

根据教育部最新教学大纲编写

一体化 教案与学案

主编 程新林

初三数学

教师为主导

学生为主体

方法为主线

语文出版社



一体化教案与学案

初三数学

主编 程新林

语文出版社

YITIHUA JIAO'AN YU XUE AN

一体化教案与学案

初三数学

主编 程新林

*

YUWEN CHUBANSHE CHUBAN FAXING

语文出版社出版发行

北京朝阳门南小街 51 号 邮政编码:100010

新华书店经销 山东·蓬莱印刷厂印刷

*

850×1168 毫米 1/32 印张:10.125 300 千字

1999 年 7 月北京第 1 版 1999 年 7 月第一次印刷

印数:1—20000 册 定价:9.70 元

ISBN 7-80126-549-1/G·368

版权所有 盗印必究

主 编 程新林

前 言

伴随着素质教育的浪潮,一场学习的革命已悄然拉开帷幕。教学观念、教学形式、教学内容都在顺应改革的要求而发生变化。传统的教学辅导用书,难以发挥为基础学科教学导向和服务的功能。广大师生企盼着真正实用、反映教学改革新成果新经验、素质教育含金量高的新型教辅用书的出版。

奉献在广大师生面前的这套《一体化教案与学案》是中华人民共和国教育部直属语文出版社经过充分论证,精心策划,组织江苏、浙江地区重点中学的特、高级教师认真编写而成。它体现了这样一种形式结构:教与学合一设计,但以学生为主体,体现教学相长;学与练分层进行,有利于目标教学和分类教学,从而提高教学效益与质量。

教案与学案一体,知识与能力同步,是近年来国内多所重点中学在教学实践中总结出的成功经验。其特点是将“怎么学”与“怎么教”放在一起同步设计,以方法为主线实施教学,使学生掌握基础知识,提高综合能力。同时减轻了教师的备课工作量,节省了学生用于记笔记的时间和精力。一些有名的重点中学正陆续通过“网校”向全国推介。本丛书以全新的视角向广大师生介绍这种符合教学规律的立体化的教学方案。其鲜明的特点反映在以下几个方面:

点——知识点。【知识要点表解】以表解的形式系统归纳梳理各节知识,使其一目了然。此为学科基本文化素质的基石。

线——方法、思路。【方法主线导析】以问题和例解形式将各知识点串起来,进行精辟的讲析。此为学科基本文化素质的构建框架和支柱。

面——能力层面。【能力层面训练】围绕教学目标，根据认知规律将精当的训练题分为知识掌握，能力提高，延伸拓展等层次，循序渐进。此为学科文化素质的基本层面。

体——上述点、线、面构成的立体，教与学相互联动，相互促进，涵盖全部知识点的教学学法设计，抓住重难点的讲练结合编排，使这个主体内充满鲜活而翔实的内容。【单元立体检测】较全面地检查教学效果和学生的智能素质，为教学提供了有效的反馈信息。

本丛书例题和习题的选取充分考虑最新考题走向，既博采众长，又自成系统。各学科体例相对统一，但又根据学科特点和各年级教学实际有所不同，各具特点。

随着考试制度的改革，考试中的变数将越来越多。但是，真正学会了学习，掌握了方法，成为学习的主人，就能从容应试，试用过教案与学案合一的师生已经有了切身的经验体会，并获得巨大成功。编者、出版者、发行界都充满信心极力推荐该套书。让每一位师生都能尽快分享这种成功，这是我们隆重推出本丛书的最大心愿。

该套系列丛书的编辑与出版，得益于教学、出版、发行界一些朋友的热情帮助和大力支持，他们提出了许多很好的建议，在此深表谢意。衷心希望广大师生和教育专家在这套系列书问世后，提出宝贵意见，以便修订时改进。

《一体化教案与学案》系列丛书
编委会

1999.7

目 录

代数部分

第十二章 一元二次方程

一 一元二次方程	(1)
12.1 一元二次方程	(1)
12.2 一元二次方程的解法	(4)
12.3 一元二次方程的根的判别式 ...	(10)
12.4 一元二次方程的根与系数的关系 ...	(16)
12.5 二次三项式的因式分解(用公式法)	(24)
12.6 一元二次方程的应用	(27)
单元立体检测 A 卷	(31)
单元立体检测 B 卷	(33)
二 可化为一元二次方程的分式方程和无 理方程	(34)
12.7 分式方程	(34)
12.8 无理方程	(39)
单元立体检测 A 卷	(43)
单元立体检测 B 卷	(45)
三 简单的二元二次方程组	(46)
12.9 由一个二元一次方程和一个二元二次 方程组成的方程组	(46)
12.10 由一个二元二次方程和一个可以分 解为两个二元一次方程的方程组成 的方程组	(51)
单元立体检测 A 卷	(55)
单元立体检测 B 卷	(56)

第十三章 函数及其图象

13.1 平面直角坐标系	(58)
13.2 函数	(62)
13.3 函数的图象	(67)
单元立体检测 A 卷	(70)
单元立体检测 B 卷	(71)
13.4 一次函数	(73)
13.5 一次函数的图象和性质	(76)
13.6 二次函数 $y=ax^2$ 的图象	(81)
13.7 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象	(85)
13.8 反比例函数及其图象	(91)
单元立体检测 A 卷	(95)
单元立体检测 B 卷	(96)

第十四章 统计初步

14.1 平均数	(98)
14.2 众数和中位数	(100)
14.3 方差	(103)
14.4 用计算器求平均数、标准差与方差 (略)	(110)
14.5 频率分布	(110)
14.6 实习作业(略)	(110)
单元立体检测 A 卷	(110)
单元立体检测 B 卷	(111)

几何部分

第六章 解直角三角形

一 锐角三角函数	(113)
6.1 正弦和余弦	(113)
6.2 正切和余切	(117)
单元立体检测 A 卷	(122)
单元立体检测 B 卷	(123)
二 解直角三角形	(125)

6.3 解直角三角形	(125)
6.4 应用举例	(129)
单元立体检测 A 卷	(133)
单元立体检测 B 卷	(135)
第七章 圆	
一 圆的有关性质	(137)
7.1 圆	(137)
7.2 过三点的圆	(141)
7.3 垂直于弦的直径	(145)
7.4 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系	(150)
7.5 圆周角	(156)
7.6 圆的内接四边形	(163)
单元立体检测 A 卷	(169)
单元立体检测 B 卷	(171)
二 直线和圆的位置关系	(173)
7.7 直线和圆的位置关系	(173)
7.8 切线的判定和性质	(178)
7.9 三角形的内切圆	(184)
7.10 切线长定理	(190)
7.11 弦切角	(195)
7.12 和圆有关的比例线段	(202)
单元立体检测 A 卷	(208)
单元立体检测 B 卷	(210)
三 圆和圆的位置关系	(213)
7.13 圆和圆的位置关系	(213)
7.14 两圆的公切线	(219)
7.15 相切在外圆中的应用	(226)
单元立体检测 A 卷	(231)
单元立体检测 B 卷	(232)
四 正多边形和圆	(234)
7.16 正多边形和圆	(234)
7.17 正多边形的有关计算	(240)
7.18 画正多边形	(245)

7.19 圆周长、弧长	(249)
7.20 圆、扇形、弓形的面积	(256)
7.21 圆柱和圆柱的侧面展开图	(263)
单元立体检测 A 卷	(266)
单元立体检测 B 卷	(268)
上学期中测试题 A 卷	(270)
上学期中测试题 B 卷	(273)
上学期期末测试题 A 卷	(276)
上学期期末测试题 B 卷	(280)
下学期期中测试题 A 卷	(284)
下学期期中测试题 B 卷	(287)
下学期期末测试题 A 卷	(290)
下学期期末测试题 B 卷	(294)
参考答案	(299)

代数部分

第十二章 一元二次方程

一 一元二次方程

12.1 一元二次方程

【知识要点表解】

本小节学习一元二次方程的概念，一元二次方程的一般形式以及一元二次方程中各项的名称。

一元二次方程定义：只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是2的整式方程叫一元二次方程。

一元二次方程的一般形式： $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ ，其中 ax^2 、 bx 、 c 分别叫二次项、一次项、常数项， a 、 b 、 c 分别叫二次项系数、一次项系数、常数项。

【方法主线导析】

●学法建议

一元二次方程是中学数学的主要内容，在初中代数中占有重要地位。本章重点是一元二次方程的解法，本节是一元二次方程的基础，应当好好学习，为以后的学习创造有利的条件。

●释疑解难

1. 一元二次的一般形式 $ax^2+bx+c=0$ 为什么后面要加条件($a\neq 0$)?

答：若 $a=0$ ，方程 $ax^2+bx+c=0$ 就不是一元二次方程了。不要小看这个小括号的说明，它可是有用的知识点。若题目中明确指出 $ax^2+bx+c=0$ 是一元二次方程，那就包含 $a\neq 0$ 这个条件了。关于这一点以后会再次谈到。

2. 方程 $(x+3)^2=-2+x^2$ 是不是一元二次方程?

答：看起来像一元二次方程，但我们不能为表面现象所迷惑。因原方程整理得 $6x+11=0$ ，显然不是一元二次方程。以后我们判断方程的最高次数也要整理后才能下结论。

3. 关于 x 的方程 $3x^2-x+\frac{1}{x^2}=2$ 是不是一元二次方程？ x 的最高次数是2，它应

该是一元二次方程吧？

答：一元二次方程的定义中说得很清楚：只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是2的整式方程叫做一元二次方程。这就是说一元二次方程首先应该是整式方程。而 $\frac{1}{x^2}$ 这一项不是整式，原方程也就不是整式方程，更不是一元二次方程了。

●典型题例

例1 关于 x 的方程(1) $(2m-1)x^2-(m-1)x=5m$

$$(2)(m^2+1)x^2+mx-3=0$$

若都是一元二次方程，分别求出 m 的取值范围。

〔分析〕 这是考一元二次方程的一般形式附加条件的好题，只要二次项系数不为0就行了。

〔解答〕 (1)由 $2m-1 \neq 0$ 得 $m \neq \frac{1}{2}$ 。

$$(2) \because m^2 \geq 0, \therefore m^2+1 > 0, \text{即 } m^2+1 \neq 0,$$

$\therefore m$ 可以为一切实数。

例2 m 为何值时，方程 $(m+1)x^{|4m|-2}+27mx+5=0$ 是关于 x 的一元二次方程？

〔分析〕 本题是比上题稍难，但类型相同的问题。

〔解答〕 由 $|4m|-2=2$ ，得 $|4m|=4$ ， $\therefore m=\pm 1$ 。

但 $m=-1$ 时， $m+1=0$ ，应舍去， $\therefore m=1$ 。

例3 若 $x^{2a+b}-2x^{a-b}+3=0$ 是关于 x 的一元二次方程，求 a, b 的值。

〔分析〕 这是比前两例更难，但类型相同的问题。我们把两个同学的错解先剖析一下再提供正确解法。

甲解：由题意 $\begin{cases} 2a+b=2 \\ a-b=1 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} a=1 \\ b=0 \end{cases}$ 。

乙解：应补充一种情况： $\begin{cases} 2a+b=1 \\ a-b=2 \end{cases}$ 。

乙同学考虑得周到些，但还是不够全面，因为 x^{2a+b} 和 x^{a-b} 的指数至少一个为2就行了，共有五种情况。

〔解答〕 由上分析，当 $\begin{cases} 2a+b=2 \\ a-b=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2a+b=2 \\ a-b=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2a+b=2 \\ a-b=0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2a+b=0 \\ a-b=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2a+b=1 \\ a-b=2 \end{cases}$ 时，原方程为 x 的一元二次方程，因此得：

$$\begin{cases} a_1 = \frac{4}{3}, \\ b_1 = -\frac{2}{3}; \end{cases} \begin{cases} a_2 = 1, \\ b_2 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_3 = \frac{2}{3}, \\ b_3 = \frac{2}{3}; \end{cases} \begin{cases} a_4 = \frac{2}{3}, \\ b_4 = -\frac{4}{3}; \end{cases} \begin{cases} a_5 = 1, \\ b_5 = -1. \end{cases}$$

【能力层面训练】

●知识掌握

1. 把下列方程整理成一般形式,再指出二次项、一次项、二次项系数和一次项系数:

(1) $6 - 2x^2 + 3x = 0$; (2) $4y = -\sqrt{3}y^2$;

(3) $(x+1)(x-1) = 1$; (4) $(x+2)(x-1) = 2(x+2)^2$;

(5) $(n-x)x = m^2x$; (6) $ax^2 - bx + x = c$.

2. 当 $m =$ _____ 时,方程 $(m-1)x^2 - (2m-1)x + m = 0$ 是关于 x 的一元一次方程,当 m _____ 时,上述方程才是关于 x 的一元二次方程.

3. 根据下列条件,写出一元二次方程的一般形式:

(1) $a=2, b=1, c=0$;

(2) $a=b=-2, c=3$;

(3) $a=\tan 60^\circ, b=\cos 30^\circ, c=\sin 30^\circ$;

(4) $\begin{cases} a+b=0 \\ b+c=-3 \\ c+a=-1; \end{cases}$

(5) 二次项系数为 1, 一次项系数为 -1, 常数项为 2.

4. 把方程 $(x+3)(x-1) = x(1-x)$ 整理成一般形式,再算出 $b^2 - 4ac$ 及 $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 的值.

5. 判断下列方程是否为一元二次方程:

(1) $2x^2 + 3xy + y^2 = 0$;

(2) $x(x^2 - 3) = x^3 + x - x^2$;

(3) $x^2 = 0$;

(4) $(2x-1)^2 = (x-1)(4x+3)$;

(5) $(3-x)^2 = -1$.

6. 下列方程中, 是一元二次方程的是:

- (A). $ax+c=0(a \neq 0)$; (B). $bx^2+ax+c=0(b \neq 0)$;
(C). $bx^2+ax=0(a \neq 0)$; (D). $ax^3+bx+c=0(a \neq 0)$.

7. 已知方程 $(2m-1)x^2+(m+1)x-1=0$, 当 $m=\frac{1}{2}$ 时这个方程是 _____ 元 _____ 次方程, 当 $m=1$ 时原方程是一元一次方程. 这时二次项系数是 _____, 一次项是 _____.

8. 方程 $x^2=0$ 是 _____ 元 _____ 次方程, 二次项系数是 _____, 一次项系数是 _____, 常数项是 _____.

●能力提高

9. 当 m _____ 时, 方程 $(\frac{2m}{m+1})x^2-(1+m)x+5m+1=0$ 是关于 x 的一元二次方程.

10. 若关于 y 的方程 $my^2+(m-3)y^3-y+1=0$ 是一元二次方程, 求 m 的值.

11. 把关于 x 的方程 $ax^2+2x-x^2+3ax=c(a \neq 1)$ 整理成一般形式, 并写出二次项系数和一次项系数及常数项.

12. 当锐角 $\alpha =$ _____ 度时, 关于 x 的方程 $(tg^2\alpha-3)x^2-1+\sin\alpha \cdot x=0$ 不是一元二次方程.

●延伸拓展

13. 关于 x 的方程 $(m+1)x^{|m-1|}+mx-1=0$ 是一元二次方程, 求 m 的大小.

14. 关于 x 的方程 $(m-1)x^{m-1}-2x^{m+1}+m=0$ 是一元二次方程, 求 m 的大小.

12.2 一元二次方程的解法

【知识要点表解】

一元二次方程的解法是本章的重点内容, 课本中实际上介绍了四种解法: 直接开平方法、配方法、公式法和因式分解法.

方 法	适合方程类型	注 意 事 项
直接开平方法	$(x+a)^2=b$	$b \geq 0$ 时有解, $b < 0$ 时无解.
配方法	$x^2+px+q=0$	二次项系数若不为1, 必须先系数化为1, 再进行配方.

方 法	适合方程类型	注 意 事 项
公式法	$ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)	$b^2-4ac \geq 0$ 时, 方程有解; $b^2-4ac < 0$ 时, 方程无解. 先化 为一般形式再用公式.
因式分解法	方程的一边为 0, 另 一边能分解成两个 一次因式的积.	方程的一边必须是 0, 另一边可 用任何方法分解因式.

【方法主线导析】

● 学法建议

本节篇幅大, 本节内容是本章的重要内容, 也是中学的主要内容, 在初中代数中占有重要地位. 公式法是本节重点.

难点是配方法, 学好本节的关键是掌握一元二次方程各种解法适合的类型. 公式法是通法, 一定要熟练掌握.

● 释疑解难

1. “配方法”中, 为什么方程的两边要加上一次项系数的一半的平方?

答: 目的是使方程左边变成一个完全平方式. $x^2 \pm mx$ 可以写成 $x^2 \pm 2x \cdot \frac{m}{2}$. 对照完全平方公式, $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ 可知, x^2 相当于 a^2 , $2x \cdot \frac{m}{2}$ 相当于 $2ab$, b 相当于 $\frac{m}{2}$, b^2 相当于 $(\frac{m}{2})^2$. 既然 $a^2 \pm 2ab$ 再配上 b^2 可以配成完全平方式, $x^2 \pm mx$ 再配上 $(\frac{m}{2})^2$ 就可以配成完全平方式, 这就是方程的两边要加上一次项系数的一半的平方的原因. 值得一提的是, 方程两边都加一次项系数的绝对值的一半的平方更好, 这样写成完全平方就不会在符号上出现错误.

如课本由 $x^2 - \frac{7}{2}x = -\frac{3}{2}$ 配方得:

$$x^2 - \frac{7}{2}x + (-\frac{7}{4})^2 = -\frac{3}{2} + (-\frac{7}{4})^2, \text{ 不如配成:}$$

$$x^2 - \frac{7}{2}x + (\frac{7}{4})^2 = -\frac{3}{2} + (\frac{7}{4})^2.$$

2. 课本第 13 页由 $x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$ 到 $x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 是否不妥? 老师不是强调 $\sqrt{a^2}$ 不能写成 $\sqrt{a^2} = a$, 应当写成 $\sqrt{a^2} = |a|$ 再分类讨论吗?

答:本来应写成: $x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2|a|}$, 因为式子前面有双重符号“ $\pm$ ”, 所以无论 $a > 0$ 还是 $a < 0$, 最终结果还是 $\pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, 所以课本上省略了详细讨论.

3. 课本 15 页例子由 $x = \frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$, 得出 $x_1 = x_2 = \sqrt{2}$.
 $x = \sqrt{2}$ 不就行了, 为什么还要写上 $x_1 = x_2 = \sqrt{2}$ 呢?

答:一元二次方程要么有两个根, 要么无实数根, 不可能只有一个根.
 $x = \sqrt{2}$ 表示原方程的只有一个根, 这明显是错的.

对于方程 $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$ 可以这样

$$\begin{aligned} \text{[解答]} \quad x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 &= 0, \therefore x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2 = 0, \\ \therefore (x - \sqrt{2})^2 &= 0, \therefore (x - \sqrt{2})(x - \sqrt{2}) &= 0, \\ \therefore x - \sqrt{2} &= 0 \text{ 或者 } x - \sqrt{2} &= 0, \\ \therefore x_1 &= \sqrt{2}, x_2 = \sqrt{2}, \therefore x_1 = x_2 = \sqrt{2}. \end{aligned}$$

4. 字母系数的一元二次方程适合用什么方法去解?

〔解答〕一般来说, 这类方程适合用因式分解法. 如课本 15 页例 5 解关于 x 的方程:

$$\begin{aligned} x^2 - m(3x - 2m + n) - n^2 &= 0, \text{整理得:} \\ x^2 - 3mx + (2m^2 - mn - n^2) &= 0, \quad \therefore x^2 - 3mx + (2m + n)(m - n) = 0, \\ \therefore [x - (2m + n)][x - (m - n)] &= 0, \quad \begin{array}{l} | \quad -(2m + n) \\ | \quad \times \\ | \quad -(m - n) \end{array} \\ \therefore x - (2m + n) = 0 \text{ 或 } x - (m - n) &= 0, \\ \therefore x_1 = 2m + n, x_2 = m - n. \end{aligned}$$

●典型例题

例 1 用三种方法解方程: $2x^2 + 3 = 7x$.

解法一: (公式法)

$$\text{原方程整理得 } 2x^2 - 7x + 3 = 0,$$

$$\text{则 } a = 2, b = -7, c = 3, \Delta = (-7)^2 - 4 \times 2 \times 3 = 25$$

$$\therefore x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{25}}{2 \times 2} = \frac{7 \pm 5}{4},$$

$$\therefore x_1 = \frac{7+5}{4} = 3, x_2 = \frac{7-5}{4} = \frac{1}{2}.$$

解法二:(配方法)

由原方程得 $x^2 - \frac{7}{2}x = -\frac{3}{2}$, 配方得:

$$x^2 - \frac{7}{2}x + (\frac{7}{4})^2 = -\frac{3}{2} + (\frac{7}{4})^2, \therefore (x - \frac{7}{4})^2 = \frac{25}{16}.$$

$$\therefore x - \frac{7}{4} = \pm \frac{5}{4}, \therefore x = \frac{7}{4} \pm \frac{5}{4}.$$

$$\therefore x_1 = \frac{7}{4} + \frac{5}{4} = 3, x_2 = \frac{7}{4} - \frac{5}{4} = \frac{1}{2}.$$

解法三:(因式分解法)

由原方程得 $2x^2 - 7x + 3 = 0$, $\therefore (2x-1)(x-3) = 0$,

$\therefore 2x-1=0$ 或 $x-3=0$,

$$\therefore x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 3.$$

例2 用适当方法解下一方程:

$$(1) (2x-1)^2 - 9 = 0;$$

$$(2) x^2 + x - 1 = 0;$$

$$(3) x^2 - 4x = 1;$$

$$(4) 3x^2 - 16x + 5 = 0;$$

$$(5) (3x+2)^2 = 4(x-3)^2;$$

$$(6) (y-1)^2 = 2y(1-y);$$

$$(7) 3a^2x^2 - \sqrt{3}abx - 2b^2 = 0; \quad (8) x^2 + 2mx = (n+m)(n-m).$$

[分析] (1)由原方程得 $(2x-1)^2 = 9$, 显然适合用直接开平方法. 当然也可以用因式分解法.

(2)因 $\Delta = 5$ 不是完全平方数, 不适合用因式分解法, 因一次项系数不是偶数, 也不适合用配方法. 本题适合用公式法.

(3)因二次项系数为1, 一次项系数为偶数, 故本题适合用配方法.

(4)本题适合用因式分解法(十字相乘法).

(5)本题可变为 $(3x+2)^2 - [2(x-3)]^2 = 0$, 因此用因式分解法(左边用平方差公式分解)比较合适. 本题也可以用直接开平方法. 由原方程可得 $3x+2 = \pm 2(x-3)$, 以下略.

(6)由原方程可得 $(y-1)^2 + 2y(y-1) = 0$, 用因式分解法较合适(提取公因式法).

(7)虽然题目中既有无理数, 又有字母系数, 但用因式分解法(十字相乘法)仍很简单, 不过要注意 $3 = (\sqrt{3})^2$, 由原方程可得: $(\sqrt{3}a+b)(\sqrt{3}a-2b) = 0$.

(8)因二次项系数为1, 一次项系数为2的倍数, 故适合用配方法. 因字母系数较简单, 所以也适合用因式分解法(十字相乘法).

例3 解方程: $x(x+a) = b(b+a)$.