

结合面接触特性理论 建模及仿真

■ 温淑花 著



国防工业出版社
National Defense Industry Press

结合面接触特性理论 建模及仿真



著

国防工业出版社

内容简介

结合面接触特性及其理论建模研究一直是学术界的一个研究热点,本书论述了其研究意义、研究概况,简要介绍了粗糙表面的形貌特征及其统计描述、粗糙表面的分形特征及其数学表征方法以及接触分形理论与模型,在此基础上,详细介绍了结合面法向接触刚度、切向接触刚度、法向接触阻尼、切向接触阻尼和静摩擦系数的分形模型及其仿真计算与结果分析。

本书可供机械工程领域从事相关方面研究的人员参考使用,也可作为机械工程领域相关专业教师、研究生和高年级本科生的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

结合面接触特性理论建模及仿真/温淑花著. —北京:国防工业出版社,2012. 12

ISBN 978-7-118-08698-0

I. ①结… II. ①温… III. ①机床—结构—建模系统—研究②机床—结构—仿真系统—研究 IV.

①TG502.32

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 081533 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

国防工业出版社印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 880×1230 1/32 印张 3⁵/₈ 字数 151 千字

2012 年 12 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2000 册 定价 25.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

前 言

高档数控机床是由主轴系统、床身系统、多维工作台及其驱动系统等组成的复杂机电系统。这些系统通过系列结合面组成一个整体,处于随机动态切削力、高速进给机构的冲击力、旋转轴不平衡质量的离心力及热载荷的作用之下,其整机刚度的 $60\% \sim 80\%$ 及阻尼的 90% 来自结合面的影响,从而结合面的动力学特性是影响机床本身动力学特性的主要因素。因此,在机床结构数字化设计阶段,对其进行整机静、动力学建模进而进行整机的静、动态特性分析计算与预测及评价必须充分考虑、包含机床结构中的各种结合面的影响,否则会引起很大的误差,导致结果的不可信与不可行。而结合面接触刚度和接触阻尼等物理参数的确定至今一直是一个难点,从而造成结合面动力学特性的建模与精确计算(结合面建模)是整机设计和性能预测的瓶颈。突破结合面建模在整机结构创新设计中的瓶颈约束,丰富机械设计理论,对装备设计制造具有普遍意义。

本书是集作者多年来在结合面接触刚度、接触阻尼、静摩擦系数方面的建模研究成果而成,同时为了保持全书的系统性也吸收了国内外一些学者的观点和研究成果,并在参考文献中进行了列出。

本书的主要研究内容得到了国家自然科学基金项目(50775153)、山西省自然科学基金项目(2012011023-4)、山西省回国留学人员科研资助项目(2011-076)和山西省青年科技基金项目(20011022)的资助。

本书紧紧围绕结合面接触特性理论建模及仿真这一研究主题,从五个方面分若干层次进行了较为系统的深入研究。①结合面法向接触刚度分形模型及其仿真;②结合面切向接触刚度分形模型及其仿真;③结合面法向接触阻尼分形模型及其仿真;④结合面切向接触阻尼分形模型及其仿真;⑤结合面静摩擦系数分形模型及其仿真。

本书共分8章。第1章 绪论,主要简要介绍结合面的相关基本概念与接触特性及其研究意义和结合面接触特性理论建模研究的概况;第2章 粗糙表面的形貌特征及其统计描述,主要简要介绍粗糙表面的形貌特征及其统计描述方法;第3章 接触分形理论与模型,主要简要介绍分形的基本概念和粗糙表面的分形特征及其数学表征方法以及接触分形理论与模型;第4章 结合面法向接触刚度分形模型及其仿真,主要介绍四种不同的结合面法向接触刚度分形模型及其仿真计算与结果分析;第5章 结合面切向接触刚度分形模型及其仿真,主要介绍两种不同的结合面切向接触刚度分形模型及其仿真计算与结果分析;第6章 结合面法向接触阻尼分形模型及其仿真,主要介绍一种结合面法向接触阻尼分形模型及其仿真计算与结果分析;第7章 结合面切向接触阻尼分形模型及其仿真,主要介绍一种结合面切向接触阻尼分形模型及其仿真计算与结果分析;第8章 结合面静摩擦系数分形模型及其仿真,主要介绍一种结合面静摩擦系数分形模型及其仿真计算与结果分析。

结合面接触特性及其理论建模研究是一个十分复杂的问题,至今依然是国际学术界研究的一个热点和难点。作者期望本书的出版能够对其研究提供一点借鉴。

由于作者学识水平有限,本书难免有错误与不妥之处,敬请读者不吝赐教,对此作者不胜感激。

作者

2012年10月于太原

目 录

第 1 章 绪 论	(1)
1.1 引言	(1)
1.2 结合面接触特性研究的意义	(2)
1.3 结合面接触特性理论建模研究概况	(5)
1.4 小结	(7)
参考文献	(7)
第 2 章 粗糙表面的形貌特征及其统计描述	(10)
2.1 引言	(10)
2.2 粗糙表面形貌及其特征的统计描述	(10)
2.2.1 金属加工表面的性质及其形貌特征	(10)
2.2.2 表面形貌特征的统计描述	(13)
2.3 小结	(18)
参考文献	(19)
第 3 章 接触分形理论与模型	(20)
3.1 引言	(20)
3.2 粗糙表面的自仿射分形特征及其数学表征	(22)
3.2.1 分形几何学的产生	(22)
3.2.2 分形维数的基本概念	(23)
3.2.3 粗糙表面轮廓线的分形特性	(23)
3.2.4 表面微观形貌分形特征的数学表征	(24)
3.2.5 分形参数 D 和 G 的获得	(26)
3.3 粗糙表面的接触分形模型	(27)
3.3.1 接触点的大小(面积)分布	(27)
3.3.2 粗糙表面的真实接触面积	(28)

3.3.3	接触点的变形	(28)
3.3.4	真实接触面积与载荷的关系	(30)
3.3.5	真实接触面积与粗糙表面间的分离之间的关系	(31)
3.4	小结	(31)
	参考文献	(31)
第4章	结合面法向接触刚度分形模型及其仿真	(33)
4.1	引言	(33)
4.2	一种结合面法向接触刚度分形模型及其仿真	(33)
4.2.1	一种结合面法向接触刚度分形模型	(33)
4.2.2	结合面法向接触刚度分形模型的数字仿真	(35)
4.2.3	结论	(37)
4.3	考虑域扩展因子影响的结合面法向接触刚度分形模型及其仿真	(38)
4.3.1	考虑域扩展因子的微接触点大小分布函数	(38)
4.3.2	考虑域扩展因子影响的结合面法向接触刚度分形模型	(39)
4.3.3	考虑域扩展因子影响的结合面法向接触刚度分形模型的数字仿真	(42)
4.4	一种改进的结合面法向接触刚度分形模型及其仿真	(46)
4.4.1	粗糙表面分形模型	(47)
4.4.2	结合面法向接触载荷与接触刚度模型	(47)
4.4.3	结合面法向接触刚度分形模型的数字仿真	(52)
4.5	一种考虑弹塑性变形的结合面法向接触刚度分形模型	(57)
4.5.1	结合面微凸体变形机制	(58)
4.5.2	考虑弹塑性变形的结合面接触分形模型	(59)
4.6	小结	(63)
	参考文献	(64)
第5章	结合面切向接触刚度分形模型及其仿真	(65)
5.1	引言	(65)
5.2	一种结合面切向接触刚度分形模型及其仿真	(65)

5.2.1	一种结合面切向接触刚度分形模型	(65)
5.2.2	结合面切向接触刚度分形模型的数字仿真及 实验验证	(69)
5.2.3	结论	(71)
5.3	考虑域扩展因子影响的结合面切向接触刚度分形模型 及其仿真	(71)
5.3.1	考虑域扩展因子影响的结合面切向接触刚度 分形模型	(71)
5.3.2	考虑域扩展因子影响的结合面切向接触刚度 分形模型的数字仿真	(73)
5.3.3	结论	(78)
5.4	小结	(78)
	参考文献	(79)
第 6 章	结合面法向接触阻尼分形模型及其仿真	(80)
6.1	引言	(80)
6.2	结合面法向接触阻尼分形模型及其仿真	(80)
6.2.1	结合面建模	(80)
6.2.2	结合面法向接触阻尼分形模型	(82)
6.2.3	结合面法向接触阻尼分形模型的数字仿真	(84)
6.3	结论	(91)
6.4	小结	(92)
	参考文献	(92)
第 7 章	结合面切向接触阻尼分形模型及其仿真	(94)
7.1	引言	(94)
7.2	结合面阻尼耗能机理简介	(94)
7.3	结合面切向接触阻尼分形模型	(94)
7.4	结合面切向接触阻尼分形模型的数字仿真	(96)
7.5	结论	(98)
7.6	小结	(98)
	参考文献	(99)

第 8 章 结合面静摩擦系数分形模型及其仿真	(100)
8.1 引言	(100)
8.2 结合面法向接触载荷计算模型	(100)
8.3 结合面切向接触载荷计算模型	(102)
8.4 结合面静摩擦系数分形模型	(103)
8.5 结合面静摩擦系数分形模型的数字仿真	(104)
8.6 结论	(106)
8.7 小结	(106)
参考文献	(107)

第 1 章 绪 论

1.1 引 言

为了满足各种功能、性能和加工要求以及运输上的方便,机床及各类机械一般都不是一个连续的整体,而是由各种零件按照一定的具体要求组合起来的。称零件、组件、部件之间相互接触的表面为“机械结合面”,简称“结合面”,或称“接触面”。

从运动角度来看,结合面可分为三类:固定结合面、半固定结合面和运动结合面。

固定结合面是最为普遍的一种结合面,它主要起固定连接和支撑的作用。运动结合面是指相互连接的两个零部件之间在工作状态时存在宏观相对运动的结合面。而半固定结合面则是指有时固定有时又会出现相对运动的结合面。

按照结合面的结构形状,结合面又分为平面结合面和曲面结合面。

机床结构中的箱体与床身的连接面,机架与机座的连接面;圆柱形的固定连接面,圆柱销的连接面,铆钉的连接面;锥面连接面,包括楔形连接面和圆锥形连接面等,都属于固定结合面。重要的固定结合面还有螺纹连接面,包括螺栓与机件的连接以及螺杆与螺母的连接这样两种连接面。焊接的连接面也是一种固定结合面。

半固定结合面如摩擦离合器的连接与接触等。

运动结合面中最普遍的是滑动导轨和滚动导轨的连接面、轴承的连接面、丝杠与螺母或其他产生直线位移与角位移的运动机构的连接面,齿轮轮齿的啮合面等也都属于运动结合面。

结合面的接触特性包括接触刚度、接触阻尼、接触电阻抗、接触热阻抗、摩擦系数等。本书主要介绍和讨论结合面的接触刚度、接触阻尼

和静摩擦系数的理论建模及其仿真。

1.2 结合面接触特性研究的意义

由于结合面在机械结构中的大量存在,从而使机械结构或系统具有不连续性,导致了问题的复杂性。结合面存在着接触刚度和接触阻尼,因此从力学的角度分析结合面问题,可以说它和机械结构的静特性、振动与振动控制及其动态特性都存在着十分密切的关系。

(1)结合面的接触刚度常常是机械结构整体刚度的重要组成部分,有时甚至成为整体刚度的薄弱环节,所以在研究机械结构的静特性时,必须充分考虑到结合面的接触刚度。一般情况下,机床中的结合面的接触刚度占机床总刚度的 $60\% \sim 80\%$ ^[1]。对于不同的机床,这个比例的具体值也不尽相同。Levina 和 Resketov 指出,在机床总的静变形中,由各结合面引起的变形量高达 $85\% \sim 90\%$,并且特别指出,在机床结构工作力流传递封闭链上各连接部件之间,如果一个结合面刚度低,则其他构件的刚度再高也将失去意义^[2]。同样的一个固定结合面在机床结构工作力流传递封闭链中所处的位置不同,将对机床结构整体或重要部件的静动态特性产生不同的影响。Levina^[3]的实验研究表明,对于车床,其溜板、刀架的变形量是机床总变形的 40% ,而其中仅三个导轨结合面的变形就占了 30% ,也就是说,机床刀架、溜板结构中,结合面变形占其总体结构变形的 $3/4$ 之多。而车床尾架变形的 $60\% \sim 70\%$ 是由其结合面引起的。普通立铣床中,工作台及升降台的变形占整机变形的 $60\% \sim 70\%$,而其中的大部分变形则是由其结合面所引起的^[4]。Tayler 曾发现,对于单臂龙门刨床,当刀架和立柱结合面被假设为完全刚性时,单臂龙门刨床的刚度可提高 39% ^[2]。

(2)结合面均属于“柔性结合”,这是因为结合面上接触压力总限制在一定的范围内,不可能无限大,而结合面本身又存在着一定的几何形状误差以及微观不平度,有些结合面间还存在着各种各样的油介质等,当受到动载荷作用时,结合面间会产生微小的相对线位移或角位移,使结合面既存储能量又消耗能量,表现出既有弹性又有阻尼,即存在接触

刚度和接触阻尼。结合面的这种动态特性将对机械结构的动态特性产生很大影响,使其阻尼增加,固有频率降低。而结合面的接触刚度和接触阻尼,尤其是其接触阻尼,比零件材料本身的阻尼要大得多。德国学者J. 彼特斯分别用钢和铸铁两种主轴,做了安装前后阻尼的对比实验,结果表明,安装后钢主轴的阻尼比是钢本身阻尼比的300倍,安装后的铸铁主轴的阻尼比是铸铁本身阻尼比的30倍^[5]。德国学者洛菲尔德对车床先测床身阻尼,然后分别安装拖板、床头箱和尾架,每安装一件测量一次阻尼,其阻尼逐步增加,直到床身阻尼的8倍^[5]。C. F. Beads^[6]认为,在大多数的结构中,约有90%的阻尼产生于结合面,而控制某些接触阻尼,可以大大影响结构动态特性。对于机床、齿轮箱、动力机械等机械或机器,其总阻尼的90%以上来源于结合面的接触阻尼,和机械零件本身的阻尼相比,结合面接触阻尼占有绝对优势^[7]。国外一些研究资料^[8]还表明,机床构件材料内部的对数阻尼比为0.005~0.01,而一台机床的总阻尼比为0.1~0.6,一般为0.3。所有这些都表明,结合面接触阻尼在机械结构中的作用之大,从而也说明了对其研究的重要性。

机床是由主轴系统、床身系统、多维工作台及其驱动系统等组成的复杂机电系统。这些系统通过系列结合面组成一个整体,处于随机动态切削力、高速进给机构的冲击力、旋转轴不平衡质量的离心力及热载荷的作用之下。机床的振动和颤振是影响机床加工精度和生产率的主要原因之一^[9-11]。随着机械加工刀具的发展及高速切削和强力切削的发展和应用,还有机床自动化程度的不断提高以及超精加工的发展,都要求必须对机床的振动和颤振产生的原因和过程有深入的理论解释。研究表明^[10,11,17],机床发生颤振的主要原因之一是切削力的非线性,再就是机床结构的非线性。而机床结构非线性的一个主要来源则是其中所包含的各种结合面的非线性特性。没有遍及机床结构的阻尼,特别是结合面的阻尼,机床的振动和颤振就不可能得到抑制。因此研究机床的动态特性问题及其振动与颤振的产生和消除或抑制问题,以提高机床的生产率和加工质量,都不得不涉及结合面的动态特性,特别是其阻尼特性。

应用有限元法、模态分析与综合技术,可以对机械结构的动态特性

在设计阶段做出预断,这就是动态优化设计^[7,13]。应用这一技术,有利于大大缩短机床或其他机械、机器的设计周期、提高产品质量、降低成本,从而增强产品在市场中的竞争力。有限元对连续体机床构件的动静热特性,可以精确计算预测,现有的有限元的接触单元为结合面的计算也提供了一种方法,但刚度、阻尼、热阻等物理参数的确定对结合面来说是相当困难的,从而造成结合部的精确计算是整机设计和性能预测的瓶颈。

传统的机床结构优化设计是基于线性理论,人们发现基于这个理论的模态分析及结构动态优化设计在实际中往往不能得到满意的结果^[10]。吉村允孝^[14]对立式车床进行的研究,证明了由于机床结构中结合面的非线性刚度和非线性阻尼性质使机床的切削颤振带有明显的非线性性质。陈花玲^[10,11]基于机床结构中结合面的迟滞非线性特性,建立了一个新的非线性颤振理论模型,较满意地解释了几种复杂的颤振现象。可见,在进行机床结构的动态优化设计时,必须建立考虑机床结构特别是结合面非线性特性的非线性理论模型,分析机床的稳定性与机床结构非线性因素之间的关系,在此基础上,才能使机床的动态特性得到合理的评价,进而进行动态优化设计。

因此,研究和掌握结合面的非线性动态特性,突破结合面建模在机床整机结构创新设计中的瓶颈约束,将会为机床结构乃至各类机械结构的动态优化设计提供必要的理论基础,丰富机械设计理论,对装备设计制造具有普遍意义。

对许多机器和系统而言,研究和预测摩擦是非常重要的。如结合面的静摩擦因数是预测螺栓结合面动力学特性的一个重要参数,也是摩擦润滑研究中的一个重要参数,传统的库仑摩擦定律认为静摩擦系数是独立于所施加的载荷,仅随接触材料的不同而变化。然而随着近代摩擦学的发展,发现库仑摩擦定律中静摩擦系数对于同种材料不变的结论与实际情况不符,静摩擦系数随着接触压力的增加而减少。

总之,结合面接触特性的研究无论是从理论上还是从实际应用上都具有十分重要的意义。

1.3 结合面接触特性理论建模研究概况

说明结合面在一台机床整机性能中的重要作用,最早是在 1939 年,德国柏林工业大学的 Kienzle 和 Kettner^[18]在一篇关于比较铸造和焊接床身的论文中提到的,而真正的开始研究则是在 1956 年,由苏联的 Reshetov 和 Levina^[19]所进行的。从那以后,世界各国(如苏联、德国、英国、日本、加拿大等,还有我国)的众多学者都进行了大量的研究工作,并公开发表了大量的研究论文和研究报告,取得了相当多的研究成果,但尚未达到完全实用化的阶段。

关于结合面问题的研究,可以分成四个大的方面:结合面接触特性理论建模研究、结合面接触特性实验研究、结合面动态特性参数识别研究和结合面接触特性应用技术研究。鉴于本书主要介绍结合面接触特性理论建模,因此下面仅就结合面接触特性理论建模研究进行简要的分析概述,其他三个方面参见相关文献。

结合面问题从本质上讲是粗糙表面间的接触问题,因此关于结合面特性的理论研究可以追溯到有关粗糙表面的接触理论研究,而粗糙表面的接触理论研究的基础则是经典的赫兹接触理论。

研究粗糙表面的接触,首先要建立其物理力学模型。1966 年, J. A. Greenwood 和 J. B. Williamson^[20]发现许多工程表面上的微凸峰高度近似于高斯分布,并基于三个假设提出了著名的 GW 模型,为粗糙表面间的接触理论研究奠定了具有里程碑意义的基础,至今这一模型仍广为人们所接受。但 GW 模型的一个重要前提假设是微凸峰的接触是相互独立的,这种假设只有在轻载小变形时才近似成立,载荷大、微凸体变形严重时将会产生较大的误差。此外,微凸体峰顶曲率半径相同的假设也较苛求,通常使用这个模型时,一般将其推广为微凸体峰顶的平均曲率半径。1970 年, D. J. Whitehouse 和 J. F. Archard^[21]基于各向同性、高斯分布和自相关函数为指数函数形式的三个基本假设,研究了峰高与峰顶曲率的相关性及其联合分布概率密度,提出了 WA 模型。1971 年, P. R. Nayak 基于 Longuet-Higgison 分析海洋表面所建立的统计几何理论,提出了一种新的粗糙表面接触模型,其前提

是表面轮廓高度、斜率和峰顶曲率服从联合高斯分布^[22]。它是将随机表面模拟成一个二维正态过程来研究,从而在数学上比 GW 模型和 WA 模型更严格更复杂。1973 年, R. A. Onion 和 J. F. Archard^[23] 利用 WA 模型确定了接触面积和接触载荷与粗糙表面间的分离之间的关系,并与 GW 模型的计算结果相一致,称为 OA 模型。Back 等^[24] 在假定结合面粗糙微凸峰高度分布为指数函数的情况下,从理论上证明了结合面法向变形与结合面面压之间的关系符合指数函数关系,与实验结果相一致。1990 年,沈萌红等^[25] 通过对 OA 模型的扩展,研究了由指数衰减可分自相关函数和高斯高度分布函数模拟的各向异性粗糙弹性表面与光滑表面接触时的接触性能。1992 年,张波等^[26] 针对工程中许多接触表面的接触特性都取决于塑性接触后的表面形貌的情况,研究了塑性接触对表面形貌的影响,提出了相应的计算模型,并考虑了法向载荷与切向载荷的影响。1994 年,饶柱石等^[27] 从材料表面微观特征的分析着手,采用弹性接触理论和概率分析方法,考虑了表面波纹度的影响,提出了粗糙表面法向接触刚度的一种新的理论计算方法。鉴于上述各种模型和计算方法均是基于对粗糙表面粗糙度的传统定量化统计描述,从而其结果缺乏客观的唯一性这一共同问题, Majumdar 和 Bhushan^[28] 提出了以分形几何为基础的粗糙表面接触分形模型——MB 模型。

以上的研究都是关于结合面法向静态特性的理论研究,而关于结合面切向静动态特性的理论研究,则是在 20 世纪 80 年代由日本学者山田昭夫等^[29,30] 所进行的。他们基于一定的前提假设,首次从理论上推导了结合面的切向接触刚度,并基于结合面微观滑移耗能机理推导了结合面切向阻尼耗能的数学计算表达式。

20 世纪 90 年代末期到 21 世纪初,文献[31-34]基于粗糙表面接触的分形理论与分形模型以及弹性球体与刚性光滑平面的接触理论,从理论上提出了机械结合面法向接触刚度和切向接触刚度的分形模型,进行了数字计算仿真分析。在此基础上,文献[35-48]进一步就结合面的接触刚度、接触阻尼和静摩擦系数等接触特性理论建模进行了深入的研究。

尽管结合面接触特性的理论建模研究还存在着一一些问题或不足,

但为从理论上解释结合面接触特性的变化规律提供了理论依据,并且还可以在在一定程度上对结合面接触特性进行理论预测。

1.4 小 结

本章首先简要介绍了结合面的相关基本概念与接触特性的内容,在此基础上论述了结合面接触特性研究的重要意义,进而简要介绍了结合面接触特性理论建模研究的概况。

参 考 文 献

- [1] Burdekin M, Back N, Cowley A. Analysis of the Local Deformation in Machine Joints [J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 1979(21): 25-32.
- [2] Thornely R H, Khoyi M R H. The Significance of Joints and Their Orientation upon the Overall Deformation of Some Machine Tool Structure Elements[J]. M. T. D. R. , 1970.
- [3] Levina Z M. Research on the Static Stiffness of Joints in Machine Tools[C]. Proc. 8th Confer. M. T. D. R. , 1967.
- [4] 伊东谊. 考虑结合部的机床设计现状和实例[J]. 机床译丛, 1978: 37-41.
- [5] 希柯贝格 F, 特鲁斯泰 J. 机床结构[M]. 北京: 机械工业出版社, 1982.
- [6] Beads C F. Damping in Structural Joints [J]. The Shock and Vibration Digest, 1982(6): 563-570.
- [7] 戴德沛. 阻尼减振降噪技术[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1986.
- [8] 伊藤, 周三. 机床螺钉连接部位的静态特性[M]. 机床译丛, 1980(2): 34-37.
- [9] 李加种. 金属切削动力学[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1993.
- [10] 陈花玲. 机械结构中恢复力的迟滞非线性特性及其对机械加工颤振影响的研究[D]. 西安: 西安交通大学, 1990.
- [11] 陈花玲, 戴德沛. 机床切削颤振的非线性理论研究[J]. 振动工程学报, 1992, 5(4): 335-342.
- [12] Rogers P F, Boothroyd G. Damping at Metal Interfaces Subjected to Oscillating Tangential Loads[J]. J. Eng. Industry, 1975(8): 1087-1093.
- [13] 杨肃, 等. 机床动力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1983.
- [14] Mosataka, Yoshimura. Analysis and Optimization of Structural Dynamic Rigidity Program System[C]. 16th Confer. M. T. D. R. , 1975.

- [15] 国家自然科学基金委员会. 自然学科发展战略调研报告——机械制造学科(冷加工)[M]. 北京:科学出版社,1994.
- [16] 应济,等. 粗糙表面接触热阻的理论和实验研究[J]. 浙江大学学报,1997(1):104-109.
- [17] 吴雅. 机床切削系统的颤振及其控制[M]. 北京:科学出版社,1993.
- [18] Kienzle and Kettner H. Werkstattstechnik. Wersleiter,1939(33):229-237.
- [19] Reshetov D N and Levina Z M. Damping of Oscillations in the Couplings and Components of Machines. Mashinostroyeniya,1956(3).
- [20] Greenwood J A,Williamson J B P. Contact of Nominally Flat Surfaces[C]. Proc. Roy. Soc. ,London,A295,1996:300-319.
- [21] Whitehouse D J,Archard J F. The Properties of Random Surfaces of Significance in Their Contact[C]. Proc. Roy. Soc. ,London,A316,1970:97-121.
- [22] Nayak P R. Random Process Model of Rough Surfaces[J]. Trans. ASME,Science F, 1971(93):398-407.
- [23] Onion R A,Archard J F. The Contact of Surfaces Having a Random Structure[J]. J. Phys. D:Appl. Phys. ,1973(6):289-304.
- [24] Back N,Burdekin M,Cowley A. Review of the Research on Fixed and Sliding Joints [C]. Proc. 13rd Intern. Confer. M. T. D. R. ,1973:87-97.
- [25] 沈萌红,等. 各向异性粗糙表面的接触性能研究[J]. 浙江大学学报,1990(5): 647-654.
- [26] 张波,等. 塑性接触对表面形貌的影响[J]. 浙江大学学报,1992(2):218-223.
- [27] 饶柱石,等. 粗糙平面接触刚度的研究[J]. 机械强度,1994(2):71-75.
- [28] Majumdar A,Bhushan B. Fractal Model of Elastic-plastic Contact between Rough Surfaces[J]. J. Tribol(ASME),1991(113):1-11.
- [29] 山田昭夫,等. 具有结合面的梁的动态特性的确定[J]. 精密工学会志,1986(12): 2051-2057.
- [30] 山田昭夫,等. 关于具有结合部的结构动态特性研究[J]. 日本机械学会论文集,1983 (438):182-190.
- [31] 张学良,黄玉美,韩颖. 基于接触分形理论的机械结合面法向接触刚度模型[J]. 中国机械工程,2000,11(7):727-729.
- [32] 张学良,黄玉美,温淑花. 结合面接触刚度分形模型研究[J]. 农业机械学报,2000,31 (4):89-91.
- [33] 张学良,黄玉美. 粗糙表面法向接触刚度的分形模型[J]. 应用力学学报,2000,17(2): 31-35.
- [34] 张学良,温淑花. 基于接触分形理论的结合面切向接触刚度分形模型[J]. 农业机械学报,2002,33(3):91-93.
- [35] 温淑花,张学良,武美先,等. 结合面法向接触刚度分形模型建立与仿真[J]. 农业机械学报,2009,40(11):197-202.