

职工文化补课辅导读物

中学数学系列练习(五)

三角与高中几何

张世魁 主编 邵玉珍 励运赐 马骏 编著

地质出版社

职工文化补课辅导读物

中学数学系列练习(五)

三角与高中几何

张世魁 主编 邵玉珍 马 骏 编著
励运赐

地质出版社

职工文化补课辅导读物
中学数学系列练习(五)

三角与高中几何

张世魁 主编 邵玉珍 马骏 编著
励运赐

责任编辑: 赵薇
地质出版社出版

(北京 西四)
北京印刷一厂印刷

(北京海淀区学院路29号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

开本: $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ 印张: $15\frac{3}{16}$ 字数: 332,000

1984年9月北京第一版·1984年9月北京第一次印刷

印数: 1—126,230册 定价: 1.70元

统一书号: 7038·新144

前 言

发展国民经济，实现四化建设，必须依靠科学技术的进步；而推动科学技术进步，首先要有大批的人才。这就必须把智力开发提到现代化建设的重要地位，大力发展包括职工教育在内的各类教育事业，普遍提高干部和职工队伍的素质，提高他们的政治、文化、技术和管理水平。

目前，举国上下都十分重视智力开发问题，各地广开办学路，采取多种形式办学，各类职工学校和培训班迅速发展起来，广大职工自学互帮，学文化，钻技术，蔚然成风，职工教育出现了前所未有的新形势。

青壮年职工是九十年代经济建设的主力军，他们的文化技术培训更是当务之急。为了适应广大青壮年职工进行中学文化补课的急需，使他们能利用业余时间，通过自学尽快掌握中学各门课程，达到高中文化程度，在条件允许的情况下参加电大、职大、函大等各类职工大学的入学考试，或通过自学达到大专文化水平，我们特组织编写了这套“职工文化补课辅导读物”，这套读物共包括七门基础课，编为十四个分册：

中学数学系列练习(一)初中代数

中学数学系列练习(二)平面几何

中学数学系列练习(三)初中数学自我测验题

中学数学系列练习(四)高中代数

中学数学系列练习(五)三角与高中几何

中学数学系列练习(六)高中数学自我测验题

中学语文自学读本(上册)

中学语文自学读本(下册)

中学物理自学指导

中学化学自学指导

中学历史自学读本(上册)中国历史部分

中学历史自学读本(下册)世界历史部分

中学地理自学读本

中学政治自学读本

这套辅导读物是根据教育部有关职工文化补课的规定和1983年“北京市职工文化课各科复习提要”的要求，并参照中学统编教材编写的。在编写过程中，编者充分考虑到青壮年职工负担重、时间紧、底子薄和自学为主的实际情况，尤其考虑到地质、石油、煤炭、冶金、铁路等系统，以及其他从事野外、流动分散工作或没有条件脱产学习的广大职工的需要，“辅导读物”自始至终贯穿了“寓讲于练”、“讲练结合”和“少而精”的指导思想，力求充分启发读者的自学潜力，探索出一条辅导自学成才的路子。理科各分册均按照知识系统划分单元，每个单元包括有概念提示或学习指导，并配以适量的精选系列练习，每组练习集中解决一两个概念和原理问题，练习前有说明，后有小结，最后附有答案或解题思路。此外，还有供读者系统复习的专题自我测验题和综合测验题。文科各册除讲述基本知识外，还配有课文提示或内容要点，分课练习、单元练习或专题复习提纲，以及阶段测验和参考答案。因此，这套辅导读物是符合成人自学的特点的，可以收到事半功倍的效果。

参加这套读物编写工作的，都是有丰富教学经验的职工教育工作者和中学教师，他们十分了解职工文化补课的要求

和成人教育的特点，在选材、叙述、体例、进度等方面都兼顾到职工个人自学和集中讲课的两种需要；同时，讲解简明扼要，行文通俗易懂。因此，这套辅导读物既可作为职工文化补课的自学读本，又可作为职工文化补课班的教材或辅导材料。

本册书包括三部分内容：三角函数、立体几何和平面解析几何。其中每部分内容均依照知识的系统性，按章、节编入学习指导和一定量的练习。练习中，特别注重了自学者对数学概念的掌握和基本计算的训练，每章的最后一节，还配有关于本章内容的综合性练习题，自学者若能比较顺利、正确地完成这些练习，则可以说基本上掌握了职工高中文化补课所要求的这部分知识。

我们衷心希望这套“职工文化补课辅导读物”能够帮助青壮年职工提高文化水平，帮助他们顺利地通过中学文化补课，并为接受高等教育打下良好的基础。请读者将使用这套读物时所发现的问题和对本套读物的改进意见，及时告诉我们，以利我们进一步做好这方面的工作。

柯 普

1984年4月

目 录

平 面 三 角

第一章 任意角三角函数	1
一、任意角三角函数定义	1
二、三角函数值的变化	7
三、同角三角函数间的关系	13
四、三角恒等式的证明	21
五、诱导公式(一)	23
六、诱导公式(二)	34
七、三角函数的性质(一)	42
八、三角函数的性质(二)	48
九、本章小结	52
本章练习参考答案与提示	56
第二章 三角恒等变形	68
一、两角和、差的三角函数	68
二、倍角及半角公式	74
三、积与和、差的互化	79
四、三角恒等式的证明(一)	86
五、三角恒等式的证明(二)	92
六、三角恒等式的证明(三)	97
七、三角恒等式的证明(四)	101
八、三角函数的极值	107

九、本章小结	112
本章练习参考答案与提示	117
第三章 反三角函数	130
一、反三角函数	130
二、反三角函数的运算(一)	134
三、反三角函数的运算(二)	139
四、本章小结	142
本章练习参考答案与提示	145
第四章 三角方程	149
一、最基本的三角方程	149
二、三角方程的解法(一)	154
三、三角方程的解法(二)	159
四、本章小结	164
本章练习参考答案与提示	169
第五章 解三角形	175
一、三角形的解法	175
二、三角形中的三角函数式	180
三、本章小结	185
本章练习参考答案与提示	188

立 体 几 何

第一章 直线和平面	195
一、平面	195
二、空间二直线的相关位置	201
三、直线和平面的位置关系	207
四、平面和平面的相互位置	216
五、二面角和多面角	222

六、本章小结	226
本章练习参考答案与提示	234
第二章 多面体和旋转体	253
一、柱体	253
二、锥体	259
三、台体	263
四、球	268
五、本章小结	274
本章练习参考答案与提示	279

平面解析几何

第一章 直角坐标系 曲线和方程	295
一、有向线段 平面直角坐标系	296
二、两点间的距离 线段的定比分点	301
三、直线的倾角和斜率 两条直线的夹角	308
四、曲线和方程	312
五、充要条件	313
六、本章小结	328
本章练习参考答案与提示	329
第二章 直线和圆	336
一、直线方程的各种形式	337
二、两条直线的位置关系 点到直线的距离	344
三、几种常见的直线系方程	351
四、圆的方程	354
五、圆和直线的位置关系 圆和圆的位置 关系 圆系	360
六、本章小结	368

本章练习参考答案与提示	378
第三章 二次曲线	385
一、椭圆	385
二、双曲线	393
三、抛物线	400
四、圆锥曲线和它的切线	408
五、坐标轴的平移	417
六、坐标轴的旋转	423
七、本章小结	430
本章练习参考答案与提示	440
第四章 极坐标 参数方程	451
一、极坐标	451
二、参数方程	458
三、本章小结	463
本章练习参考答案与提示	472

平面三角

第一章 任意角三角函数

一、任意角三角函数定义

学习指导

角的度量单位如何选法，视用途而异。弧度制是一种方便单位。许多三角函数的公式，在弧度制中可以取得比较简单的形式。当角采用弧度制时，任何一个角的大小都可以用一个实数来表示。这在研究三角函数的性质时，就显得十分方便。因此，对角度制与弧度制的互化及任意角三角函数定义必须学好、练熟。

任意角的三角函数，是一个由角的集合到一个比值集合间的单值对应。应注意，不是一一对应。

还应注意，在直角坐标系中，把角的顶点放在原点，角的始边和 x 轴正向重合，则终边落在第几象限就叫第几象限角。当终边落在轴上时，不属于任何象限角，一般称其为特殊角。

系列练习一

1. 射线 OA 绕其端点 O ,按逆时针方向旋转到 OB ,则所得到的角 AOB 为正角;若按顺时针方向旋转,所得到的角 AOB 为负角. OA 叫做角的始边, OB 叫做角的终边.

2. 和角 α 终边相同的角是 $2k\pi + \alpha, k \in \mathbb{Z}$

3. 若 $\alpha = -135^\circ$,则和 α 终边相同的角是或 $360^\circ k + 225^\circ$

4. 如果 $105^\circ, -75^\circ, 465^\circ, -615^\circ, 285^\circ$ 角有相同的始边,那末 -75° 和 285° 以及 -615° 和 105° 有相同的终边.

5. 把与 $-\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, -\frac{50\pi}{3}$ 的角的终边相同的角写成 $2k\pi + \alpha$ 的形式,且使 $0 \leq \alpha < 2\pi$.

答:它们分别可表示为: $2k\pi + \frac{3\pi}{2}$, $2k\pi + \frac{1}{2}\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

6. 用一般形式 $2k\pi + \alpha$ 或 $360^\circ \cdot n + \alpha$ 写出和下列各角终边相同的一切角($0 < \alpha < 2\pi$ 或 $0^\circ < \alpha < 360^\circ$):

$$60^\circ; 135^\circ; -1000^\circ; -\frac{3\pi}{2}; \frac{4}{3}\pi; 216^\circ; \frac{8\pi}{3}; -\frac{3\pi}{4}.$$

答:它们分别可表示为:_____.

7. 把同圆上等于半径的长的弧叫做含有1弧度的弧,而1弧度的弧所对的圆心角叫做1弧度的角.

8. 填出下列各表:

弧度	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π
角度	0	30°	45°	60°	90°	180°	360°

弧度			$\frac{7}{6}\pi$	$\frac{5}{4}\pi$			$\frac{11}{6}\pi$
角度	135°	150°			300°	315°	

9. $1^\circ = \frac{1}{180}\pi$ 弧度 ≈ 0.017 弧度, $44.8'$
 1 弧度 $= \frac{180}{\pi}$ 度 ≈ 57.3 度 n 分 s 秒.

10. 把 $\frac{3}{5}\pi$ 弧度, $\frac{7}{4}\pi$ 弧度, $-\frac{5}{6}\pi$ 弧度化为度.

解: $\frac{3}{5}\pi$ 弧度 $= \frac{180^\circ}{\pi} \times \frac{3\pi}{5} = \underline{\quad\quad\quad}$,
 $\frac{7}{4}\pi$ 弧度 $= \underline{\frac{7\pi}{4}} = \underline{\frac{7 \times 180^\circ}{4}} = \underline{315^\circ}$,
 $-\frac{5}{6}\pi$ 弧度 $= \underline{\quad\quad\quad} = \underline{\quad\quad\quad}$.

11. 把 120° , 240° , $18^\circ 20'$ 化为弧度.

解: $120^\circ = \frac{\pi}{180}$ 弧度 $\times 120 = \underline{\quad\quad\quad}$,
 $240^\circ = \underline{\frac{240}{180}\pi} = \underline{\frac{4}{3}\pi}$, $\pi + \frac{\pi}{3}$
 $18^\circ 20' \approx \underline{\quad\quad\quad} \approx 0.3199$ 弧度.

12. 把 $\frac{3}{8}\pi$ 弧度, $\frac{\pi+1}{6}$ 弧度, 2.8 弧度化为度.

答: $\frac{3}{8}\pi = \underline{\quad\quad\quad}$, $\frac{\pi+1}{6} \approx \underline{\quad\quad\quad}$,
 $2.8 \approx \underline{\quad\quad\quad}$.

13. 把 990° , $22^\circ 30'$, $125^\circ 23' 19''$ 化为弧度.

答: $990^\circ \approx \underline{\quad\quad\quad}$, $22^\circ 30' = \underline{\quad\quad\quad}$,
 $125^\circ 23' 19'' \approx \underline{\quad\quad\quad}$.

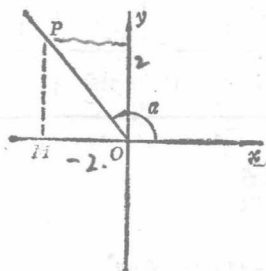


图 1-1

14. 如图1-1, 写出 α 的正弦, 正切, 余弦, 余切, 正割, 余割.

解: $\sin \alpha =$,

$\operatorname{tg} \alpha =$,

$\cos \alpha =$,

$\operatorname{ctg} \alpha =$,

$\sec \alpha =$,

$\operatorname{csc} \alpha =$.

15. 已知 $\angle \alpha$ 的终边上一点 $P(-2, 2)$, 求 $\angle \alpha$ 的各三角函数值. 如果终边上一点是 $Q(-1, 1)$, $\angle \alpha$ 的各三角函数值有变化吗?

解: $\sin \alpha = \frac{y}{r} = \frac{2}{\sqrt{(-2)^2 + 2^2}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

16. 如果角的终边上一点的坐标分别如下: (1) $(3, 4)$; (2) $(-5, 12)$; (3) $(-8, -6)$; (4) $(2, -1)$, 求这个角的正弦、余弦、正切、余切的值.

解: (1)

(2)

(3)

(4)

17. 指出下列各角所在的象限:

200° ; $89^\circ 50'$; -120° ; -295° ; 550° ; -45° ; $3 \times 360^\circ + 175^\circ$; $(-2) \times 360^\circ + 30^\circ$.

答: 200° 在第3象限, 550°

18. 确定下列各函数的符号:

(1) $\sin 1000^\circ$; (2) $\cos(-2200^\circ)$; (3) $\operatorname{tg}(-\frac{3}{10}\pi)$;

(4) $\operatorname{ctg} 10^\circ$.

答: $\sin(1000^\circ) = \sin(1080^\circ - 80^\circ) = -\sin 80^\circ$ 负.

19. 设 A 为三角形的一个内角, 下列函数中, 哪些可以是负值? 哪些只能是正值?

(1) $\sin A$; (2) $\cos A$; (3) $\operatorname{tg} A$; (4) $\operatorname{ctg} \frac{A}{2}$.

答:

20. 依下列条件, 求 0 到 2π 的角 x 所在的象限:

(1) $\sin x \cdot \operatorname{tg} x > 0$; (2) $\frac{\cos x}{\operatorname{ctg} x} > 0$; (3) $\frac{\operatorname{tg} x}{\sin x} > 0$.

答: 1. 同象限.

21. 不进行计算, 决定下列式子的符号;

(1) $\sin 105^\circ \cos(-195^\circ)$; (2) $\operatorname{tg} 284^\circ \cdot \operatorname{ctg} 157^\circ$;

(3) $\frac{\sin 67^\circ 30'}{1}$;
 $\cos 128^\circ 16'$

(4) $\cos 270^\circ 4' \sin 118^\circ 37'$.

答:

说明: (1) 一个角的各个三角函数值完全由终边位置确定, 与在终边上如何取点计算没有关系。

(2) 不同象限角的三角函数值的符号的确定是十分重要的, 应当牢记。

二、三角函数值的变化

学习指导

由于三角函数的值与角的终边所取点的位置无关, 所以