

概率论与数理统计同步训练习题

张金海 主编

清华大学出版社

第四节 全概率公式与贝叶斯公式

1. 填空题

一批产品,每箱装 20 件,已知每箱不含次品的概率为 0.8,含一件次品的概率为 0.2,在购买时,随意选一箱,从中随意逐个选出产品进行检查,如果发现次品就退回,如果检查 2 个还未发现次品就买下.

- (1) 顾客买下该箱产品的概率为_____;
- (2) 在顾客买下的一箱中,确实没有次品的概率为_____.

2. 选择题

(1) 在最简单的全概率公式 $P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})$ 中,要求事件 A 与 B 必须满足的条件是().

- (A) $0 < P(A) < 1, B$ 为任意随机事件
- (B) A 与 B 为互不相容事件
- (C) A 与 B 为对立事件
- (D) A 与 B 为相互独立事件

(2) 在全概率公式 $P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)$ 中,除了要求条件 B 是任意随机事件及 $P(A_i) > 0 (i = 1, 2, \dots, n)$ 之外,我们可以将其他条件改为().

- (A) A_1, A_2, \dots, A_n 两两独立,但不相互独立
- (B) A_1, A_2, \dots, A_n 相互独立
- (C) A_1, A_2, \dots, A_n 两两互不相容

(D) A_1, A_2, \dots, A_n 两两互不相容,其和包含事件 B , 即 $\sum_{i=1}^n A_i \supset B$

3. 已知某产品的合格率为 0.9. 检验员在检验时,将合格品误认为次品的概率为 0.01, 而一个次品被误认为合格品的概率为 0.05. 求: (1) 检查任一产品被认为是合格品的概率; (2) 被认为是合格品的产品实为次品的概率.

4. 某人到上海参加会议,他乘火车、轮船、汽车或飞机去的概率分别为 0.5, 0.2, 0.2 和 0.1. 如果他乘火车、轮船、汽车前去,迟到的概率分别为 $1/3, 1/12$ 和 $1/4$, 乘飞机不会迟到. 如果他迟到了,求他乘汽车去开会的概率.

2. 设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \theta c^\theta x^{-(\theta+1)}, & x > c, \\ 0, & x \leq c, \end{cases}$ 其中 $c > 0$ 已知, $\theta > 1$ 未知, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体的样本. 求: (1) θ 的矩估计量; (2) θ 的极大似然估计量.

四、设总体 X 服从参数为 $\frac{1}{\lambda}$ 的指数分布, 其中 $\lambda > 0$ 未知, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本, $Z = \min \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$. 证明: (1) Z 服从参数为 $\frac{n}{\lambda}$ 的指数分布; (2) \bar{X}, nZ 都是 λ 的无偏估计.