



普通高等教育“十二五”规划教材

PUTONG GAODENG JIAOYU "12·5" GUIHUA JIAOCAI

金属塑性成型力学

(第2版)

王平 编著



冶金工业出版社
Metallurgical Industry Press

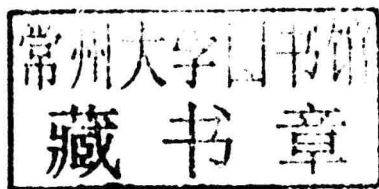


普通高等教育“十二五”规划教材

金属塑性成型力学

(第2版)

王平 编著



北京
冶金工业出版社
2013

内 容 提 要

本书是根据本科材料成型专业教学计划与材料成型力学教学大纲按东北大学“十二五”教材建设规划要求编写的。全书从应力与应变的基本概念入手,建立求解材料成型问题的基本方程,进而结合材料成型实际讲述了主要解析方法——工程法、滑移线法和上界法,并给出具体解析实例。

本书按新的教学大纲进一步加强了工程法与上界法的解析实例,针对各校具体情况,可根据需要增加或删除带*号的章节。本书可作为高等学校材料成型专业的教学用书,也可供生产、设计和科研部门的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

金属塑性成型力学/王平编著. —2版. —北京:
冶金工业出版社, 2013. 3

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-5024-6167-6

I. ①金… II. ①王… III. ①金属压力加工—塑性
力学—高等学校—教材 IV. ①TG3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 045284 号

出 版 人 谭学余

地 址 北京北河沿大街嵩祝院北巷 39 号, 邮编 100009

电 话 (010)64027926 电子信箱 yjcb@cnmip.com.cn

责任编辑 卢 敏 美术编辑 李 新 版式设计 孙跃红

责任校对 石 静 责任印制 张棋鑫

ISBN 978-7-5024-6167-6

冶金工业出版社出版发行; 各地新华书店经销; 北京百善印刷厂印刷

2006 年 8 月第 1 版, 2013 年 3 月第 2 版, 2013 年 3 月第 1 次印刷

787mm × 1092mm 1/16; 12.75 印张; 306 千字; 193 页

28.00 元

冶金工业出版社投稿电话: (010)64027932 投稿信箱: tougao@cnmip.com.cn

冶金工业出版社发行部 电话: (010)64044283 传真: (010)64027893

冶金书店 地址: 北京东四西大街 46 号(100010) 电话: (010)65289081(兼传真)

(本书如有印装质量问题, 本社发行部负责退换)

前 言

本书是根据本科材料成型专业教学计划与材料成型力学教学大纲按照东北大学“十二五”教材建设规划要求编写的。全书从应力与应变的基本概念入手，建立求解材料成型问题的基本方程，进而结合材料成型实际讲述了主要解析方法——工程法、滑移线法和上界法，并给出很多具体解析实例。为培养学生分析与解决问题的能力，各章均有一定数量的思考题与习题。为便于学生自学，对书中涉及的主要公式都做了详细的推导。

本书是按照90学时的内容编写的，按新的教学大纲该书进一步加强了工程法与上界法的解析实例，若学时较少，可根据各校具体情况，增加或删除带*号的章节。

本书可作为高等学校材料成型专业的教学用书，也可供生产、设计和科研部门的工程技术人员参考。

在编写过程中，东北大学赵德文教授和邱洪双教授以书面和口头形式提出了许多宝贵意见。本书的出版，得到了东北大学的资助，在此深表感谢。

由于作者水平有限，书中不足在所难免。书中的不妥之处，敬请读者批评指正。

作 者
2013年3月

冶金工业出版社部分图书推荐

书 名	定价(元)
成形能率积分限线性化原理及应用	95.00
金工实习	32.00
中国 600℃ 火电机组锅炉钢进展	69.00
中厚板外观缺陷的界定与分类	150.00
中厚板生产实用技术	58.00
中厚板生产知识问答	29.00
中国中厚板轧制技术与装备	180.00
高精度板带材轧制理论与实践	70.00
板带冷轧生产	42.00
板带材生产原理与工艺	28.00
板带冷轧机板形控制与机型选择	59.00
高精度板带钢厚度控制的理论与实践	65.00
冷热轧板带轧机的模型与控制	59.00
板带材生产工艺及设备	35.00
中国热轧宽带钢轧机及生产技术	75.00
热轧薄板生产技术	35.00
热轧带钢生产知识问答	35.00
冷轧带钢生产问答	45.00
轧钢生产基础知识问答	49.00
冷轧薄钢板生产 (第2版)	69.00
冷轧生产自动化技术	45.00
冷轧薄钢板精整生产技术	30.00
冷轧薄钢板酸洗设备与工艺	28.00
冷轧带钢生产	41.00

目 录

0 绪论	1
0.1 金属塑性成型的分类	1
0.1.1 根据成型时工件的受力方式分类	1
0.1.2 按成型时的工件温度分类	3
0.2 金属塑性成型力学的研究内容、解法及发展方向	4
1 应力与应变	6
1.1 基本概念	6
1.1.1 外力	6
1.1.2 内力与应力	7
1.1.3 应力状态	8
1.1.4 应力分解	8
1.1.5 一点应力状态的两种描述方法	9
1.1.6 变形表示法	10
1.1.7 应力-应变曲线	13
1.1.8 静水压力(各向均匀受压)试验	14
1.1.9 变形体模型	15
1.1.10 平均应变速率	17
1.2 应力分析	19
1.2.1 一点应力状态分析	19
1.2.2 应力坐标变换	20
1.2.3 主应力、应力张量不变量	22
1.2.4 应力椭球面	24
1.2.5 主剪应力、最大剪应力	25
1.2.6 应力张量的分解	28
1.2.7 主应力图与主偏差应力图	30
1.3 应变分析	31
1.3.1 应变的基本概念	31

1.3.2	几何方程	32
1.3.3	一点应变状态分析	36
1.3.4	主应变、应变张量不变量	37
1.3.5	应变张量的分解	38
1.3.6	主应变图	39
1.3.7	应变速率	40
	思考题	42
	习题	42
2	塑性力学方程	44
2.1	力平衡微分方程	44
2.1.1	直角坐标系的力平衡微分方程	44
2.1.2	极坐标系的力平衡微分方程	47
2.1.3	柱面坐标系下的力平衡微分方程	47
2.1.4	球面坐标系的力平衡微分方程	48
2.2	应力边界条件及接触摩擦	49
2.2.1	应力边界条件方程	49
2.2.2	应力边界条件的种类	50
2.2.3	金属塑性成型中的接触摩擦	50
2.3	变形协调方程	52
2.4	屈服准则	53
2.4.1	屈雷斯卡屈服准则	54
2.4.2	密赛斯屈服准则	55
2.5	应力与应变的关系方程	60
2.5.1	弹性变形时的应力和应变关系	60
2.5.2	塑性变形时应力和应变的关系	62
2.6	等效应力和等效应变	65
2.6.1	等效应力	66
2.6.2	等效应变	66
2.6.3	等效应力与等效应变的关系	68
2.6.4	变形抗力曲线	68
2.7	变形抗力模型	71
2.7.1	变形抗力的概念及其影响因素	71
2.7.2	变形抗力模型	73
2.8	平面变形和轴对称变形问题的塑性成型力学方程	75

2.8.1	平面变形问题	76
2.8.2	轴对称问题	78
	思考题	79
	习题	79
3	工程法	81
3.1	工程法简化条件	81
3.1.1	屈服准则的简化	81
3.1.2	力平衡微分方程的简化	81
3.1.3	接触表面摩擦规律的简化	82
3.1.4	变形区几何形状的简化	82
3.1.5	其他简化	82
3.2	轴对称变形——镦粗	83
3.2.1	接触表面压应力曲线分布方程	83
3.2.2	平均单位压力计算公式	85
3.3	轴对称变形——挤压	86
3.3.1	挤压工艺及其影响因素	86
3.3.2	棒材单孔挤压时的挤压力公式	87
3.3.3	多孔、型材挤压	91
3.3.4	管材挤压力公式	92
3.3.5	穿孔力公式	93
3.3.6	反向挤压力公式	95
3.4	轴对称变形——拉拔	95
3.4.1	棒、线材拉拔力计算公式	96
3.4.2	管材空拉拉拔力计算公式	100
3.4.3*	管材有芯头拉拔力计算公式	102
3.5	平面变形——矩形件压缩	108
3.5.1	无外端的矩形件压缩	108
3.5.2	带外端的矩形件压缩	109
3.6	平辊轧制单位压力的计算	111
3.6.1	斯通公式	112
3.6.2	采利柯夫公式	114
3.6.3*	西姆斯公式	118
3.6.4*	艾克隆得公式	120
3.7*	利用平均能量法推导公式 3-51	121

3.8*	工程法实际应用实例——半固态触变成型力的工程法求解	122
3.8.1	计算	122
3.8.2	计算结果	125
3.8.3	结论	125
	思考题	126
	习题	126
4	滑移线场理论及其应用	127
4.1	滑移线场的基本概念	127
4.1.1	平面塑性变形的基本方程式	127
4.1.2	基本假设	128
4.1.3	基本概念	128
4.2	汉基应力方程	130
4.3	滑移线场的几何性质	132
4.4	盖林格速度方程与速端图	134
4.4.1	盖林格速度方程	135
4.4.2	速端图	135
4.5	滑移线场求解的应力边界条件	138
4.5.1	自由表面	139
4.5.2	无摩擦的接触面	139
4.5.3	完全粗糙的接触面	140
4.5.4*	库仑摩擦的接触面	141
4.6	滑移线场的绘制	141
4.7	滑移线场求解问题实例	143
4.7.1	光滑平冲头压入半无限体	143
4.7.2	粗糙平冲头压入半无限体	145
4.7.3	平冲头压缩的厚件 ($\frac{l}{h} < 1$)	146
4.7.4	粗糙平板间压缩薄件 ($\frac{l}{h} > 1$)	148
4.7.5	平辊轧制厚件 ($\frac{l}{h} < 1$)	152
4.7.6	平辊轧制薄件 ($\frac{l}{h} > 1$)	154
4.7.7	横轧圆坯	155
4.7.8	在光滑模孔中挤压 (或拉拔) 板条	155

思考题	157
习题	157
5 上界法	160
5.1 上界法简介	160
5.1.1 上界法解析的基本特点	160
5.1.2 上界法解析成型问题的范围	161
5.2 数学基础	161
5.2.1 求和约定表示法	161
5.2.2 变形力学方程的求和约定表示	162
5.3 上界法的基本概念	164
5.4 虚功原理	164
5.4.1 虚功原理表达式	164
5.4.2 存在不连续时的虚功原理	166
5.5 最大塑性功原理	167
5.6* 下界定理	170
5.7 上界定理	172
5.8* 理想刚-塑性体解的唯一性定理	175
5.9 上界法应用	176
5.9.1 上界功率计算的基本公式	176
5.9.2 光滑平冲头压缩半无限体	176
5.9.3 在光滑平板间压缩薄件 ($\frac{l}{h} > 1$)	178
5.9.4 粗糙辊面轧板	179
5.9.5 连续速度场解析平面变形矩形件压缩 (不考虑侧面鼓形)	181
5.9.6 连续速度场解析扁料平板压缩 (考虑侧面鼓形)	182
5.9.7* 楔形模平面变形拉拔和挤压	184
5.9.8* 上界定理解析轴对称压缩圆环	187
5.9.9 平行速度场解析圆环压缩	189
思考题	191
习题	191
参考文献	193

0 绪 论

金属塑性成型过程，就是利用金属的塑性，在一定外力的作用下，使之变形，得到所需尺寸规格和一定性能要求的产品的变形过程。

塑性成型的成败取决于坯料的塑性、成型时的应力状态和外作用力。

金属塑性成型的方式很多，本书主要根据成型时工件的受力方式或者成型时工件的温度特征这两方面进行分类。

0.1 金属塑性成型的分类

0.1.1 根据成型时工件的受力方式分类

根据成型时工件的受力方式分为基本成型方式和组合成型方式，如表 0-1 所示。

0.1.1.1 基本成型方式

A 压力作用变形

靠压力作用使金属产生变形的方式有锻造、轧制和挤压。

(1) 锻造：用锻锤锤击或用压力机的压头压缩工件，分自由锻和模锻，可生产各种形状的锻件，如各种轴类、曲柄和连杆等。

(2) 轧制：坯料通过转动的轧辊受到压缩，使横断面减小、形状改变、长度增加，可分为纵轧、横轧和斜轧。

1) 纵轧——工作轧辊旋转方向相反，轧件的纵轴线与轧辊轴线垂直；

2) 横轧——工作轧辊旋转方向相同，轧件的纵轴线与轧辊轴线平行；

3) 斜轧——工作轧辊旋转方向相同，轧件的纵轴线与轧辊轴线成一定的倾斜角。

用轧制法可生产板带材、简单断面和异型断面型材与管材、回转体（如变断面轴和齿轮等）、各种周期断面型材、丝杠、麻花钻头和钢球等。

(3) 挤压：把坯料放在挤压筒中，垫片在挤压轴推动下，迫使成型材料从一定形状和尺寸的模孔中挤出，分正挤压和反挤压。

1) 正挤压——挤压轴的运动方向和从模孔中挤出材料的前进方向一致；

2) 反挤压——挤压轴的运动方向和从模孔中挤出材料的前进方向相反。

用挤压法可生产各种断面的型材和管材。

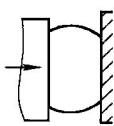
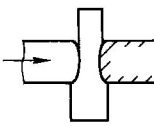
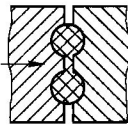
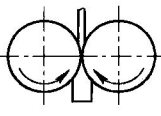
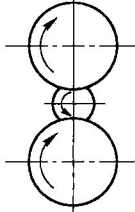
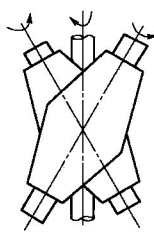
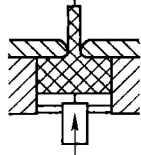
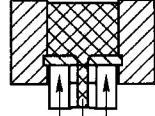
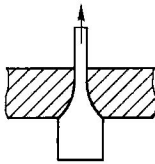
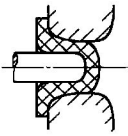

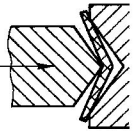
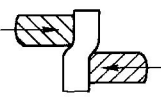
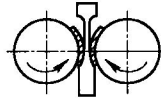
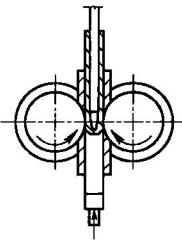
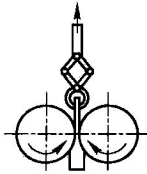
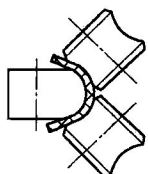
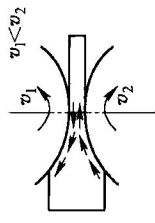
B 拉力作用变形

主要靠拉力作用使材料成型的方式有拉拔、冲压（拉延）和拉伸成型。

(1) 拉拔：用拉拔机的夹钳把成型材料从一定形状和尺寸的模孔中拉出，可生产各种断面的型材、线材和管材。

(2) 冲压：靠压力机的冲头把板料冲入凹模中进行拉延，可生产各种杯件和壳体，如

表 0-1 金属塑性成型方式与受力特点示意图

基本受力特点	压 力				轧 制			
	锻 造		模 锻	纵 轧	横 轧	斜 轧		
	自由锻	延 伸						
分类与名称	锻 粗	延 伸	模 锻	纵 轧	横 轧	斜 轧		
基本成型方式								
基本受力特点	压 力	压 力	拉 拔	拉 力	弯 矩	剪 力		
分类与名称	正 向 挤 压	反 向 挤 压	拉 拔	冲 压 (拉 延)	拉 伸 成 型	弯 曲	剪 切	
基本成型方式								
组合成型方式	锻 造 - 轧 制	轧 制 - 挤 压	拉 拔 - 轧 制	拔 轧	轧 制 - 弯 曲	轧 制 - 剪 切		
分类与名称	锻 轧	轧 挤	拔 轧	拔 轧	轧 制 - 弯 曲	轧 制 (异 步 轧 制)		
基本成型方式								

汽车外壳等。

C 弯矩和剪力作用变形

主要靠弯矩和剪力作用使材料产生成型的方式有弯曲和剪切。

(1) 弯曲：材料在弯矩作用下成型，如板带弯曲成型和金属材的矫直等。

(2) 剪切：材料在剪力作用下进行剪切变形，如板料的冲剪和金属的剪切等。

基本成型方式简称“锻、轧、挤、拉、冲、弯、剪”。

0.1.1.2 组合成型方式

为了扩大品种和提高成型精度与效率，常常把上述基本成型方式组合起来，而形成新的组合成型过程，如表0-1所示。仅就轧制来说，目前已成功地研究出或正在研究与其他基本成型方式相组合的一些成型过程。诸如锻造和轧制组合的锻轧过程，可生产各种变断面零件以扩大轧制品种和提高锻造加工效率；轧制和挤压组合的轧挤过程，可以生产铝型材，纵轧压力穿孔也是这种组合过程，可以对斜轧法难以穿孔的连铸坯（易出内裂和折叠）进行穿孔，并可使用方坯代替圆坯；拉拔和轧制组合的拔轧过程，其轧辊不用电机驱动而靠拉拔工件带动，能生产精度较高的各种断面型材。冷轧带材时带前后张力轧制也是一种拔轧组合，可减小轧制力；轧制和弯曲组合的辊弯过程，使带材通过一系列轧辊构成的孔型进行弯曲成型，可生产各种断面的薄壁冷弯或热弯型材。轧制和剪切组合的搓轧过程，因上下工作辊旋转速度不等（也叫异步轧制）而造成上下辊面对轧件摩擦力方向相反的搓轧条件，可显著降低轧制力，能生产高精度极薄带材。

此外，还有铸造和轧制组合的液态铸轧（图0-1），粉末冶金和轧制组合的粉末轧制（图0-2）等新的组合成型过程。目前，已采用液态铸轧法生产铸铁板、不锈钢和高速钢薄带、铝带和铜带等，钢的液态铸轧正在研究中；用粉末轧制法已能生产出有一定强度和韧性的板带材。

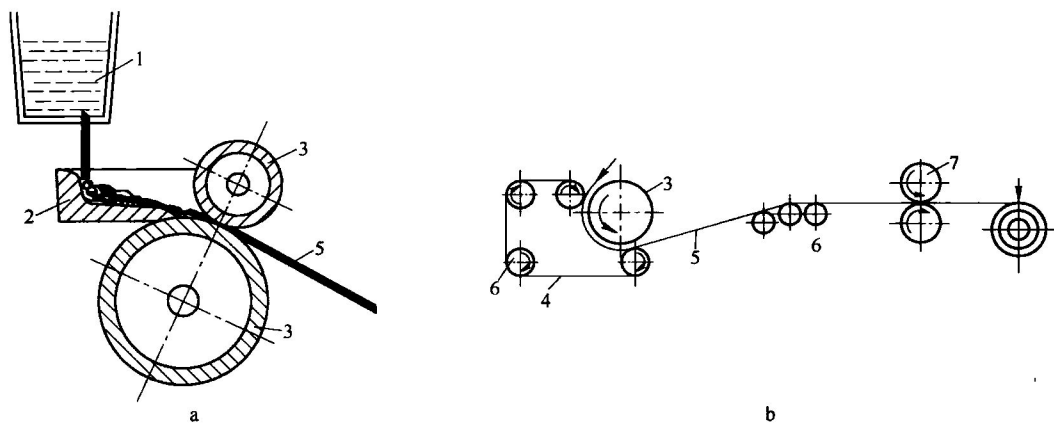


图0-1 液态铸轧过程

a—铸铁板液态铸轧；b—铝带液态铸轧

1—盛钢桶；2—流钢槽；3—水冷轧辊；4—冷却钢带；5—轧件；6—导辊；7—轧辊

0.1.2 按成型时的工件温度分类

按变形时的工件温度特征可分为热变形、冷变形和温变形。

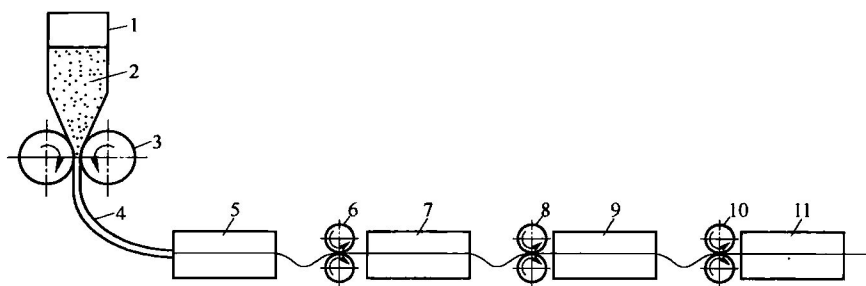


图 0-2 粉末轧制过程

1—料斗；2—粉末；3—轧辊；4—未烧结的带坯；5—预烧炉；6—一次冷轧；
7—烧炉；8—二次冷轧；9，11—退火炉；10—三次冷轧

- (1) 热变形——在进行充分再结晶温度以上所完成的变形过程。
- (2) 冷变形——在不产生回复和再结晶温度以下所完成的变形过程。
- (3) 温变形——介于冷热变形之间的温度进行的变形。

热变形是为了改善产品的组织性能，常常要控制加热温度、变形终了温度、变形程度和成型后产品的冷却速度，从而提高产品的强韧性。

冷变形的实质是冷变形—退火—冷变形……成品退火的过程，可以得到表面光洁、尺寸精确、组织性能良好的产品。

温变形的目的有的是为了降低金属的变形抗力，有的是为了改善金属的塑性，也有的是为了在韧性不显著降低时提高金属的强度。

以上说明，各种成型方式的适当组合可开发出能扩大品种、改善产品精度和成型效率的新的成型过程。成型过程和热处理适当配合可显著改善产品的组织性能，以便更经济、更有效的使用金属材料。

0.2 金属塑性成型力学的研究内容、解法及发展方向

金属塑性成型力学是金属塑性成型理论的一个分支，它是运用塑性力学基础来求解金属材料成型问题，即在对成型工件进行应力和应变分析的基础上建立求解成型问题的变形力学方程和解析方法，从而确定材料成型的力能参数和工艺变形参数以及影响这些参数的主要因素。基本研究内容包括：

(1) 研究给定的金属材料成型过程（轧制、锻造、挤压、拉拔等）所需的外力；外力与变形外部条件之间的关系，诸如工具形状、变形方式、摩擦条件等，此外力是成型设备设计与成型工艺制定的基本依据。

(2) 研究成型材料内部的应力场、应变场、应变速率场以及边界位移等，从而分析成型时产生裂纹的原因和预防措施，预测产品内残余应力和组织性能，提高产品质量。

(3) 研究新的、更合理的成型过程与组合成型过程及其力学特点，以提高成型效率、节省能源；研究新的、更合理的数学解析方法以提高成型力学的解析性、严密性与科学性。

作为实用塑性理论的金屬塑性成型力学直到 20 世纪 60 年代主要的解法仍是初等解析

法即传统工程法。此法的基本特点是采用近似的平衡方程与近似塑性条件并假定正应力在某方向均匀分布、剪应力在某方向线性分布，然后求解出工件接触面上的应力分布方程。由于方法较简单，如参数处理得当，计算结果与实际之间误差常在工程允许范围内，结果可信，因此今天仍有重要价值。但此种方法的主要缺点是不能研究变形体内部应力与变形分布。

另外一种发展较早的变形力解法是分析理想刚 - 塑性材料的滑移线法，该法采用精确平衡方程与塑性条件推导出汉基应力方程并按边界条件与几何性质绘制出塑性流动区内的滑移线场，借助滑移线场与速端图可确定塑性区内各点的应力分布与流动情况。此法可以有效地解析平面变形问题，但对轴对称问题及边界形状复杂的三维问题尚有待深入研究。

20 世纪 40 年代末至 50 年代初 A. A. 马尔科夫与 R. 希尔等从数学塑性理论角度出发，以完整的形式证明了可变形连续介质力学的极值原理。到 70 年代极值原理解析材料成型实际应用的应用已居主导地位。其中上界法发展成上界三角形速度场解法与上界连续速度场解法；三角形速度场解法将变形区设定为由刚性的三角形块组成，当成型工具具备已知速度时，刚性块发生相互搓动，借助速端图可求出变形功率与边界外力；此法因对变形区处理粗略，目前已逐渐被连续速度场解法取代。上界连续速度场解法是对具体的成型问题设定满足运动许可条件含有待定参量的上界运动许可速度场，然后计算应变速率场与成型功率，再用数学方法使成型功率最小化进而得到相关力能参数。

本书主要讲授工程法、滑移线法和上界法。

金属塑性成型力学今后发展的动向应当是：(1) 采用较精确的初始和边界条件（包括接触摩擦条件等）以及反映实际材料流变特性的变形抗力模型，依靠电子计算机求解精确化的变形力学方程，并加强对三维流动问题的研究。(2) 研究金属塑性成型工件内部的矢量场（应力、位移和应变分布）和标量场（温度、硬度和晶粒度分布等）。(3) 研究金属塑性成型力学中非线性力学与数学问题的线性化解法（塑性功率积分方法线性化、屈服准则线性化等），以提高金属塑性成型力学的解析性、严密性与科学性。

1 应力与应变

【本章概要】金属塑性成型是金属与合金在外力作用下产生塑性变形的过程，所以必须了解成型过程中工件所受的外力及其在工件内的应力和应变。本章将从塑性成型中工件所受的外力和所呈现的现象入手讲述成型工件内应力和应变状态的分析及其表示方法。这些都是塑性成型的力学基础。

【关键词】应力状态；主应力；应变状态；应变速率；刚-塑体“模型”

1.1 基本概念

1.1.1 外力

所谓外力，是由外界施加于变形体的力。在一定条件下，要使物体变形，必须施加一定的力，作用于物体上的力有两种类型：体积力（质量力）和表面力（外力）。

(1) 体积力——指作用于物体的每一个质点上，例如重力、磁力、惯性力等。

(2) 表面力——指作用于物体表面上的外力。塑性成型过程中的工件表面上作用的外力主要有作用力和约束反力。

1) 作用力——通常把材料成型设备的可动工具部分对工件所作用的力叫做作用力或者叫主动力，例如，锻压时锤头对工件作用的压力（图 1-1a 中的 P ），轧制时轧辊对工件的轧制力（图 1-1b 中的 P ）等。材料成型时的作用力可以实测或用理论计算得到。用这个力来验算设备零件强度和设备功率。

2) 约束反力——工件在主动力的作用下，其运动将受到工具的阻碍而产生变形，金属变形时，其质点的流动又会受到工件与工具接触面上摩擦力的制约，因此，工件在主动力的作用下，其整体运动和质点流动受到工具的约束时就产生约束反力。这样，在工件和工具接触表面上的约束反力就有正压力和摩擦力。

正压力——沿工具和工件接触面的法线方向并阻碍工件整体移动或金属流动的力，其方向垂直于接触面，并指向工件。

摩擦力——沿工具和工件接触面的切线方向并阻碍金属流动的力，其方向和接触面平

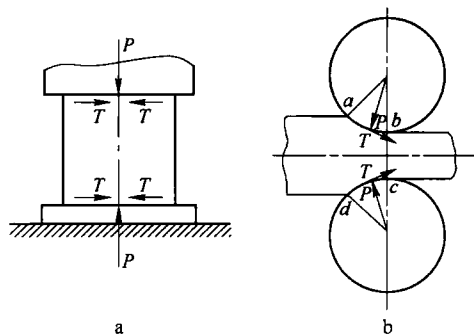


图 1-1 锻粗及轧制时的外力图

a—锻粗；b—轧制

行，并与金属质点流动方向或流动趋势相反。

应当指出，体积力和表面力皆可使物体在一定的情况下产生弹性变形或塑性变形。但对大多数成型金属来说，成型是由表面力来完成的，体积力与表面力相比，在成型过程中所起的作用较小，故一般略而不计。

平锤下镦粗时，圆柱体试件受上、下锤头力的作用而产生高度减小、断面扩大的变形，如图 1-1a 所示。

锤头力 P 是使柱体产生变形的有效作用力。由于锤头表面在横向上没有运动，而工件与工具接触处是相对运动的，这就产生了阻碍柱体断面扩大的摩擦力。图 1-1b 为平辊间的轧制，轧辊沿径向对轧件施加压力 P ，使其高度减小。为了使轧件能进入逐渐缩小的辊缝，在轧辊与材料接触表面之间也存在摩擦力，它的作用是将轧件咬入辊缝以实现轧制过程。

镦粗时，摩擦力妨碍柱体断面的扩大，是无效力；轧制时，摩擦力是实现轧件成型所必需的有效力之一。

1.1.2 内力与应力

变形物体受到外力作用时，内部将出现与外力平衡、抵抗变形的内力，故寻求变形力的平衡条件，不仅有作用于整个物体上外力的平衡条件，而且需要物体每个无穷小单元也处于平衡。变形物体的平衡条件具有微分性质，即意味着研究物体变形时力的情况，还需要了解物体内部的应力情况。内力的强度称为应力。物体内部出现应力，称物体处于应力状态之中。

为研究应力情况，需引入变形区的概念。在金属成型时，所谓变形区，是指那些受工具直接作用的，金属坯料正在产生塑性变形的那部分体积。如图 1-1a 所示，镦粗时金属整体全部在工具直接作用下发生变形，整块金属都处于变形区内，任意瞬间的变形都遍及全体。轧制则不然，每瞬间的变形只发生在其纵向上的一小段中，如图 1-1b 中 $abcd$ 所包围的部分。变形区前面部分，变形已完毕，后面部分则尚未变形，这些部分又称为刚端。所谓刚端（或外区）是指变形过程的任意瞬间、金属坯料上不发生塑性变形的那部分金属体积。

从变形区内取出一个小体积，如图 1-2a 所示，当其处于平衡状态时，作用着 P_1 ， P_2 ， P_3 ， \dots 诸力。若截去 B 部分，为了保持与 A 部分的平衡，则截面上一定有一合力 P ，如图 1-2b 所示，在截面的任一微小面素 ΔF 上，在 P 力方向有 ΔP 力，那么 $\lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta F}$ 定义为面素上的全应力 S 。即

$$S = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta F} \quad (1-1)$$

ΔP 对 ΔF 而言，可分解为垂直分量（法线分量） ΔN 及切线分量 ΔT ，可得出

$$\sigma = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta F} \quad (1-2)$$

$$\tau = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta F} \quad (1-3)$$

式中 σ ， τ ——面素 ΔF 上的垂直应力（正应力）及切线应力（切应力）。