数理化自学丛书

代数

第一册

重印说明

《数理化自学丛书》是一九六六年前出版的．计有《代数》四册，《平面几何》二册，《三角》一册，《立体几何》一册，《平面解析几何》一册；《物理》四册；《化学》四册．这套书的特点是：比较明白易懂，从讲清基本概念出发，循序前进，使读者易于接受和理解，并附有不少习题供练习用．这套书可以作为青年工人、知识青年和在职干部自学之用，也可供中等学校青年教师教学参考，出版以后，很受读者欢迎．但是在“四人帮”及其余党控制上海出版工作期间，这套书横被扣上所谓引导青年走白专道路的罪名，不准出版．

英明领袖华主席和党中央一举粉碎了祸国殃民的“四人帮”．我国社会主义革命和社会主义建设进入新的发展时期．党的第十一次全国代表大会号召全党、全军、全国各族人民高举毛主席的伟大旗帜，在英明领袖华主席和党中央领导下，为完成党的十一大提出的各项战斗任务，为在本世纪内把我国建设成为伟大的社会主义的现代化强国，争取对人类作出较大的贡献，努力奋斗．许多工农群众和干部，在党的十一大精神鼓舞下，决心紧跟英明领袖华主席和党中央，抓纲治国，大干快上，向科学技术现代化进军，为实现四个现代化作出贡献，他们来信要求重印《数理化自学丛书》．根据读者的要求，我们现在在原书基础上作一些必要的修改后，重新出版这套书，以应需要．

十多年来，科学技术的发展是很快的．本丛书介绍的虽仅是数理化方面的基础知识，但对于应予反映的科技新成就方面内容，是显得不够的．同时，由于本书是按读者自学的要求编写的，篇幅上就不免有些庞大，有些部分也显得有些烦琐．这些，要请读者在阅读时加以注意．

对本书的缺点，希望广大读者批评指出，以便修订时参考．

一九七七年十一月

【解】 $\left[\left(1\frac{1}{2}+2\frac{2}{3}\right)\div3\frac{3}{4}-\frac{2}{5}\right]\div8\frac{8}{9}+\frac{1}{4}$

$$=\left[4\frac{1}{6}\div3\frac{3}{4}-\frac{2}{5}\right]\div8\frac{8}{9}+\frac{1}{4}$$

$$=\left[\frac{25}{6}\times\frac{4}{15}-\frac{2}{5}\right]\div\frac{80}{9}+\frac{1}{4}$$

$$=\left[\frac{10}{9}-\frac{2}{5}\right]\div\frac{80}{9}+\frac{1}{4}$$

$$=\frac{32}{45}\times\frac{9}{80}+\frac{1}{4}=\frac{2}{25}+\frac{1}{4}=\frac{33}{100}.$$

注意 分数的加减法里，如原有分母不相同，必须进行通分，在乘除运算中，各个带分数要化成假分数，并须随时注意约分，化成最简分数.

例 7．计算： $\dfrac{3+\dfrac{1}{7}}{5-\dfrac{1}{3}}$.

分析 这是繁分数，中间的分数线是兼有括号的作用，所以 $3+\frac{1}{7}$ 的加法与 $5-\frac{1}{3}$ 的减法都要先做.

【解】 $\dfrac{3+\dfrac{1}{7}}{5-\dfrac{1}{3}}=\dfrac{\dfrac{22}{7}}{\dfrac{14}{3}}=\dfrac{22}{7}\div\dfrac{14}{3}=\dfrac{22}{7}\times\dfrac{3}{14}=\dfrac{33}{49}$.

例 8．计算： $\left(5\frac{1}{2}-0.37\right)\times0.4+1\frac{1}{8}$.

分析 这个算式里既有分数又有小数，因为 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{8}$ 都可以化做有限小数，所以这个题目可以用两种方法来计算：(1) 把小数先化成分数后再算；(2) 把分数先化成小数后再算.

【解 1】 化成分数做：

从算术里我们已经知道，这个问题可以用加法来算．但是为了在算式里能够把方向也表示出来，我们取向东的方向作为正方向，那末只要把向东4公里记做 $+4$ 公里，向东3公里记做 $+3$ 公里，东边7公里记做 $+7$ 公里，这个题目的解答就可以列成算式：

$$(+4)+(+3)=+7.$$

答：在甲地东边7公里．

问题2． 如果在上题中，这个人先向西走4公里，再向西走3公里，结果这个人离开甲地几公里？在甲地的哪一边？

【解】 从下图可以看到，他现在在甲地西边7公里．

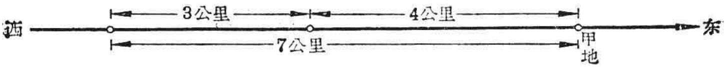

图 1·10

我们仍旧把向东的方向作为正方向，那末向西4公里记做 -4 公里，向西3公里记做 -3 公里，西边7公里记做 -7 公里．因为这个题目的性质和问题1是相同的（只是走的方向不同），仍旧应该用加法来算．这样就要把这个人走了两次以后离开原地的公里数和方向用

$$(-4)+(-3)$$

来表示，并且得到算式

$$(-4)+(-3)=-7.$$

答：在甲地西边7公里．

从上面的两个问题的解答中，我们看到：两个正数相加，它们的和还是一个正数，和的绝对值就是这两个加数的绝对值的和；两个负数相加，它们的和仍旧是个负数，和的绝对值是两个加数的绝对值的和．

乘法交换律：两个数相乘，交换它们的相互位置，它们的积不变.

2. 乘法结合律

我们来看下面的计算：

$$(3\times2)\times5=6\times5=30,$$
$$3\times(2\times5)=3\times10=30;$$
$$\therefore\quad (3\times2)\times5=3\times(2\times5).$$

对于有理数，同样地我们有

$$[(-3)\times(-5)]\times(+7)=(+15)\times(+7)=+105,$$
$$(-3)\times[(-5)\times(+7)]=(-3)\times(-35)=+105;$$
$$\therefore\quad [(-3)\times(-5)]\times(+7)=(-3)\times[(-5)\times(+7)].$$

这个性质，就是如下的**乘法结合律**：三个因数相乘，先把前面两个因数相乘，再乘以第三个因数；所得的结果与先把后面两个因数相乘再乘以第一个因数所得的结果是相等的. 换句话说，因数可以任意结合.

3. 乘法对于加法的分配律

我们来看下面的计算：

$$5\times(4+8)=5\times12=60,$$
$$5\times4+5\times8=20+40=60;$$
$$\therefore\quad 5\times(4+8)=5\times4+5\times8.$$

对于有理数，同样地我们有

$$(-3)\times[(-2)+(+5)+(-11)]=(-3)\times(-8)=+24,$$
$$(-3)\times(-2)+(-3)\times(+5)+(-3)\times(-11)$$
$$=(+6)+(-15)+(+33)=+24,$$
$$\therefore\quad (-3)\times[(-2)+(+5)+(-11)]$$
$$=(-3)\times(-2)+(-3)\times(+5)$$
$$+(-3)\times(-11).$$

这个性质，就是如下的**乘法对于加法的分配律**：一个数与几个数的和相乘所得的积，等于这个数与各个加数分别相乘所得的积的和.

例1. 计算：$(+8)\times(+136)\times\left(+\frac{1}{8}\right)\times\left(-\frac{1}{68}\right)$.

分析 这里 $8\times\frac{1}{8}=1$, $136\times\frac{1}{68}=2$, 所以可以应用乘法交换律与乘法结合律，使运算简便.

【解】 $(+8)\times(+136)\times\left(+\frac{1}{8}\right)\times\left(-\frac{1}{68}\right)$

$$=(+8)\times\left(+\frac{1}{8}\right)\times(+136)\times\left(-\frac{1}{68}\right)$$

$$=1\times(-2)=-2.$$

例2. 计算：$(-105)\times\left[\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{5}\right)+\left(+\frac{1}{7}\right)\right]$.

分析 这里三个加数分母不相同，通分较繁，可以应用乘法对于加法的分配律，先乘后加.

【解】 $(-105)\times\left[\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{5}\right)+\left(+\frac{1}{7}\right)\right]$

$$=(-105)\times\left(-\frac{1}{3}\right)+(-105)\times\left(-\frac{1}{5}\right)$$

$$+(-105)\times\left(+\frac{1}{7}\right)$$

$$=(+35)+(+21)+(-15)=41.$$

例3. 计算：$(-53)\times(-3.54)+(-53)\times(+4.54)$.

分析 这里乘法较繁，但在两个乘法里都有因数 -53，且 -3.54 与 4.54 的和是 1，很简单，可以反过来应用乘法对于加法的分配律，先加后乘.

【解】 $(-53)\times(-3.54)+(-53)\times(+4.54)$

$$=(-53)\times[-3.54+4.54]$$

$$=(-53)\times1=-53.$$

$$(+7)\times(-3)=-21,$$

依照逆运算关系，可得

$$(-21)\div(-3)=+7. \tag{2}$$

从乘法

$$(-7)\times(+3)=-21,$$

依照逆运算关系，可得

$$(-21)\div(+3)=-7. \tag{3}$$

从乘法

$$(-7)\times(-3)=+21,$$

依照逆运算关系，可得

$$(+21)\div(-3)=-7. \tag{4}$$

从乘法

$$0\times(+3)=0, \text{ 及 } 0\times(-3)=0,$$

依照逆运算关系，可得

$$0\div(+3)=0, \tag{5}$$

$$0\div(-3)=0. \tag{6}$$

从上面这些例子中，可以看出：

(1) 正数除以正数，商是正数；

(2) 负数除以负数，商也是正数；

(3) 负数除以正数，商是负数；

(4) 正数除以负数，商也是负数；

(5) 零除以正数，商是零；

(6) 零除以负数，商也是零.

至于商的绝对值，则在任何一个情况下，都等于被除数的绝对值除以除数的绝对值所得的商.

综合上面的结论，就得到**有理数除法法则**：

(i) 正负符号相同的两个数相除，商是一个正数，它的绝对值等于这两个数的绝对值的商；

2. 应用平方表，计算下列各式的值：

(1) $(-59)^2$;　　(2) -89^2;

(3) $-(-79)^2$;　　(4) -68^2.

3. 应用平方表，计算下列各式的值：

(1) 32^2+56^2;　　(2) 71^2-93^2;

(3) -72^2-54^2;　　(4) $-33^2-(-44)^2$.

4. 观察平方表，回答下列问题：

(1) 一位数的平方会等于或大于100吗？

(2) 二位数的平方会小于100吗？会大于或等于10000吗？

(3) 一位数的平方是几位数，你能够说明它的范围吗？

(4) 二位数的平方是几位数，你能够说明它的范围吗？

§1·20 有理数的运算顺序

到这里为止，我们已经学过有理数的加、减、乘、除和乘方五种运算. 这五种运算里：

加、减法叫做**第一级运算**，乘、除法叫做**第二级运算**，乘方叫做**第三级运算**.

在具有各种运算的式子里，对于**有理数的运算顺序**，和算术里一样，作如下的规定：

(i) 如果没有括号，那末运算顺序是：先做第三级运算，乘方；次做第二级运算，乘、除；再做第一级运算，加、减.

(ii) 在同一级的几个连续运算中，依照由左到右的次序进行演算.

(iii) 有括号的部分，括号里的运算先做.

遇有可以应用加法交换律、结合律，乘法交换律、结合律或乘法对于加法的分配律和减法及除法运算性质使演算比较简便的地方，可以应用这些性质，变更上面规定的运算顺序.

例 1. 计算:

$$\left(-\frac{5}{8}\right)\times(-4)^2-0.25\times(-5)\times(-4)^3.$$

【解】 $\left(-\frac{5}{8}\right)\times(-4)^2-0.25\times(-5)\times(-4)^3$

$$=\left(-\frac{5}{8}\right)\times(+16)-0.25\times(-5)\times(-64)$$

$$=-10-(+80)=-90.$$

说明 先做乘方,再做乘法,再做减法.

例 2. 计算: $\{(+12)\div[(-3)+(-15)]\div 5\}^3$.

【解】 $\{(+12)\div[(-3)+(-15)]\div 5\}^3$

$$=\{(+12)\div(-18)\div 5\}^3$$

$$=\left\{-\frac{2}{3}\div 5\right\}^3=\left(-\frac{2}{15}\right)^3=-\frac{8}{3375}.$$

说明 因为有括号的关系,先做中括号里的加法,再做大括号里的除法,再做乘方.

例 3. 计算:

$$(-5)\times\left(-3\frac{6}{7}\right)+(-7)\times\left(-3\frac{6}{7}\right)+(+12)\times\left(-3\frac{6}{7}\right).$$

【解】 应用乘法对于加法的分配律:

$$(-5)\times\left(-3\frac{6}{7}\right)+(-7)\times\left(-3\frac{6}{7}\right)+(+12)\times\left(-3\frac{6}{7}\right)$$

$$=[(-5)+(-7)+(+12)]\times\left(-3\frac{6}{7}\right)$$

$$=0\times\left(-3\frac{6}{7}\right)=0.$$

习 题 1·20

计算:

1. $(-5)\times(-4)+3\times(-2)$.

$a+3$ 和 $x-y$ 都是**二项式**；

$-x^2+xy+3y^2$ 是**三项式**；

$\frac{1}{3}x^3-2x^2+\frac{1}{2}x-5$ 是**四项式**.

注意 多项式中的项，是包括它前面的正负号的. 例如 $x-y$ 的两项是 x 和 $-y$，不能说是 x 和 y.

3. 多项式的次数 在二项式 $a+3$ 里，第一项 a 的次数是1，我们把它叫做一次项，$+3$ 没有字母，我们把它叫做**常数项**(或者叫做零次项)，这里次数最高的项是一次项.

在三项式 $3x^2-5x-1$ 里，第一项 $3x^2$ 的次数是2，我们把它叫做二次项，$-5x$ 是一次项，-1 是常数项，这里次数最高的项是二次项.

在四项式 $-3x^3+2x^2-\frac{1}{2}x+5$ 里，次数最高的项是三次项 $-3x^3$.

我们把一个多项式里次数最高的项的次数，叫做这个**多项式的次数**. 多项式的次数是几的，就叫做几次多项式.

例如：$a+3$ 是**一次式**；

$3x^2-5x-1$ 是**二次式**；

$-3x^3+2x^2-\frac{1}{2}x+5$ 是**三次式**.

又如：$x^3-x^2y+xy^2-y^3$，它的四项的次数都是3，它是关于 x 与 y 的三次式.

4. 多项式的整理 为了便于运算，通常我们总要把一个多项式，按照一定的次序，整理成整齐而简洁的形式. 多项式的整理，一般包括两个内容.

(i) 排幂：我们来看多项式

$$x^2-2-5x+3x^3,$$

(5) $(-5a^3)-(-7a^3)=(-5a^3)+(+7a^3)$

$$=-5a^3+7a^3=2a^3;$$

(6) $(+a^2b^3)-(-a^2b^3)=a^2b^3+(+a^2b^3)$

$$=a^2b^3+a^2b^3=2a^2b^3.$$

例 4. 计算:

(1) $3a-(+5b)$;　　(2) $5a-(-3b)$;

(3) $3a^2-(+2a)$;　　(4) $3a^2-(-3a)$.

【解】

(1) $3a-(+5b)=3a+(-5b)=3a-5b$;

(2) $5a-(-3b)=5a+(+3b)=5a+3b$;

(3) $3a^2-(+2a)=3a^2+(-2a)=3a^2-2a$;

(4) $3a^2-(-3a)=3a^2+(+3a)=3a^2+3a$.

例 5. 计算:

(1) $3a^2-5a+(-7a^2)$;

(2) $(+a^2b)+(-ab^2)-(-2a^2b)$;

(3) $\frac{1}{2}x^2y^3+\frac{1}{3}x^3y^2-\left(-\frac{1}{3}x^2y^3\right)+\left(-\frac{1}{2}x^3y^2\right)$;

(4) $(+5a)+(-3b)+(+0.3c)+(-3a)+(+3b)+0.7c$.

【解】

(1) $3a^2-5a+(-7a^2)=3a^2-5a-7a^2=-4a^2-5a$;

(2) $(+a^2b)+(-ab^2)-(-2a^2b)$

$$=+a^2b-ab^2+2a^2b=3a^2b-ab^2;$$

(3) $\frac{1}{2}x^2y^3+\frac{1}{3}x^3y^2-\left(-\frac{1}{3}x^2y^3\right)+\left(-\frac{1}{2}x^3y^2\right)$

$$=\frac{1}{2}x^2y^3+\frac{1}{3}x^3y^2+\frac{1}{3}x^2y^3-\frac{1}{2}x^3y^2$$

$$=\frac{5}{6}x^2y^3-\frac{1}{6}x^3y^2;$$

(2) $(m+n)(m-n)=m^2+mn-mn-n^2=m^2-n^2$;

(3) $(a+b)(a-b)=a^2+ab-ab-b^2=a^2-b^2$;

(4) $(3x+5)(3x-5)=(3x)^2+5(3x)-5(3x)-5^2$

$$=(3x)^2-5^2=9x^2-25.$$

仔细地比较一下上面这四个乘法里的两个因式，可以看到它们有一个共同的特点，就是每一个题目中的第一个因式是两个代数式的和，而第二个因式恰巧就是这两个代数式的差. 例如在(1)里，第一个因式是 x 与 y 的和，而第二个因式恰巧就是 x 与 y 的差；在(4)里，第一个因式是 $3x$ 与 5 的和，而第二个因式恰巧是 $3x$ 与 5 的差.

再观察这四个乘法里计算所得的结果，可以看出它们也有共同的特点，就是所求得的积，恰巧就是因式里两个代数式的平方的差. 例如，在(1)里，积 x^2-y^2 恰巧是 x 的平方与 y 的平方的差；在(4)里，积 $9x^2-25$ 恰巧是 $3x$ 的平方与 5 的平方的差.

我们把这种特殊形式的乘法，叫做求两数的和与差的积.

从上面的例子，我们可以得出下面的结论：两数的和与这两数的差的积等于这两个数的平方差.

把这个结论用字母来表示，就得到下面的**两数和与差的积的公式**：

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2. \quad (\text{乘法公式 } 1)$$

注意 这里 a 与 b 可以表示任意的代数式，但公式里所有的 a 都要表示同样的代数式，所有的 b 也都要表示另一个同样的代数式.

例 1. 利用乘法公式 1 计算：

(1) $(x+a)(x-a)$； (2) $(2x+3a)(2x-3a)$；

(3) $(x^2+a^3)(x^2-a^3)$； (4) $(2x^3+3a^2)(2x^3-3a^2)$.

【解】 (1) 公式 1 里的 a，在这里是 x，公式 1 里的 b，

例6. 分解因式:

(1) $(a-b)^2+(b-a)(x+y)$;

(2) $(x-2y)(2x+3y)-2(2y-x)(5x-y)$.

【解】 (1) $\because b-a=-(a-b)$,所以 $a-b$ 是公因式,把它提出来,得

$$\begin{aligned}&(a-b)^2+(b-a)(x+y)\\&=(a-b)^2-(a-b)(x+y)\\&=(a-b)[(a-b)-(x+y)]\\&=(a-b)(a-b-x-y);\end{aligned}$$

(2) $\because 2y-x=-(x-2y)$,所以可以提出公因式 $x-2y$,得

$$\begin{aligned}&(x-2y)(2x+3y)-2(2y-x)(5x-y)\\&=(x-2y)(2x+3y)+2(x-2y)(5x-y)\\&=(x-2y)[(2x+3y)+2(5x-y)]\\&=(x-2y)(2x+3y+10x-2y)\\&=(x-2y)(12x+y).\end{aligned}$$

习 题 4·2(2)

分解因式:

1. $a(x+y)+b(x+y)+c(x+y)$.
2. $a(x-y)-b(x-y)-c(x-y)$.
3. $x(a+b+c)-2y(a+b+c)$.
4. $x(a+2b-3c)+(a+2b-3c)$.
5. $3(x+1)^2-5(x+1)$.
6. $(x-3)^3-(x-3)^2$.
7. $a(a-b)+b(b-a)$.
8. $a^2b(x-y)-ab(y-x)$.
9. $(3x+y)(3x-y)-(x+2y)(y-3x)$.
10. $(x-a)^3+a(a-x)$.
11. $a^2(x-2a)^3-a(2a-x)^2$.
12. $(a-b)(x-y)(x-2y)-(b-a)(y-x)(a+b)$.
13. $(a-3)(a^3+2)+(a-3)(a^2+1)-3(3-a)$.
14. $(a-3)(a^3-2)-(3-a)(a^2-1)+2(3-a)$.

15 $x(b+c-d)+y(d-b-c)$.

16. $2(x-y)(a-2b+3c)-3(x+y)(2b-a-3c)$.

17. $(x+2)(x-3)(x^2-7)+(2+x)(3-x)(x+3)$.

18. $(x+1)^2(2x-3)+(x+1)(2x-3)^2-(x+1)(3-2x)$.

19. $5(x-1)^2(3x-2)+(2-3x)$.

20. $(a-b)^2(a+b)^3-(b-a)^2(b+a)^2$

§4·3 分组提取公因式的因式分解法

我们来分解多项式:

$$ax+ay+bx+by$$

的因式.

这是一个四项式. 在四项里没有公共的因式，所以我们不能直接应用提取公因式的因式分解法.

仔细考察这个多项式，可以看到它的前面两项都有一个因式 a, 把它提出以后得到

$$ax+ay=a(x+y)$$

同时,这个多项式的第三项和第四项也都有一个因式 b, 把它提出以后,得到

$$bx+by=b(x+y).$$

所以多项式 $ax+ay+bx+by$ 可以化成

$$\begin{aligned}ax+ay+bx+by&=(ax+ay)+(bx+by)\\&=a(x+y)+b(x+y).\end{aligned}$$

因为 $x+y$ 是 $a(x+y)$ 和 $b(x+y)$ 的公因式,再把它提出就得

$$\begin{aligned}ax+ay+bx+by&=(ax+ay)+(bx+by)\\&=a(x+y)+b(x+y)\\&=(x+y)(a+b).\end{aligned}$$

【解】 $x^2-8x+15=x^2+[(-3)+(-5)]x+(-3)(-5)$

$$=[x+(-3)][x+(-5)]$$

$$=(x-3)(x-5).$$

这个例子告诉我们，二次三项式 x^2+px+q 中，如果 p 是负数，q 是正数，应当把 q 分解成两个负的因数.

例 4. 分解因式:

(1) $x^2-31x+30$;　　　　(2) $x^2-8x+12$.

【解】

(1) $\because\ 30=(-1)(-30)$，而 $(-1)+(-30)=-31$,

$\therefore\ x^2-31x+30=(x-1)(x-30)$.

(2) $\because\ 12=(-2)(-6)$，而 $(-2)+(-6)=-8$,

$\therefore\ x^2-8x+12=(x-2)(x-6)$.

例 5. 分解因式:

$$x^2y^2+3xy+2.$$

分析　把原式写成 $(xy)^2+3(xy)+2$, 就看出它可用上面的方法来分解因式.

【解】 $\because\ 2=1\times2$, 而 $1+2=3$,

$\therefore\ x^2y^2+3xy+2=(xy+1)(xy+2)$.

例 6. 分解因式:

$$x^2-19xy+90y^2.$$

分析　这个三项式中，每一项都是关于字母 x 和 y 的二次项，并且它是按照 x 的降幂顺序同时又是按照 y 的升幂顺序排列着的. 它也可以仿照例 1 的解法来分解因式.

【解】 $\because\ 90=(-9)(-10)$，而 $(-9)+(-10)=-19$,

$\therefore\ x^2-19xy+90y^2=x^2-9xy-10xy+90y^2$

$$=x(x-9y)-10y(x-9y)$$

$$=(x-9y)(x-10y).$$

注 在代数里，我们叫最高公因式而不叫最大公因式，因为我们只考虑它在所有公因式中关于各个字母的次数是最高的，至于它的值，如果字母取小于1的值，那末次数越高，代数式的值是越小的。

例 4. 求 $a^4-a^3b+ab^3-b^4$,

$$a^4-2a^2b^2+b^4,\quad a^6-3a^4b^2+3a^2b^4-b^6$$

的最高公因式.

【解】 这几个整式都是多项式，要先分解因式.

$$\begin{aligned}a^4-a^3b+ab^3-b^4&=a^3(a-b)+b^3(a-b)\\&=(a-b)(a^3+b^3)\\&=(a-b)(a+b)(a^2-ab+b^2),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a^4-2a^2b^2+b^4&=(a^2-b^2)^2=[(a+b)(a-b)]^2\\&=(a+b)^2(a-b)^2,\end{aligned}$$

$$a^6-3a^4b^2+3a^2b^4-b^6=(a^2-b^2)^3=(a+b)^3(a-b)^3.$$

∴ 最高公因式是$(a+b)(a-b)$.

例 5. 求 $(a-b)(c-a)$,

$$(b-a)(a+c),\quad (a-b)(b+a)$$

的最高公因式.

【解】 $(a-b)(c-a)=-(a-b)(a-c)$;

$(b-a)(a+c)=-(a-b)(a+c)$;

$(a-b)(b+a)=(a-b)(a+b)$.

∴ 最高公因式是 $a-b$.

习 题 4·7

求下列各式的最高公因式:

1. $39a^5b^3d^2$, $26a^3b^2$, $-52a^4b^4c^2$.
2. a^2bc+ab^2c, a^2b-b^3, a^5b^7.
3. $(x-y)(y-z)(z-x)$, $(y-x)(z-y)(z+x)$.
4. x^2-3x+2, x^2-4x+3, x^2+x-2.

(2) 当 $x=-2$ 时，$\frac{x-1}{x+3}=\frac{-2-1}{-2+3}=-3$;

(3) 当 $x=-4$ 时，$\frac{x-1}{x+3}=\frac{-4-1}{-4+3}=5$;

(4) 当 $x=\frac{2}{5}$ 时，$\frac{x-1}{x+3}=\frac{\frac{2}{5}-1}{\frac{2}{5}+3}=\frac{\frac{-3}{5}}{\frac{17}{5}}=-\frac{3}{17}$;

(5) 当 $x=1$ 时，$\frac{x-1}{x+3}=\frac{1-1}{1+3}=\frac{0}{4}=0$.

例 3. 求代数式 $\frac{2xy}{2x-3y}$ 的值:

(1) 当 $x=3$, $y=1$;

(2) 当 $x=7$, $y=3$;

(3) 当 $x=-2$, $y=-4$;

(4) 当 $x=-2\frac{1}{2}$, $y=3\frac{1}{2}$;

(5) 当 $x=0$, $y=-1$.

【解】

(1) 当 $x=3$, $y=1$ 时，

$$\frac{2xy}{2x-3y}=\frac{2\cdot3\cdot1}{2\cdot3-3\cdot1}=\frac{6}{3}=2;$$

(2) 当 $x=7$, $y=3$ 时，

$$\frac{2xy}{2x-3y}=\frac{2\cdot7\cdot3}{2\cdot7-3\cdot3}=\frac{42}{5}=8\frac{2}{5};$$

(3) 当 $x=-2$, $y=-4$ 时，

$$\frac{2xy}{2x-3y}=\frac{2\cdot(-2)(-4)}{2(-2)-3(-4)}=\frac{16}{-4+12}=2;$$

(4) 当 $x=-2\frac{1}{2}$, $y=3\frac{1}{2}$ 时，