性系统的滚动时域 \mathcal{H}_∞ 控制	272
7.3.1	预备知识	273
7.3.2	无约束 \mathcal{H}_∞ 控制和椭圆状态域	274
7.3.3	时域约束转换及约束 \mathcal{H}_∞ 控制	277
7.3.4	滚动时域 \mathcal{H}_∞ 控制算法	279
7.3.5	闭环系统性能分析	281
7.3.6	关于耗散约束	284
7.3.7	应用: 主动悬架控制	285
7.4	Minimax 问题的拉格朗日近似	289
7.5	约束不确定线性系统的滚动时域 \mathcal{H}_∞ 控制	293
7.5.1	LFT 不确定系统的约束 \mathcal{H}_∞ 控制	294
7.5.2	LFT 不确定系统的滚动时域 \mathcal{H}_∞ 控制	301

7.5.3	应用: 主动悬架控制	304
7.6	非线性系统的滚动时域 \mathcal{H}_∞ 跟踪控制	306
7.6.1	问题描述	306
7.6.2	滚动时域 \mathcal{H}_∞ 跟踪控制算法	308
7.6.3	闭环系统性能分析	313
7.6.4	改进的控制算法	315
7.6.5	应用: 轮式移动机器人轨迹跟踪控制	317
7.7	注释和参考文献	326
第 8 章	滚动时域估计	328
8.1	前言	328
8.2	滚动时域估计方法	330
8.2.1	从 MPC 到 MHE	330
8.2.2	从概率估计到 MHE	333
8.2.3	全信息 MHE 算法	335
8.2.4	有限时域 MHE 算法	337
8.2.5	特例: 线性无约束且 $N = 1$	340
8.2.6	近似 MHE 算法	346
8.3	数值例子	347
8.4	CSTR 的浓度估计	350
8.5	三容系统的液位估计	355
8.6	注释和参考文献	358
第 9 章	预测控制器的 FPGA 实现	360
9.1	引言	360
9.2	预测控制器研究现状	360
9.3	FPGA 和 SoPC 知识简介	361
9.4	约束线性 MPC 算法	363
9.5	对偶优化算法	366
9.6	MPC-FPGA 控制器实现方案	369
9.6.1	系统需求分析	370
9.6.2	SoPC 硬件系统设计	370
9.6.3	SoPC 软件系统设计	374
9.7	MPC-FPGA 控制器实时仿真实验平台	375
9.8	MPC 在电子节气门中的应用实例	376
9.8.1	计算性能分析	377
9.8.2	实时仿真实验	378

9.9 本章小结	379
参考文献	381
附录 A 特征根证明	393
A.1 $(I - K_I C)M_{ss}$ 的特征根	393
A.2 $(I - K_I C)M_{hs}$ 的特征根 I	397
A.3 $(I - K_I C)M_{hs}$ 的特征根 II	400
附录 B MPC 优化问题值函数的性质	405
B.1 离散时间 MPC 优化问题值函数的性质	405
B.2 连续时间 MPC 优化问题值函数的性质	407

第 1 章 绪 论

1.1 为什么出现预测控制

模型预测控制 (Model Predictive Control, MPC), 又称为滚动时域控制 (Moving Horizon Control, MHC)、后退时域控制 (Receding Horizon Control, RHC)、动态矩阵控制 (Dynamic Matrix Control, DMC) 和广义预测控制 (Generalized Predictive Control, GPC) 等, 是近年来被广泛讨论的一种反馈控制策略. 模型预测控制的机理可以描述为: 在每一采样时刻, 根据获得的当前测量信息, 在线求解一个有限时域开环优化问题, 并将得到的控制序列的第一个元素作用于被控对象. 在下一个采样时刻, 重复上述过程: 用新的测量值刷新优化问题并重新求解. 在线求解开环优化问题获得开环优化序列是模型预测控制和传统控制方法的主要区别, 因为后者通常是离线求解一个反馈控制律, 并将得到的反馈控制律一直作用于系统.

实际系统中存在各种各样的约束, 例如, 执行机构饱和是对控制输入的约束, 安全生产和环境保护要求某些变量 (温度, 压力和浓度等) 不超过阈值是对系统状态或输出的约束. 另外, 根据质量守恒以及能量 (动能, 势能和热能) 守恒等定理建立机械系统或者化工系统的动力学模型时, 往往会有一些源于机械空间约束或者相平衡关系和其他唯象热力学关系的代数方程^[1~3], 这些代数方程表示了对系统动力学的约束. 在系统控制设计时如果简单的忽略这些约束, 则可能导致实际系统的控制性能变差, 甚至不稳定^[4, 5]. 尽管存在一些可以在设计控制系统时有效处理约束的方法, 他们要么适宜某种特殊类型的系统, 要么适宜处理特殊形式的约束. 例如, 尽管设计的控制器比较保守, 线性矩阵不等式 (Linear Matrix Inequality, LMI) 仍然不失为处理约束线性系统控制的一种有效方法; anti-windup 是处理线性或者非线性系统控制输入饱和的一种有效方法. 由于在线求解的优化问题中很容易包括各种等式和不等式约束, MPC 是处理约束系统控制问题的最有效方法之一.

最优控制通常要求在允许控制集合中找到一个使目标函数最优的控制律或者控制序列. 线性二次最优控制 (Linear Quadratic Regulator, LQR) 是一种广泛讨论的最优控制方法. 无约束线性二次最优控制问题可以通过求解相应的代数 Riccati 方程或者 Riccati 代数不等式得到最优控制律. 对于非线性系统, 求取最优控制的问题被转化为求解对应的 Hamilton-Jacobi-Bellman 方程. 考虑到非线性或者约束的存在, 直接求解系统的 Hamilton-Jacobi-Bellman 方程来获得其精确解析解几乎是一个不可能完成的任务. 由于可以将求解最优控制问题转化为在线数值求解有约

束的优化问题,这大大地降低了计算的复杂度,因而 MPC 是处理约束系统最优控制的一种可行的方法。

因此,寻求一种能利用计算机的计算能力有效处理系统约束的优化控制算法促成了预测控制的产生与发展。可以这么说,预测控制起源于工业应用,起源于解决实际控制问题,并且是在工业界首先有成功应用后才有相应的理论研究。因而沿着已有的论文出版顺序并不能完全了解模型预测控制早期发展的轨迹。这里只是简要介绍几篇关于预测控制的早期文献,希望以此勾勒出模型预测控制的早期形态。

(1) **模型算法控制** (Model Algorithm Control, MAC) 或者是模型预测启发控制 (Model Predictive Heuristic Control) 是 Richalet 等^[6]于 1978 年提出的一种控制算法。但是实际上该算法的思想早在 20 世纪 60 年代末在法国工业企业的锅炉和蒸馏塔的控制中就已经得到了应用。该算法着眼于解决传统的 PID 控制无法解决的问题,约束处理和最优性能并非是算法设计时主要考虑的问题^[7]。算法具有概念直观和易于调节的优点。MAC 基于系统的脉冲响应,并且适用于渐近稳定的线性系统。MAC 算法在通用的性能指标下会出现静差,这是由于它以输入 u 作为控制量,本质上导致了比例性质的控制。

(2) **动态矩阵控制** (Dynamic Matrix Control, DMC)^[8]通过在线求解线性规划 (Linear Programming, LP) 或者二次规划 (Quadratic Programming, QP) 问题得到满足约束条件的最优性能。DMC 算法是一种基于对象阶跃响应的预测控制算法,它适用于渐近稳定的线性系统。对于弱非线性系统,由于系统在稳态工作点附近具有近似的线性特性,因而可以在稳态工作点处做单位阶跃响应实验,得到系统的单位阶跃响应模型。对于不稳定系统,可先用常规 PID 控制使其稳定,然后再使用 DMC 算法。DMC 算法比较简单、计算量较少、鲁棒性较强,可方便地应用于纯时滞的对象。DMC 算法以变化量 Δu 直接作为控制量,在控制中包含了数字积分环节,因而有无静差的控制性能^[9]。

(3) **广义预测控制**。Clarke 等在保持最小方差自校正控制原理的基础上,汲取 DMC 和 MAC 中的多步预测优化策略,提出了广义预测控制 (Generalized Prediction Control, GPC) 算法^[10]。GPC 是一种基于辨识被控过程参数模型且带有自适应机制的预测控制算法。参数模型的模型参数比非参数模型要少,因而减少了预测控制算法的计算量。同时,为了克服模型参数失配对预测准确性的影响,在基于参数模型的预测控制算法中,引进了自适应控制的在线递推算法估计模型参数,并用估计的参数更新原来的模型参数。由于将自适应控制与预测控制结合,能及时修正因过程参数慢时变所引起的预测误差,从而改善了系统的动态特性^[11]。

预测控制起源于工业界,意在解决 PID 控制不易解决的多变量约束优化控制问题。虽然从理论上说,鲁棒控制、最优控制和自适应控制也可以解决某一类这样的问题,但是这些方法或者要求系统的模型精度比较高,或者只能解决线性系统的

控制问题. 一方面, 严格意义上所有的系统都是非线性系统, 即使是线性系统, 由于约束的存在, 系统的动态也表现为非线性特性. 并且对于绝大多数的过程控制系统, 时滞是普遍存在的. 另一方面, 即使得到了精确的系统模型, 为了处理问题的方便, 或者为了系统控制器的可实现性, 我们也往往采用近似的系统模型. 作为一种基于模型的控制系统设计方法, 由于优化问题中的系统模型可以是描述系统动态行为的任意形式的模型, 因而从原理上讲模型预测控制可以处理时变或者非时变、线性或者非线性、有时滞或者无时滞的系统的约束最优控制问题. 这使得 MPC 成为一种适用范围非常广泛的方法.

1.2 预测控制的基本原理

我们以一个简单的给定值控制问题为例介绍预测控制的基本原理. 如图 1.1 所示, 在当前时刻 k , 我们从被控系统得到测量值 $y(k)$. 同时, 我们有一个可以预测系统未来动态的模型. 不计较模型的形式, 我们以熟悉的状态空间模型为例

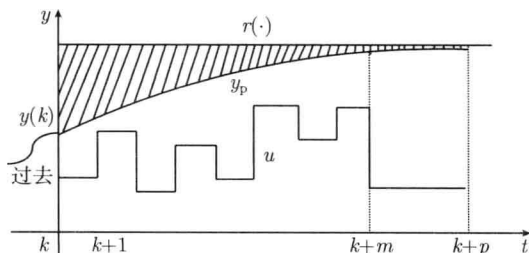


图 1.1 模型预测控制的基本原理

$$x(k+1) = f(x(k), u(k)), \quad x(0) = x_0, \quad (1.1a)$$

$$y(k) = h(x(k), u(k)), \quad (1.1b)$$

其中 $x(k) \in \mathbb{R}^n$, $u(k) \in \mathbb{R}^l$, $y(k) \in \mathbb{R}^q$ 分别表示 k 时刻系统的状态、控制输入和输出. 基于预测模型 (1.1), 我们可以计算 (也就是预测) 系统起始于 $y(k)$ 的未来一段时间内的输出, 记为

$$\{y_p(k+1|k), y_p(k+2|k), \dots, y_p(k+p|k)\},$$

其中 p 称为预测时域; 括号中的 $k+1|k$ 表示在当前时刻 k 预测 $k+1$ 时刻的输出, 依此类推. 以下也相同. 当然, 因为 (1.1a) 是差分方程, 计算时需要 $x(k)$ 作为预测状态的起点. 在已获得测量输出 $y(k)$ 的情况下, 可以构造状态观测器完成对状态 $x(k)$ 的估计. 这个问题完全依赖于选择什么样的模型作为预测模型, 暂不进一步讨

论. 重要的是, 预测输出的起点是测量值 $y(k)$. 另外, 预测动态系统未来输出时还需要预测时域内的控制输入 U_k ,

$$U_k \stackrel{\text{def}}{=} \{u(k|k), u(k+1|k), \dots, u(k+p-1|k)\}.$$

这正是我们将要求解的优化问题的独立变量.

我们的控制目标是使系统输出 $y(\cdot)$ 跟踪期望的输出, 通常称为参考输入

$$\{r(k+1), r(k+2), \dots, r(k+p)\},$$

同时满足系统的控制约束和输出约束

$$u_{\min} \leq u(k+i) \leq u_{\max}, \quad i \geq 0,$$

$$y_{\min} \leq y(k+i) \leq y_{\max}, \quad i \geq 0.$$

也就是说, 我们希望寻找最佳的控制输入使得预测的系统输出与期望的系统输出越接近越好, 即图 1.1 中的阴影部分的面积最小. 为此, 我们用预测输出与期望输出之间的累积误差定义一个最简单的优化目标函数如下:

$$J(y(k), U_k) = \sum_{i=k+1}^{k+p} (r(i) - y_p(i|k))^2.$$

那么, “寻找最佳控制输入” 的问题可以描述为如下的优化控制问题.

问题 1.1

$$\min_{U_k} J(y(k), U_k)$$

满足系统动力学方程 (1.1) 和

$$\text{控制约束} \quad u_{\min} \leq u(k+i|k) \leq u_{\max}, \quad i = 0, 1, \dots, p-1,$$

$$\text{输出约束} \quad y_{\min} \leq y(k+i|k) \leq y_{\max}, \quad i = 1, 2, \dots, p.$$

问题 1.1 有时也称为动态优化问题. 之所以冠于“动态”两字, 是因为优化问题中包含了系统动力学方程 (1.1), 即目标函数是一个沿着系统动态轨迹定义的代价, 约束条件也是对系统动态轨迹 (状态轨迹和输出轨迹) 的约束. 但是, 更多时候我们简称问题 1.1 为优化问题, 或者称为 MPC 的优化问题.

假设优化问题 1.1 有解, 并记 k 时刻的优化解为

$$U_k^* = \{u^*(k|k), u^*(k+1|k), \dots, u^*(k+p-1|k)\}.$$

显然, 从优化问题 1.1 的函数依赖关系知道 U_k^* 是当前测量值 $y(k)$ 的函数, 即

$$U_k^*(y(k)) = \arg \min_{U_k} J(y(k), U_k).$$

接下来的问题是我们是否可以将 U_k^* 的全部元素作用于系统呢? 答案是否定的. 其中的原因包括:

(1) 因为外部干扰 (external disturbances) 和模型失配 (model-plant mismatch) 的影响, 系统的预测输出和实际输出存在某种偏差. 如果测量值选取得当, 这个偏差在测量值 $y(\cdot)$ 中会有很好的表达. 而优化问题 1.1 的解 U_k^* 依赖于当前的测量值 $y(k)$. 也就是说, 如果将 U_k^* 全部作用于系统, $k+1$ 时刻之后的测量值将不能影响控制动作, 测量值中所包括的外部干扰或模型误差信息将得不到有效的利用. 由此可能导致系统性能变坏甚至是系统失稳.

(2) 一般情况下, 我们无法得到优化问题 1.1 解析解的表达式, 往往采用数值方法求解. 因此, 预测时域 p 一般是有限的, 也就是说, 即使将全部的 U_k^* 作用于系统, 我们也只有在有限时间区域 p 之内的控制量, 不能支撑控制系统的长期运行.

因此, 我们采取的策略是将 k 时刻优化解 U_k^* 的第一个分量 $u^*(k|k)$ 作用于系统, 并且在 $k+1$ 时刻, 以新得到的测量值 $y(k+1)$ 为初始条件重新预测系统未来输出并求解优化问题. 如图 1.1 所示, $k+1$ 时刻的预测时域仍为 p . 随着“当前时间”的向前推移 ($k \rightarrow \infty$), 预测时域也向前滚动, 这也是模型预测控制又名滚动时域控制 (Moving Horizon Control, MHC) 的由来.

因此, 预测控制的基本原理可以概括为: 在每个采样时刻用最新得到的测量值刷新优化问题 1.1, 并求解刷新后的优化问题, 将得到的优化解的第一个分量 $u^*(k|k)$ 作用于系统, 如此循环往复至永远即 $k \rightarrow \infty$. 换句话说, 预测控制算法包括三个步骤:

- (1) 预测系统未来动态;
- (2) (数值) 求解优化问题;
- (3) 将优化解的第一个元素 (或者说一部分) 作用于系统.

这三步是在每个采样时刻重复进行的, 且无论采用什么样的模型, 每个采样时刻得到的测量值都将作为预测系统未来动态的初始条件.

注 1.1 根据上述预测控制的基本原理, 需要在每个采样时刻在线求解优化问题 1.1. 因此, 数值求解优化问题的快速性一直是困扰预测控制应用的一个关键问题, 尤其是对于快速动态系统和嵌入式控制系统. 为了降低优化问题的独立变量数, 提高算法的快速性, 一个简单的方法是引入控制时域的概念. 如图 1.1 所示, 一般有控制时域不大于预测时域, 即 $m \leq p$. 如果选择控制时域小于预测时域, 即 $m < p$, 同时假设控制时域之外的控制量不变或满足一个给定的控制律, 则 m (而不是 p) 将决定优化问题的独立变量数. 当然, 这样做的代价是减少了优化的自由度.

注 1.2 优化问题 1.1 的独立变量 U_k 中元素是时间的函数, 因此, 从控制理论的角度我们称 1.1 是一个开环优化问题. 相对于寻求最优控制的闭环解, 数值求解这样的开环优化问题要简单得多. 预测控制的基本原理是在每个采样时刻在线

求解用最新测量值刷新的优化问题 1.1 并将解的第一个分量作用于系统. 而从函数依赖关系知道优化问题 1.1 的解是当前测量值的函数. 因此, 随着“当前时间”的向前推移, 我们有

$$\begin{aligned} k \text{ 时刻: } & \text{作用于系统的控制动作依赖于 } y(k) \\ k+1 \text{ 时刻: } & \text{作用于系统的控制动作依赖于 } y(k+1) \\ k+2 \text{ 时刻: } & \text{作用于系统的控制动作依赖于 } y(k+2) \\ & \vdots \end{aligned}$$

可见, 预测控制在线求解相对简单的开环优化问题, 通过滚动优化的机制得到最优控制的一个闭环解. 也许这个解不是最优的, 但应该有次优的特点.

1.3 预测控制的基本特点

自从 1978 年 Richalet 等提出模型算法控制 (MAC)^[6] 以来, 在预测控制“滚动时域优化”的思想框架下, 已经有了很多很多的算法. 虽然各类算法在预测模型的形式和优化问题的求解算法上存在诸多差异, 但他们的基本特点都是基于模型的预测、滚动优化和前馈-反馈的控制结构.

1.3.1 基于模型的预测

在预测控制算法中, 需要一个描述对象动态行为的模型. 这个模型的作用是预测系统未来的动态, 因此称为预测模型. 在英文文献中, 预测控制更多地称为模型预测控制. 预测控制也被称为基于模型的控制, 其原因即在于此. 但是, 我们应该强调的是模型在预测控制中的作用, 而不是模型的形式. 也就是说, 用于预测控制的模型应具有预测系统未来动态的功能, 即能够根据系统的当前信息和未来的控制输入, 预测其未来的输出值. 这里, 系统“未来的控制输入”正是用来改变系统的预测输出使之最大限度地接近期望输出的优化独立变量. 至于这个模型具有什么样的表达形式并不重要, 重要的是模型能基于当前测量值预测系统未来动态的功能. 因此, 预测模型通常包括:

- (1) 卷积模型, 包括
 - 阶跃响应模型;
 - 脉冲响应模型.
- (2) 机理模型, 包括
 - 状态空间模型;
 - 传递函数模型.
- (3) 模糊 (Fuzzy) 模型.