



東北人民政府教育部編譯

高級中學教科書

代數學

東北人民出版社出版

1 9 5 1

東北人民政府教育部編譯

高級中學教科書

代 數 學

二年級用

東北人民出版社出版

1 9 5 1

高中代數

編譯者：東北人民政府教育部

出版者：東北人民出版社

發行者：新華書店東北總分店

印刷者：新華印刷廠

初版 12,510 (長) 1951. 2.

再版 1,900 (長) 1951. 4.

三版 9,450 (長) 1951. 8.

定價：6,800 元

出版者聲明

這一套中學自然科學教科書，包括算術、代數、平面幾何、物理、化學、動物、植物、人體解剖生理學等，是根據蘇聯十年制中學的教科書翻譯的。爲了適合我國的情況，在校閱時作了必要的修改，所以說是編譯。

這套教科書的初中用部分於一九四九年下半年匆匆編譯，一九五〇年起在東北各地中學試用。由於時間和人力的不足，發生了不少錯誤與不妥之處。一九五〇年下半年，我們一面修改了初中用書，一面又編譯出版了高中用的一部分。時間和人力仍然很受限制，在校閱時仍然感到很多地方不能趕上原書的精彩，特別是在理論與實際結合一方面。

我們希望，各地教師同志和別的同志們，指正我們的錯誤，提供我們進一步修改的要點，幫助我們來把這套教科書修訂得更好。

東北人民政府教育部編審處

一九五〇年十二月

目 錄

第一章 無理式及無理方程式	(1)
I 乘 方	(1)
1. 乘方法	(1)
2. 負數的乘方	(1)
3. 單項式的乘方	(1)
II 多項式的平方	(3)
4. 求公式	(3)
5. 展開式的符號	(4)
III 無理數的概念	(5)
6. 可公度與不可公度的線段	(5)
7. 線段度量與小數關係	(5)
8. 無理數與其近似值	(7)
9. 無理數比較。實數	(8)
10. 無理數的運算	(9)
11. 開方	(10)
12. 任意次的近似方根	(11)
IV 無理式的運算	(13)
13. 有理式與無理式	(13)
14. 根式的性質	(13)
15. 乘積、乘方、分式的開方	(14)
16. 根式化簡	(15)
17. 同類根式	(17)

18. 無理單項式的運算	(18)
19. 無理多項式的運算	(22)
20. 化去分母的根號	(22)
V 無理方程式	(26)
21. 問 題	(26)
22. 增 根	(27)
23. 含有兩個二次方根的方程式解法	(28)
第二章 函數及其圖形	(29)
I 函 數	(29)
24. 定量與變量	(29)
25. 變數與函數	(30)
26. 函數關係的三種表示法	(31)
27. 坐標法	(34)
28. 平面上點的位置	(36)
II 正比與反比	(38)
29. 正 比	(38)
30. 正比的一般定義	(39)
31. 反 比	(39)
32. 反比的一般定義	(41)
33. 正比的直線圖形	(42)
34. 在比例常數變化的情形下，直線圖形的變化	(44)
35. 反比的圖形	(45)
III 直線函數	(48)
36. 一次二項式	(48)
37. 一次二項式的圖解	(49)
38. 隨 x 的變化，二項式 $y=kx+b$ 的變化	(51)
39. 直線函數的特例	(52)

40. 由二點作直線 $y=kx+b$	(53)
第三章 二次函數	(56)
I 二次方程式的根和解法	(56)
41. 二次方程式的求根公式	(56)
42. 判別式	(56)
43. 二次方程式的根與係數關係 (韋達定理)	(57)
44. 二次三項式	(59)
45. 二次三項式的因式分解	(60)
II 二次函數的圖解	(64)
46. 函數 $y=x^2$ 的圖形	(64)
47. 函數 $y=ax^2$ 的圖形	(65)
48. 函數 $y=a \cdot 2^x+b$ 的圖形	(67)
49. 二次三項式的圖形	(68)
50. 二次方程式的圖解法	(72)
51. 四次方程式	(75)
52. 能分解因式的方程式	(77)
53. 二項方程式	(78)
54. 三次二項方程式的根	(79)
55. 方根의 各種數值	(79)
56. 三項方程式	(81)
III 二次聯立方程式	(82)
57. 含有數個未知數的方程式的次數	(82)
58. 二元二次方程式的一般形式	(83)
59. 二元二次與二元一次的聯立方程式	(83)
60. 特殊解法	(84)
61. 二次聯立方程式	(87)
62. 二次聯立方程式的圖解	(89)

第四章 不等式	(93)
I 一次不等式	(93)
63. 引 言	(93)
64. 不等式的基本性質	(93)
65. 含有文字的不等式	(95)
66. 同解不等式	(95)
67. 定理 1.	(95)
68. 定理 2.	(96)
69. 定理 3.	(97)
70. 不等式的證法	(99)
71. 一元一次不等式的解法	(99)
72. 一元一次聯立不等式	(100)
第五章 級 數	(102)
I 等差級數	(102)
73. 引 言	(102)
74. 定 義	(103)
75. 等差級數的一般項公式	(103)
76. 等差級數的求和公式	(105)
77. 公式應用	(107)
78. 自然數平方和的公式	(108)
II 等比級數	(110)
79. 引 言	(110)
80. 定 義	(111)
81. 等差級數與等比級數的比較	(112)
82. 等比級數的一般項公式	(113)
83. 等比級數的求和公式	(115)
84. 公式應用	(116)

III 無限級數	(118)
85. 無限級數的幾個性質	(118)
86. 極限的概念	(120)
87. 遞降無限等比級數的求和公式	(122)
88. 應用無限等比級數化循環小數爲分數	(123)
第六章 指數的一般概念	(127)
I 整指數	(127)
89. 正整指數的法則	(127)
90. 零指數	(128)
91. 負整指數	(128)
92. 負指數的運算	(129)
II 分指數	(131)
93. 分指數的意義	(131)
94. 分指數的基本性質	(132)
95. 分指數的運算	(132)
96. 分指數的例題	(134)
III 無理指數	(135)
97. 無理指數的意義	(135)
VI 指數函數	(136)
98. 定 義	(136)
99. 指數函數的性質	(137)
100. 指數函數的圖形	(140)
第七章 對 數	(144)
I 對數的一般性質	(144)
101. 乘方的兩種逆運算	(144)
102. 對數定義	(145)
103. 對數函數及其圖形	(146)

104. 對數的基本性質	(148)
105. 對數表的實際意義	(151)
106. 乘積、商數、乘方、方根的對數	(153)
107. 代數式的對數	(155)
108. 注 意	(156)
II 十進對數的性質	(157)
109. 十進對數的性質	(157)
110. 推 論	(161)
III 對數表的構造和應用	(163)
111. 對數的種類	(163)
112. 負對數的變形	(163)
113. 四位對數表及其使用法	(164)
114. 內插法(一)	(166)
115. 反對數表	(167)
116. 內插法(二)	(169)
117. 含有負首數的對數之運算	(169)
118. 變對數減法爲加法	(170)
119. 例 題	(171)
120. 五位對數表的應用	(175)
IV 指數方程式及對數方程式	(176)
121. 方程式之例題	(176)
122. 複利公式	(177)
第八章 方程式討論	(181)
I 一元一次方程式討論	(181)
123. 方程式討論的意義	(181)
124. 一元一次方程式的一般形式	(181)
125. 正 解	(181)

126. 負 解	(182)
127. 零 解	(183)
128. 方程式無解的情形	(184)
129. $\frac{m}{0} = \pm \infty$ 的意義	(185)
130. § 128 的補充	(185)
131. 不定解	(186)
132. 方程式 $ax = b$ 的圖解	(187)
二元一次聯立方程式討論	(189)
133. 求解公式	(189)
134. 討 論	(189)
III 二次方程式討論	(191)
135. 求根公式討論	(191)
136. 關於兩個光源的問題	(193)
第九章 虛數及複數	(197)
137. 虛 數	(197)
138. 複 數	(197)
139. 複數的運算	(198)
140. 複數的幾何表示	(202)
a. 複數的三角函數式	(203)
6. 複數的三角函數式之運算	(209)
第十章 關於代數方程式的概念	(221)
141. 剩餘定理	(221)
142. 二項式 $x^m \mp a^m$ 能被 $x \mp a$ 整除的條件	(223)
143. $x^m \mp a^m$ 除以 $x \mp a$ 時的商數	(224)
144. 代數方程式的一般式	(225)
145. 代數方程式的幾個性質	(225)

第十一章 不定方程式	(229)
146. 引 言	(229)
147. 不定方程式不能有整數解的特徵	(230)
148. 不定方程式不能有正解的特徵	(231)
149. 不定方程式的求解公式	(231)
150. 代入法	(233)
151. 不定方程式的特殊形式	(235)
152. 不定方程式的一般解法	(235)
153. 不定方程式解法的化簡	(229)
154. 正 解	(242)
第十二章 排列、組合及二項式定理	(248)
I 排列、組合	(248)
155. 定 義	(248)
156. 由 m 個元素中取 n 個的排列	(248)
157. 例 題	(251)
158. m 個元素的排列	(251)
159. 例 題	(252)
160. 組 合	(252)
161. 求組合數的另一公式	(254)
162. 組合的性質	(254)
II 二項式定理	(256)
163. 僅第二項有區別的二項式之連乘積	(256)
164. 二項式定理公式	(258)
165. 二項式定理公式的性質	(259)
166. 二項式公式對多項式的應用	(263)
補 充	
I 連分數	(263)

167. 連分數定義	(265)
168. 化連分數爲一般分數	(266)
169. 化一般分數爲連分數	(266)
170. 近似分數	(269)
171. 近似分數的組成法則	(270)
172. 定理 1	(273)
173. 定理 2	(275)
174. 定理 3	(278)
175. 分數的近似值	(279)
176. 求平方根	(280)
177. 解不定方程式	(283)
178. 對數計算	(285)
II* 極 限	(286)
179. 定 義	(286)
180. 無限小的幾個性質	(288)
181. 極限的性質	(290)
二次三項式的討論 二次不等式	(296)
182. 問 題	(296)
183. 有相異實根的二次三項式	(297)
184. 有等根的二次三項式	(305)
185. 有虛根的二次三項式	(308)
186. 一般結論	(312)
187. 二次不等式	(316)
答 案	(324)

第一章

無理式及無理方程式

I 乘方

1. 乘方法。在初中代數裏我們已學過，乘方是若干個相同數（此數叫做底或底數）的連乘積。如 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$ ； $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = (-3)^4 = 81$ ；

$$a \cdot a \cdot a = a^3.$$

一般的， $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n\text{個}} = a^n$ 。

2. 負數的乘方。相同的負數連乘，如其個數為偶數時，則乘積為正數；反之，如其個數為奇數時，則乘積為負數。這個方法叫做負數乘方法則（初中代數 § 30），敘述如下：

負數的偶次方得正數，奇次方得負數。

例如： $(-2)^2 = 4$ ； $(-2)^6 = 64$ ；

$$(-5)^4 = 625$$
； $(-2)^5 = -32$ ；

$$(-2)^7 = -128$$
； $(-5)^5 = -3125$ ，等等。

3. 單項式的乘方。我們在初中代數裏已學過單項式的平方與立方的法則。現在我們用同樣的方法來求出單項式的任何次乘方的法則。

a) 求乘積 abc 的 n 次乘方，應用乘法法則，得

$$\begin{aligned}
 (abc)^n &= \underbrace{(abc) \cdot (abc) \cdot (abc) \cdots (abc)}_{n \text{ 個}} \\
 &= abc \cdot abc \cdots abc \\
 &= \underbrace{(a \cdot a \cdots a)}_{n \text{ 個}} \cdot \underbrace{(b \cdot b \cdots b)}_{n \text{ 個}} \cdot \underbrace{(c \cdot c \cdots c)}_{n \text{ 個}} \\
 &= a^n b^n c^n.
 \end{aligned}$$

求乘積的乘方，則先求每個乘數的乘方，然後連乘之。

6) 同法可以求分式 $\frac{a}{b}$ 的乘方：

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdots \frac{a}{b}}_{n \text{ 個}} = \frac{a \cdot a \cdots a}{b \cdot b \cdots b} = \frac{a^n}{b^n}.$$

求分式的乘方，則先求分子與分母的各自乘方，然後用分母的乘方除分子的乘方。

B) 如求 a^m 的 n 次乘方，則得

$$\begin{aligned}
 (a^m)^n &= \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot a^m \cdots a^m}_{n \text{ 個}} \\
 &= a^{m+m+m+\cdots+m} \\
 &= a^{mn}.
 \end{aligned}$$

求冪數的任何次乘方，則須將原冪指數乘以乘方次數。

r) 現在取任意一單項式，如 $2a^2b^3$ ，求這單項式的 n 次乘方。用以上法則，可得

$$(2a^2b^3)^n = 2^n a^{2n} b^{3n}.$$

求帶有係數及指數的單項式的乘方，須求係數的乘方，而各文字的指數則與乘方次數相乘。

習 題

求下列乘方：

1. $(-3)^5$; $(-7)^3$; $(-4)^4$; $(-10)^6$; $(-0.1)^8$.

2. $(2a^2b)^3$; $(-2a^3b^2)^3$; $(-5a^4b^2c)^4$.

3. $\left(\frac{x^2y}{z^3}\right)^4$; $\left(-\frac{3ab^3}{2c^2}\right)^3$; $\left(-\frac{0.2a^3bc}{d^2}\right)^6$.

II 多項式的平方

4. 求公式. 由公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ，我們能求三項式 $a+b+c$ 的平方，把它看作是二項式 $(a+b)+c$ ，則得

$$\begin{aligned} [(a+b)+c]^2 &= (a+b)^2 + 2(a+b) \cdot c + c^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 + 2(a+b) \cdot c + c^2. \end{aligned}$$

故知求三項式 $a+b+c$ 的平方，是先求出前兩項和的平方，再加上兩個新項：1) 二倍前兩項的和乘第三項及 2) 第三項的平方。

求四項式 $a+b+c+d$ 的平方，把 $a+b+c$ 看作一項，則得

$$\begin{aligned} [(a+b+c)+d]^2 &= (a+b+c)^2 + 2(a+b+c) \cdot d \\ &\quad + d^2. \end{aligned}$$

上邊已經求得 $(a+b+c)^2$ 的展開式，把它代入，可得

$$(a+b+c+d)^2 = a^2 + 2ab + b^2 + 2(a+b) \cdot c + c^2$$

$$+2(a+b+c) \cdot d + d^2.$$

由上述二例可知，在已經求得平方的多項式上再加一新項而後平方時，則在其展開式中又增加兩個新項：1) 二倍前幾項的和乘以新項及 2) 新項的平方。很明顯，這樣在已經求得平方的二項式上加一新項，我們能寫出三項式的平方，同樣能寫出四項式、五項式以及五項以上的多項式的平方，而每次只是增加兩個新項，故得：

多項式的平方等於第一項的平方加上二倍第一項乘第二項，加上第二項的平方，加上二倍前兩項的和乘第三項，加上第三項的平方，加上二倍前三項的和乘第四項，加上第四項的平方，等等。

當然，多項式中也可能有負項。

如把最後等式中的括號脫去並加整理，得

$$\begin{aligned}(a+b+c+d)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac \\ &\quad + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd.\end{aligned}$$

由此歸納成法則：

多項式的平方等於其各項平方之和加上每兩項乘積的二倍。

5. 展開式的符號。由前節的最後得式可以推出，各平方項皆為正號，而每兩項乘積二倍的符號，則視該兩項的符號而定，同號時為正，異號時為負。例如：

$$\begin{aligned}(3x^2 - 2x + 1)^2 &= (3x^2)^2 + 2(3x^2)(-2x) + (-2x)^2 \\ &\quad + 2(3x^2 - 2x) \cdot 1 + 1^2 \\ &= 9x^4 - 12x^3 + 4x^2 + 6x^2 - 4x + 1 \\ &= 9x^4 - 12x^3 + 10x^2 - 4x + 1.\end{aligned}$$