农林院校大学数学系列教材

# 高等数学

主编 刘迎洲 张庆国

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

农林院校大学数学系列教材

# 高等数学

**Gaodeng Shuxue**

主编　刘迎洲　张庆国

高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS　BEIJING

内容提要

本书根据教育部高等学校数学基础课程教学指导分委员会制定的“工科类本科数学基础课程教学基本要求”及教育部高等农林院校理科基础课程教学指导分委员会制定的“高等农林院校理科基础课程教学基本要求”，并参考教育部考试中心制定的“全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲”编写而成。

本书内容包括函数、极限与连续，一元函数微分学，微分中值定理与导数的应用，不定积分，定积分及其应用，多元函数微分学，二重积分，微分方程，无穷级数，数学模型简介等。

本书可作为高等农林院校非数学类专业学生的高等数学课程教材，也可作为全国硕士研究生入学统一考试的复习参考用书。

**图书在版编目(CIP)数据**

高等数学/刘迎洲，张庆国主编. -- 北京：高等教育出版社，2012. 8

ISBN 978-7-04-035553-6

Ⅰ. ①高… Ⅱ. ①刘…②张… Ⅲ. ①高等数学-高等学校-教材 Ⅳ. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 161792 号

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 策划编辑 | 杨 帆 | 责任编辑 | 杨 帆 | 特约编辑 | 徐 飞 | 封面设计 | 于文燕 |
| 版式设计 | 余 杨 | 插图绘制 | 尹文军 | 责任校对 | 杨雪莲 | 责任印制 | 刘思涵 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 出版发行 | 高等教育出版社 | 咨询电话 | 400-810-0598 |
| 社 址 | 北京市西城区德外大街4号 | 网 址 | http://www.hep.edu.cn |
| 邮政编码 | 100120 | | http://www.hep.com.cn |
| 印 刷 | 北京人卫印刷厂 | 网上订购 | http://www.landraco.com |
| 开 本 | 787 mm×960 mm 1/16 | | http://www.landraco.com.cn |
| 印 张 | 24.5 | 版 次 | 2012年8月第1版 |
| 字 数 | 440千字 | 印 次 | 2012年8月第1次印刷 |
| 购书热线 | 010-58581118 | 定 价 | 35.60元 |

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换



物 料 号 35553-00

# 农林院校大学数学系列教材
# 高等数学编委会


**主　编**　刘迎洲　张庆国

**副主编**　庹文利　位　刚　汪宏喜　徐　丽　杨小锋　曹宗宏

**参　编**　李　祯　薛　晓

# 总　序

为了更好地促进数学基础课程教学的发展，教育部高等学校数学基础课程教学指导分委员会制定了“工科类本科数学基础课程教学基本要求”。与此同时，教育部高等农林院校理科基础课程教学指导分委员会也制定了“高等农林院校理科基础课程教学基本要求”。郭满才、徐钊、刘迎洲、张庆国、欧阳安、卢恩双、宋世德等教授据此编写了全国高等农林院校系列教材《高等数学》、《线性代数》、《概率论与数理统计》和《数学实验》，由高等教育出版社出版。我在农林院校从事数学教育五十年，对这几本教材的出版感慨甚多，欣喜不已，并对高等教育出版社为农林院校数学教材的研讨、组织和出版所付出的努力表示衷心的感谢。

农林科学中的现象，常以大量、重复的形式出现，又受到多种外界环境和内在因素的随机干扰，因此，近代的农林领域的科学家们都把一个复杂的农林科学问题，借助数学模型转化成一个数学问题进行量化分析。郭满才等教授长期在农林院校从事数学教学，对农林应用数学的研究有多年的积累，深知未来农林科学成果的取得不仅取决于农林领域的科学家们的努力，亦取决于数学、物理学、化学、计算机技术的发展以及这些学科与农林科学的紧密结合。关于农林院校的数学教材和教学，编者们认为应训练学生的逻辑推理能力，应遵循严密性与直观性并重的原则，应加强培养学生应用数学的能力。郭满才教授曾谈到，应使农林专业的学生通过一些简单而典型的例子，学会将微积分、概率统计等多个数学分支有目的地应用到农林科学中去。为此目的，编者们除了在教材中选编有关应用例题外，还专门编写了与计算机相结合的实验教材，以开阔学生的视野，并在一定程度上满足农林科学进行定量分析的要求。

回首 1996 年，教育部卓有远见地推出了“高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划”，在这个机遇下，高等教育出版社出版了由我总主编的农林院校系列教材：《微积分》、《线性代数》、《概率论与应用数理统计》、《试验设计与分析》和《数学实验》，反映了当时我们对农林院校数学教学内容和课程体系的认识和实践。

如今，喜见郭满才教授等主编的四本教材付梓出版，欣然写此数语为序。

袁志发

2012 年 5 月

# 前　言

高等数学是高等院校农林类各专业的一门重要的基础课程。高等数学以微积分为其核心内容，微积分及其相关知识和方法是学生学习许多后续课程所必须具备的知识基础和方法论基础。高等数学在实际工作中的广泛应用性是其重要特征之一。

本书根据教育部高等学校数学基础课程教学指导分委员会制定的“工科类本科数学基础课程教学基本要求”及教育部高等农林院校理科基础课程教学指导分委员会制定的“高等农林院校理科基础课程教学基础要求”，并参考教育部考试中心制定的“全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲”编写而成。在编写过程中着重突出以下三个方面的特色：

1. 遵循严密性与直观性并重的原则。对概念以及定理的陈述尽量采用精确的语言和规范的数学符号，同时为了便于学生对概念、定理、方法的理解，又采用了直观化的方法加以解释，并选用了尽可能简单且具有典型性的例题。

2. 作为培养学生逻辑思维能力的一种重要手段，同时也为了使学生深入地理解和掌握基本原理和方法，我们给出了大多数定理(方法)的证明，略去了一些超出大纲要求或过于繁琐的定理(法则)的证明。

3. 为了培养学生应用数学的能力，我们除了在各个章节编写了许多应用性例题和练习题外，还编写了数学建模简介一章(第 10 章)，其中第一部分对数学模型的基本概念作了简要介绍，第二部分举例分析了 5 个比较典型的数学模型，所使用的方法都是本书中所介绍的微积分知识。数学建模简介一章可以作为本书前面各部分应用性内容的补充和延伸，有助于读者开阔视野，体验数学在解决实际问题中的价值和作用。同时也有助于学生理解数学建模的作用和意义，熟悉数学建模的一般方法和步骤.

本书在每一章的各节后面配置了大量的基本练习题，并在章后配置了具有一定难度或综合性的练习题，可供选用。书中标有“*”的部分，教师可根据学时等酌情选择讲授。

本书由西北农林科技大学、安徽农业大学合作编写。主编为刘迎洲(西北农林科技大学)、张庆国(安徽农业大学)，负责总体设计和修改定稿；副主编

为庹文利（西北农林科技大学）、位刚（西北农林科技大学）、汪宏喜（安徽农业大学）、徐丽（安徽农业大学）、杨小锋（西北农林科技大学）、曹宗宏（安徽农业大学），参加编写的还有李祯（西北农林科技大学）、薛晓（西北农林科技大学）。

西北农林科技大学王经民教授审阅了本书的全部稿件，提出了许多中肯的修改意见，特此表示衷心感谢。

由于编者水平有限，书中缺点和疏漏在所难免，敬请读者批评指正。

编　者

2012 年 2 月

# 目　录

第1章

# 函数、极限与连续

## 1.1 函数

高等数学研究的基本对象是定义在实数集上的函数，本节将复习中学数学中有关函数的概念，并作进一步讨论.

### 1.1.1 实数集的相关概念

在研究函数性质的过程中经常会涉及区间、邻域等概念.

**1. 区间和邻域**

区间和邻域是两种特殊的数集.

我们通常把由全体实数构成的集合记为 $\mathbf{R}$. $\mathbf{R}$ 具有稠密性，即 $\mathbf{R}$ 中的任何两个不相等的实数之间必有另一个实数. 实数集 $\mathbf{R}$ 与数轴上的点有着一一对应的关系(图 1-1)，所以通常我们把"实数 $a$"与"数轴上的点 $a$"看作具有相同的含义.

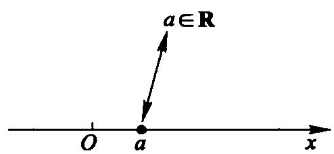


图 1-1

**区间的概念**

设 $a$，$b\in\mathbf{R}$，且 $a<b$，数集 $\{x|a<x<b\}$ 称为**开区间**，记为$(a,b)$，其中的 $a$ 和 $b$ 称为开区间$(a,b)$的**端点**；数集 $\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$ 称为**闭区间**，记为$[a,b]$；数集 $\{x|a\leqslant x<b\}$ 和 $\{x|a<x\leqslant b\}$ 都称为**半开半闭区间**，分别记为$[a,b)$和$(a,b]$. 以上这几类区间统称为**有限区间**，数 $b-a$ 称为这些区间的长度.

满足关系式 $x\geqslant a$ 的全体实数 $x$ 的集合记为$[a,+\infty)$，这里符号 $\infty$ 读作"无穷大"，符号 $+\infty$ 读作"正无穷大".

类似地，记集合

$$(-\infty,a]=\{x|x\leqslant a\},\ (a,+\infty)=\{x|x>a\},$$

$$(-\infty,a)=\{x|x<a\},\ (-\infty,+\infty)=\{x|-\infty<x<+\infty\}=\mathbf{R},$$

其中 $-\infty$ 读作"负无穷大". 以上这几个数集都称为**无限区间**. 有限区间和无限区间统称为**区间**.

**邻域的概念**

设 $a\in\mathbf{R}$，$\delta>0$，满足绝对值不等式 $|x-a|<\delta$ 的全体实数 $x$ 的集合称为**点 $a$ 的 $\delta$ 邻域**，记为 $U(a,\delta)$，即

$$U(a,\delta)=\{x\,|\,a-\delta<x<a+\delta\}=(a-\delta,a+\delta),$$

点 $a$ 称为这个**邻域的中心**，$\delta$ 称为这个**邻域的半径**．有时候在不强调邻域的半径的情况下，也把 $U(a,\delta)$ 简记为 $U(a)$．

**点 $a$ 的去心 $\delta$ 邻域**定义为

$$\mathring{U}(a,\delta)=\{x\,|\,0<|x-a|<\delta\},$$

它有时也可简单地记作 $\mathring{U}(a)$．

此外，有时也会用到以下几种邻域：

**点 $a$ 的 $\delta$ 右邻域**

$$U_{+}(a,\delta)=[a,a+\delta)$$

**和点 $a$ 的 $\delta$ 左邻域**

$$U_{-}(a,\delta)=(a-\delta,a],$$

有时这两种邻域也被简记为 $U_{+}(a)$ 和 $U_{-}(a)$．同样也可以定义**点 $a$ 的去心 $\delta$ 右邻域**

$$\mathring{U}_{+}(a,\delta)=(a,a+\delta)$$

**和点 $a$ 的去心 $\delta$ 左邻域**

$$\mathring{U}_{-}(a,\delta)=(a-\delta,a),$$

有时也简记为 $\mathring{U}_{+}(a)$ 和 $\mathring{U}_{-}(a)$．

**2. 有界数集**

设 $D$ 为 $\mathbf{R}$ 中的一个子集合，如果存在正数 $M$，使得对于一切的 $x\in D$，都有 $|x|\leqslant M$，则称 $D$ 为**有界集**，正数 $M$ 称为 $D$ 的**一个界**．如果 $D$ 不是有界集，则称 $D$ 为**无界集**．

设 $D$ 为 $\mathbf{R}$ 中的一个子集合，如果存在数 $M$(或 $L$)，使得对于一切的 $x\in D$，都有 $x\leqslant M(x\geqslant L)$，则称 $D$ 为**有上界(下界)的数集**，数 $M$(或 $L$)称为 $D$ 的一个**上界(下界)**．

显然，有界集一定是既有上界又有下界的数集，而既有上界又有下界的数集一定是有界集．

## 1.1.2　函数的概念

**1. 函数的定义**

**定义**　设 $D$ 为一非空实数集，如果有对应法则 $f$，使得对 $D$ 中的每个数 $x$，