

# 紡 織 機 械

中國紡織染工程研究所出版

纖維工業叢書

# 紡織機械

著 作 者

黃 希 閣

紡 織 工 業 技 師  
中 國 紡 織 染 工 程 研 究 所 所 長

姜 長 英

美 國 地 踰 大 學 學 士  
國 立 交 通 大 學 教 授

中 國 紡 織 染 工 程 研 究 所 出 版

三 十 五 年 八 月 再 版

中華民國二十九年二月初版  
中華民國三十五年八月再版

纖維工業叢書之一

# 紡織機械

每冊定價國幣

中國紡織染工程研究所  
研究會編輯室

黃希閣

姜長英

黃希閣

上海長壽路一一二二號

中國紡織染工程研究所

上海中正中路六四九號

中國科學公司

上海長壽路一一二二號

中國紡織圖書雜誌社

上海福州路二七一號

作者書社

版權所有  
翻印必究

著者

發行人

出版所

印刷所

發行所

經售處

## 序

夫機械之名稱，早見於我國之古籍。莊子云：「有機械者，必有機事，有機事者必有機心」。然此所謂機械，尙偏重於精神作用，非純粹之物質也。一自歐風東漸，機械之爲學，佔應用科學之重要部分。且施力於器之一處，而使傳之他處，能發生一種較大之力量，以實用於工作。於是工程之必須機械，猶舟之於舵，馬之於轆。否則失其功效，烏能達其目的。當此二十世紀，環顧列強，於各種工程無不力求改良，突飛猛進。而於紡織機械一學，更殫思竭慮，孳孳研求。朝有所發明，夕有所變革。今之以爲新且善者，明日以爲腐舊而不之用矣。而我國則科學落後，於紡織機械更屬望塵莫及。不佞研習紡織工程，尤喜紡織機械。平日涉獵東西各國專籍，覺英人漢頓William A. Hanton所著之紡織機械學(Mechanics of Textile Machinery)一書，頗爲詳盡。乃商請機械專家姜長英先生合作譯成是書，並將原文過簡過繁之處，略加增刪，冀可作爲各校教本。有志於斯道者，亦可藉此爲研究紡織機械之梯航。明其癥結所在，始能治以藥石。由研究而改良，由改良而進步，追蹤列強，此其嚆矢。惟不佞學識淺陋，文筆拙劣，謬誤之處，在所不免。甚望海內外宏達，不吝指正，則不佞之幸，亦學術界之幸也。

黃希閣三十四年三月三十一日於研究所

是書初版伊始，斯界技術家及學生即相繼採購，不勝榮幸。勝利後，因選用者日廣，特將全書原文校正排印，以供同志之採用焉。

三十五年九月再版誌

## 紡織機械目錄

|      |                |     |
|------|----------------|-----|
| 第一章  | 緒論             | 1   |
| 第二章  | 動之傳遞           | 4   |
| 第三章  | 移量圖速度圖與加速圖     | 13  |
| 第四章  | 機械之平衡          | 23  |
| 第五章  | 開棉機清棉機給棉裝置之圓錐輪 | 27  |
| 第六章  | 捲取運動           | 30  |
| 第七章  | 粗紡機之捲取運動       | 32  |
| 第八章  | 環錠精紡機之捲取運動     | 45  |
| 第九章  | 走錠精紡機之捲取運動     | 57  |
| 第十章  | 軋之加重           | 73  |
| 第十一章 | 紡紗機器之動力消耗      | 79  |
| 第十二章 | 捲緯及捲經          | 93  |
| 第十三章 | 力織機之筘框運動       | 101 |
| 第十四章 | 開口運動           | 105 |
| 第十五章 | 投梭運動           | 117 |
| 第十六章 | 捲取運動及送經運動      | 130 |
| 第十七章 | 織機所需之動力        | 139 |
| 第十八章 | 紡織機械傳動法        | 153 |
| 第十九章 | 紡織機械動力試驗法      | 159 |
| 附 錄  | 紡織機械習題         | 162 |

# 紡 機 織 械

## 第一章 緒 論

質量 (mass), 空間 (space), 及 時間 爲力學中之基本單位。質量之單位爲磅或公斤; 空間之單位爲呎或公尺; 時間之單位則爲秒。

速率 (speed) —— 一物體對於地球或另一物體位置變化之快慢; 稱爲其速率, 普通以呎每秒 (feet per second) 表示之。

速度 (velocity) —— 一物體在某一方內之速率, 稱爲其速度, 其單位亦爲呎每秒。物體之速率雖或維持不變, 其速度仍可變化。如一火車可以等速率環繞一彎曲軌道行進, 然其方向則時時變更, 故其速度亦變化不已。此點甚屬重要, 蓋力爲速度變化所必須, 固無論其爲速率之變化, 抑爲方向之變化也。

角速度 (angular velocity) —— 一動點對於一定點之角速度, 爲通過該二點之直線, 在一單位時間內旋轉之角度。此角度之單位, 通用者爲弧度 (radian), 即與半徑等長之弧於其中心所包之角。或等於  $360^\circ \div 2\pi$  或  $57.3^\circ$ 。因之, 此角速度之單位爲弧度每秒 (radian per second)。

加速度 (acceleration) —— 速度變化之快慢程度, 謂之加速度。設  $t$  秒內速度之變化爲  $v$  呎每秒, 則平均加速度  $a = \frac{v}{t}$  呎每秒每秒 (ft. per second per second)。速度減低, 亦稱爲減速度 (retardation)。

運動定律 (laws of motion) —— (1)  $v = V + at$ ; (2)  $S = Vt + \frac{1}{2}at^2$ ; (3)  $v^2 = V^2 + 2aS$ 。其中  $S$  = 一物體經行之空間;  $V$  = 初速 (initial velocity);

$v$  = 終速 (final velocity);  $a$  = 加速度;  $t$  = 時間。物體受減速作用時, 諸式中加速度的符號為負。

力 (force) —— 使一物體發生運動 (motion) 或運動變化, 或使有運動及變化運動之傾向者為力。某力如能在 1 秒中, 施於 1 磅之質量而產生 1 呎每秒之速度變化者, 即為力之絕對單位。此種單位, 名為磅達 (poundal), 但工程界用之者殊鮮。代替其位置而被廣泛採用者, 則為力之重力單位——磅。抵抗重力, 支持 1 磅質量所需之力為 1 磅。

動量 (momentum) —— 力  $F$  加於一質量  $M$  之物體所生速度之變化  $v$ , 正比於此力之大小, 及用此力之時間, 而反比於此質量, 即  $v \propto \frac{F \times t}{M}$ 。設諸量之單位正確, 則  $v = \frac{Ft}{M}$ 。因之, 對於一質量  $M$  於時間  $t$  中, 欲產生速度之變化  $v$  所需之力  $F = \frac{Mv}{t}$ 。若質量之單位為磅, 則力之單位必須為磅達。蓋力 1 磅達推動 1 磅質量, 在 1 秒中可生 1 呎每秒之速度變化。設單位重力 1 磅作用於 1 磅之質量凡 1 秒鐘, 例如 1 磅質量之物體自由落下, 則速度之變化為  $g$  (約等於 32.2 呎每秒)。由上式得:

$$v = 32.2 \text{ 呎每秒} = \frac{(1 \text{ 磅} \times 32.2) \text{ 磅達} \times 1 \text{ 秒}}{1 \text{ 磅質量}}$$

通常多不以乘  $g$  之法化磅力為磅達, 而以  $g$  除質量之磅以得一較大於磅之質量單位, 此較大之單位  $\frac{\text{磅}}{g}$ , 稱為工程制質量單位。

質量與速度之積, 謂之物體之動量。如

$$\text{力 } F = \frac{\text{動量 } Mv}{\text{時間 } t},$$

而  $\frac{v}{t} = \text{加速度 } a,$

故 力  $F = \text{質量 } M \times \text{加速度 } a。$

牛頓運動定律：—— (1) 任何物體不受外力時, 恒維持於靜止或在一直線上作等速度運動之狀態。

(2) 一物體運動之變化, 正比例於所受之力, 而平行於此力之方向。

(3) 對於任何力 (action), 恒有一相等而相反之反動力 (reaction)。換言之, 任意二物體間之相互作用力, 恒相等而相反。

力平行四邊形 —— 若以引自一點之二直線, 代表在同一平面內不平行二力之大小及方向, 則以此二直線為鄰邊, 所作成平行四邊形中, 通過此點之對角線,

可以代表該二力合力之大小及方向。合速度或合加速度亦可用類此之方法求之。

力多邊形——若在一平面中，某一點上任意數目之諸力，能互相平衡，則該數力之大小及方向，可依次以一多邊形之諸邊表示之。

力矩 (moment)——一力對於一點之旋轉傾向，稱為該力對於此點之力矩，而以該力與自該點至該力間垂直距離之乘積量度之。力矩之單位為磅呎。

若一物體被在同一平面內之諸力所平衡，則所有諸力對於此平面內任一點之諸力矩之代數和為零。

力偶 (couple)——方向相反大小相等，但不在一直線上之二力，組成一力偶，或稱偶力。此力偶之力矩，為一力與二力間垂直距離之相乘積。

工 (work)——克服阻力 (resistance) 而經若干距離，是為作工作。如克服 1 磅之阻力，經過 1 呎之距離，或克服 2 磅之阻力經過  $\frac{1}{2}$  呎之距離，則所成之工，為工之單位——1 呎磅。

工率或動力 (power)——作工之快慢程度，謂之工率或動力，其單位為馬力 (horse power)，即每分鐘作工 33,000 呎磅。

任一機器中，給出之工，加耗於克服摩擦之工，等於給入之工，給出之工與給入之工之比，即為該機器之效率。

能量 (energy)——作工之能力，謂之能量。能量可以不同形式如位能 (potential energy) 動能 (kinetic energy) 等貯積於一物體中。物體之位置為其具有位能之原因，而其所具位能之量，等於物體之重量與其超出一已知水平 (datum level) 之高度之相乘積。物體運動時具有動能，其值以呎磅表之，等於質量 (工程單位) 之半與速率 (呎每秒) 之平方之相乘積。

能量不減 (Conservation of Energy)——能量不減定律為：能量可自一形式變化至另一形式，但其量不可損減。舉例言之，一貯有位能之物體向已知水平自由落下時，則失去其位能，而獲得等量之動能。

慣性或慣性 (inertia)——物體對於速度變化之抵抗性質，謂之慣性。當此物體循一直線路徑前進時，慣性正比例於物體之質量，慣性阻力 (inertia resistance)  $F = \text{質量 } M \times \text{加速度 } a$ 。

若為一轉動之物體，如一飛輪或轉動軸，則此阻力不僅隨質量而異，且在乎此質量距離轉動中心之遠近。例如一長 40 呎之 3 吋轉動軸，可具有與一梳棉機錫林相等之質量，而後者對於運動變化之阻力，約為前者之 400 倍。一轉動物體中任一質點之阻力矩 (resisting moment)，在乎該質點之質量及其與轉動中心間距



離之平方。而此物體之總阻力矩或慣性力矩 (moment of inertia) 為全部質點所生阻力矩之和，可以下式表示之：

慣性力矩 ( $I$ ) = 物體之質量 ( $M$ )  $\times$  環動半徑 ( $K$ )<sup>2</sup>。

若物體之全質量集中於其點時，所生之阻力矩與實際物體所生之阻力矩相等，則自該點至轉動中心之距離，即為上式中之環動半徑 (radius of gyration)  $K$ 。其值可以計算或實驗求得之。

離心力及向心力 (centrifugal and centripetal forces) —— 當一物體以等速率循一圓路徑運動時，其速度之方向不絕變化，故在任何時，若許物體以自由，則該物體必將循圓路徑之切線方向作直線運動。如繼續使之作環轉運動，則必須不斷用力以改變此物體之運動方向。此力須指向轉動中心，故名向心力。其值  $F$ ，等於物體之質量與加速度之相乘積。而此加速度等於以轉動半徑除線速度 (linear velocity) 平方所得之商，即  $\frac{v^2}{r}$ 。

$$\text{因之} \quad F \text{ (磅)} = \frac{M \text{ 磅} \times v^2}{g \times r}$$

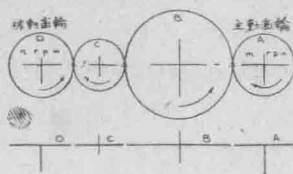
與向心力相等而相反之反動力，是為離心力。

簡諧運動 (simple harmonic motion) —— 設一點以等速率  $v$  循一圓路徑運動，則該點在圓路徑任一直徑上之投影 (projection) 作簡諧運動。作圓運動之點之加速度指向圓心，且等於  $\frac{v^2}{r}$ 。其平行於簡諧運動方向之分加速度，即為作簡諧運動之點之加速度。故在兩極端時，簡諧運動之加速度最大，其值為  $\frac{v^2}{r}$ 。在任何其他位置，此加速度正比例於簡諧運動點至圓心之距離。當此點在中心時，加速度為零。

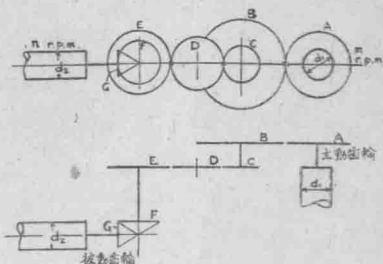
## 第二章 動之傳遞

齒輪 (wheel gearing) —— 輪隊 (wheel train) 為主動輪 (driver wheel) 被動輪 (driven wheel) 及介輪 (carrier wheel) 所組成。介輪可為單介輪如  $B$  或  $C$  (第 1 圖) 及  $D$  (第 2 圖)，或雙介輪如  $BC$  (第 2 圖)。

一輪隊中最末被動輪之速率“ $n$ ”等於第一主動輪之速率“ $m$ ”乘以各主動輪齒數之相乘積再除以各被動齒輪齒數之相乘積。



第 1 圖



第 2 圖

於第 1 圖中， $n = m \times \frac{A}{D}$ ，而第二圖中， $n = m \times \frac{A}{B} \times \frac{C}{E} \times \frac{F}{G}$ 。

一單介輪既爲一主動輪亦爲一被動輪，其作用除作前後空間之連繫及改變運動方向外，並無其他作用。是以於計算時可略去不計。傘輪 (bevel wheel) 則於二轉動軸相交而不相平行時用之。

最末被動輪速率對於第一主動輪速率之比值，名爲輪隊之速度比率，通常以“e”代表之。

是以 
$$e = \frac{n}{m} = \frac{A}{B} \times \frac{C}{E} \times \frac{F}{G} \quad (\text{第 2 圖})$$

牽伸 (drafts) —— 兩輥 (roller) 表面速度 (surface velocity) 之比率，謂之輥間之牽伸。如於第 2 圖中，輥  $d_2$  與  $d_1$  間之牽伸，爲以  $d_1$  之表面速度除  $d_2$  之表面速度之商。

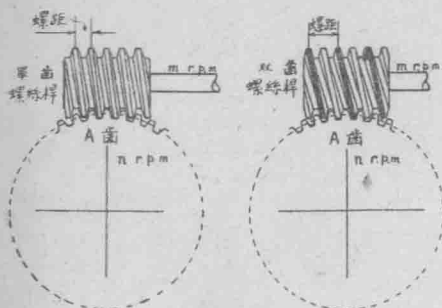
設  $d_1$  爲輥  $d_1$  之直徑，於  $d_1$  轉動 1 周時其表面運動  $\pi d_1$ 。是以  $d_2$  之表面運動

$$1 \times \frac{A}{B} \times \frac{C}{E} \times \frac{F}{G} \times \pi d_2。$$

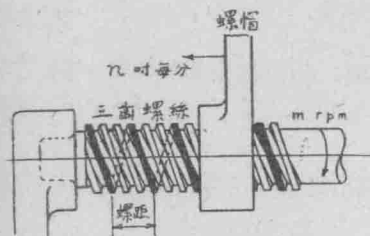
$$\therefore d_2 \text{ 與 } d_1 \text{ 間之牽伸} = \frac{A}{B} \times \frac{C}{E} \times \frac{F}{G} \times \frac{\pi d_2}{\pi d_1} = e \times \frac{d_2}{d_1}。$$

螺絲輪 (worm wheel) 及 螺絲桿 (worm) —— 螺絲輪及螺絲桿可以使轉速大量低減 (reduction in speed)。螺絲桿可具一，二或三螺齒或螺紋，其作用各相當於一，二或三齒之主動輪。是以如第 3 圖所示用單螺絲桿時，被動輪速率

$$n = m \times \frac{1}{A}，如用雙螺絲桿，則 n = m \times \frac{2}{A}。$$



第 3 圖



第 4 圖

就螺絲言，當轉一周時，螺帽 (nut) 移動之距離等於螺絲之螺距 (pitch)。第 4 圖所示為三齒螺絲，其螺帽移動之距離為  $n = mp$  吋每分，其中  $p =$  螺絲之螺距 (吋)。

螺絲輪及螺絲桿之傳動效率甚低。一對普通齒輪之傳動效率多超過 90%，而一螺絲輪與一螺絲桿間或一螺絲與其螺帽間之傳動效率，僅約為 30%。此於傳動大量能量時甚為不利。唯於除去主動力時，可無向後倒轉之弊。如使效率超過 50%，則此弊甚易發生。職是之故，螺絲輪及螺絲桿若用以傳動織機之捲取運動，則普通機構中之制動裝置 (retaining

mechanism)，可省去不用。

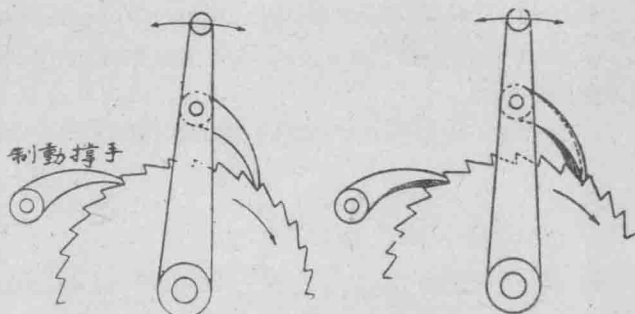
鋸齒輪 (ratchet wheels)

——鋸齒輪乃用以變往復運動 (reciprocating motion) 為轉動運動。通常需備一制動撐手 (retaining pawl)

以阻止齒輪於撐

手退回時隨之反轉。若撐手之動程維持不變，則僅需一推動撐手及一制動撐手可矣 (第 5 圖)。設若撐手之動程時有參差，則需用有不同長度之複撐手，以制止齒輪之逆轉。

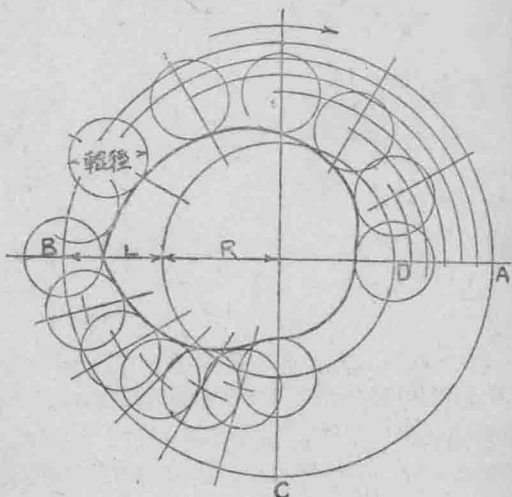
導輪或導盤 (cam and tappet) ——導輪或導盤，用以變轉動為往復運動。



第 5 圖

此運動可爲連續運動亦可爲間歇運動。導輪之形狀大小，可任意設計，以使一機器部分有所需要之運動。導輪與推動之物體間，通常均有一減摩輥(antifriction roller 或 bowl)。輥必須有相當直徑，故所得速度之變化，遂不能太快。

繪一導輪之輪廓時，須知導輪軸至減摩輥之中心距離  $R$  (第 6 圖)，輥心移動之距離或動程 (lift)  $L$ ，輥之直徑及所需運動之性質。第 6 圖所示導輪輪廓之構造，將產生如下之運動： $\frac{1}{2}$  轉，等速向外運動； $\frac{1}{4}$  轉，等速向內運動； $\frac{1}{4}$  轉，無運動。

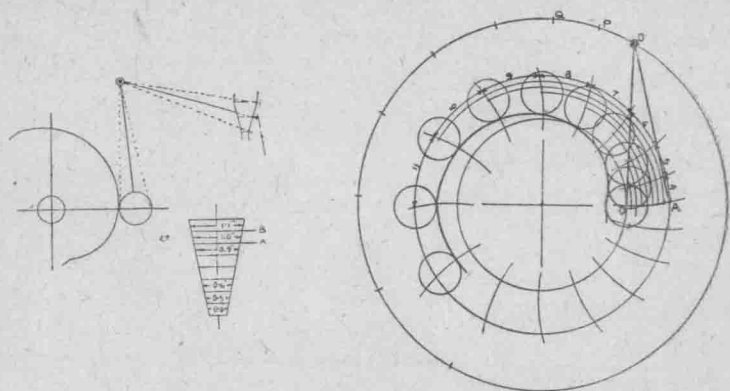


第 6 圖

以  $R$  及  $R+L$  爲半徑作兩同心圓。依照所生運動之性質，分每一圓之周爲若干分，如於第 6 圖中，外圓須分爲  $\frac{1}{2}$  轉  $AB$ ， $\frac{1}{4}$  轉  $BC$  及  $\frac{1}{4}$  轉  $CA$ 。將  $AB$  及  $BC$ ，能產生運動之部分，分爲任意之相同等分——等分數愈大愈佳。圖中採用者爲 6 等分。然後自每一分點引一半徑，蓋輥心內外移動時，咸循此等半徑之方向，換言之諸輻射線可代表輥心運動之途徑。有亦連輥於一橫桿，輥心循以輥桿支點爲中心之圓弧路徑而運動者。若曲率頗小，則可略去其影響，用第 6 圖之畫法，所生誤差甚微。如輥之路徑半徑甚小，則必須如第 7 圖之畫法，始無差誤。繪製法之次一步驟爲分所引任一半徑  $AD$  上二圓間之部分爲若干分，其分數與圓周上內向或外向運動部分所分者相等。圖中所示者爲 6 分。如運動爲等速運動，則  $AD$  須分爲若干等分；若運動速度可變，而 6 相等時間內運動之距離均爲已知，則  $AD$  須分成之諸分，須與此諸距離成正比。導輪之或靜止或暫停 (rest 或 dwell) 部分  $CA$  爲一圓弧。

第 7 圖左半所示爲推動捲緯機 (pirn winding machine) 導紗指 (guiding finger) 之機構。如圖，將緯管分爲八個相等之段，導紗指運動經過任何一段如  $AB$ ，所需之時間，必須正比例於該段內緯管之平均直徑。換言之導紗指需於 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 及 11 單位時間內，向上移動八相等距離。

第 7 圖右半示此導輪之構造法，開始時亦如前，以導輪及輥兩中心間之最



第 7 圖

大及最小距離為半徑，經  $A$  及  $D$ ，各作一圓。 $A$  及  $D$  可在同一半徑上。分內圓為二等分，因輓於導輪旋轉半周時完全向外運動，而於次一半周間完全向內。然後如圖中所示，分每半圓為八分，按  $4:5:6:7:8:9:10:11$  之比例。各部之和為  $60$ ，是以第一部佔全圓周之  $\frac{4}{60}$ ，或  $12$  度，次為  $15$  度，餘類推。然後經每一分點引一輓中心之弧線路徑。此等曲線均須以  $OA$  為半徑， $O$  為槓桿之支點，因之各弧線之中心均在經過  $O$  之圓上。

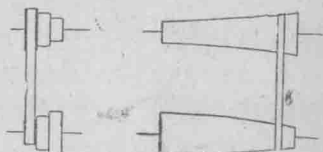
最簡而最佳之畫法則為不分經  $A$  點之圓，而分經  $O$  點之圓成為所需比例之若干分，如  $OP, PQ$  等。 $O, P, Q$  等乃為以  $OA$  為半徑，割經  $A$  及  $D$  二圓之諸弧之中心。然後分  $AD$  弧為八等分，或先分  $AOD$  角為八等分，則更簡易。構造法之其餘步驟，可自圖中得之。繪成之導輪可生所需運動，亦極易明瞭。

若已知輓心在相等時間內之運動，不論其為等速或變速，則導輪基圓 (cam circle) 分為若干相等部分，如第 6 圖，輓心之路徑亦須分為同數之若干段。若為等速運動，諸段應等長，否則不等。又輓心每經一相等距離所需時間，若為已知，則可分其全動程為若干相等部分，而分導輪基圓為同數之若干分，其長與各已知時間之長短相應，如第 7 圖。

上述之導輪為消極裝置，是以需一彈簧或類似之機件，以使輓內向運動時不與導輪相離。若於輪上刻以適宜之溝槽 (groove)，乃成積極導輪。輓動於槽中，無論向內或向外運動，均可完全控制矣。

階級皮帶輪 (stepped pulleys) 及 圓錐輪 (cone drums) —— 通常欲得可變轉速，常用一對階級皮帶輪或圓錐輪為傳動工具 (第 8 圖)。後者於速率漸變

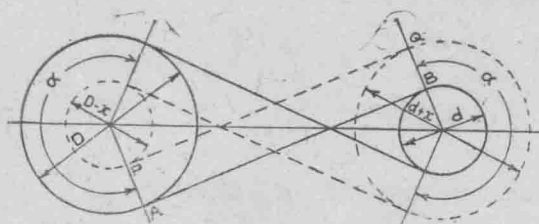
時用之。自皮帶輪之一級，移皮帶至他級，普通多用手推。但圓錐輪上皮帶之推移，多由機器自動調節，如粗紡機或開棉機或清花機等之圓錐輪，即其例也。以手移皮帶以調節轉速時，輪之尖縮(taper)可為直線，如漿紗機之圓錐輪。否則如粗紗機及開棉機，圓錐輪之尖縮，必須為曲線以產生正確之轉速變化(參考第五，六兩章)。



第 8 圖

通常均假定二圓錐輪直徑之和為常數，以維持一均恒之皮帶張力。實際上此說僅在用交叉皮帶(crossed belt)時，方為正確，在用平行皮帶(open belt)時，所生差誤亦不多，通常均略去不計。交叉皮帶對於皮帶輪之夾持(grip)雖較佳於平行皮帶，然以扭絞及摩擦，運動時易生障礙，且易於磨損故不常用。

如有第 9 圖之交叉皮帶，設主動皮帶輪及被動皮帶輪之直徑為  $D$  及  $d$ 。二輪之皮帶包圍弧  $\alpha$ ，弧度相等頗為明顯。是以皮帶之長為：



第 9 圖

$$l = \frac{\alpha D}{2} + \frac{\alpha d}{2} + 2AB$$

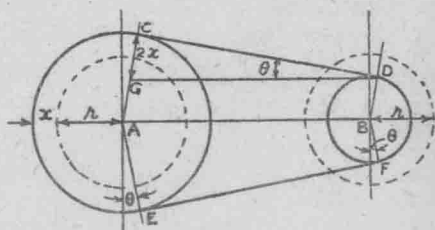
$$= \frac{\alpha}{2}(D+d) + 2AB.$$

今設  $D$  減至  $(D-x)$  而  $d$  增至  $(d+x)$ ，皮帶將仍平行於  $AB$ ，且  $PQ=AB$ 。皮帶之長將為：

$$l = \frac{\alpha(D-x)}{2} + \frac{\alpha(d+x)}{2} + 2PQ = \frac{\alpha}{2}(D+d) + 2AB, \text{ 與前長同。}$$

設有一平行皮帶(第 10 圖)，直徑之和為常數。又  $r = \frac{1}{2}$  半徑之和。則  $AC = (r+x)$  及  $BD = (r-x)$ ，其中  $x$  為皮帶輪半徑之增減之數量。

因  $AC$  及  $BD$  均與  $CD$  成直角，故  $AC$  與  $BD$  互相平行，而皮帶所包之角各為  $(\pi+2\theta)$  及  $(\pi-2\theta)$  弧度。又若  $GD$  平行於  $AB$ ，則角  $GDC = \theta$ ，且  $CD = GD \cos \theta = AB \cos \theta$ ，



第 10 圖

$$\begin{aligned}\therefore \text{皮帶之長 } l &= (\pi + 2\theta) AC + (\pi - 2\theta) BD + 2AB \cos \theta \\ &= (\pi + 2\theta)(r+x) + (\pi - 2\theta)(r-x) + 2AB \cos \theta \\ &= 2\pi r + 4\theta x + 2AB \cos \theta\end{aligned}$$

又，自三角形  $GCD$ ,  $2x = AB \sin \theta$

$$l = 2\pi r + 2\theta AB \sin \theta + 2AB \cos \theta$$

當兩輪相等半徑為  $r$  時,  $\theta = 0$  而  $l = 2\pi r + 2AB$ 。此為皮帶之最小長度。若以  $l_1$  表之, 則兩輪不等時, 值皮帶長度之增加可求得如次:

$$\begin{aligned}l - l_1 &= (2\pi r + 2\theta AB \sin \theta + 2AB \cos \theta) - (2\pi r + 2AB) \\ &= 2AB(\theta \sin \theta + \cos \theta - 1)\end{aligned}$$

今  $\cos \theta = 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$

$$\therefore l - l_1 = 2AB \left( \theta \sin \theta - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

又, 角  $\theta$  恒甚小, 且與  $\sin \theta$  無大差異, 是以

$$l - l_1 = 2AB \left( \theta^2 - 2 \frac{\theta^2}{4} \right) = 2AB \left( \theta^2 - \frac{\theta^2}{2} \right) = 2AB \frac{\theta^2}{2}$$

但  $\sin \theta = \frac{2x}{AB}$ , 如設  $\theta = \sin \theta$ , 得  $\theta = \frac{2x}{AB}$ ,

及  $l - l_1 = \frac{2AB}{2} \left( \frac{2x}{AB} \right)^2 = \frac{4x^2}{AB}$ 。半徑增加  $x$  時, 直徑之增加為  $y = 2x$ , 則

$$l - l_1 = \frac{y^2}{AB}。$$

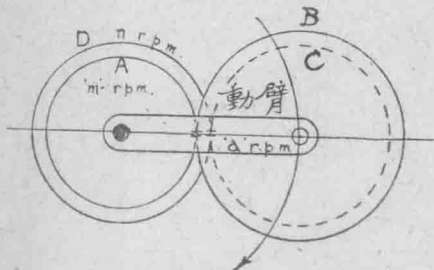
例如, 一對粗紗機圓錐輪直徑之和為 10 吋, 中心距離為 3 呎。當直徑各為 7

吋及 3 吋時,  $y$  之值為 2 吋, 皮帶長度較兩輪相等時增加

$$\frac{y^2}{AB} = \frac{2^2}{36} = \frac{1}{9} \text{ 吋。}$$

外擺輪隊 (epicyclic wheel train) —— 在一外擺輪隊中, 某數

輪之中心並非固定而連於一動臂, 通常循一圓弧路徑而運動。如第 11 圖中  $A$  及  $D$  可繞其中心作獨立運



第 11 圖

轉。 $BC$  為一雙介輪，其中心連於動臂，可繞  $A$  及  $D$  之中心旋轉。設已知  $A$  及動臂之轉速，試求  $D$  之轉速。 $D$  之旋轉，半由於  $A$  之轉動，半由於動臂之轉動。無論  $A$  及動臂之運動為同時舉行或先後發生， $D$  之轉動結果仍然相同。

設全機構轉動如一體，繞  $A$  之中心作  $a$  轉。則輪  $A, D$  及動臂各作  $a$  轉。動臂已完成其運動，但輪  $A$  仍須作  $(m-a)$  轉， $D$  亦須再作  $(n-a)$  轉。

使動臂靜止，予  $A$  以所需之  $(m-a)$  轉以完成其運動。 $D$  將作  $(m-a) \times \frac{A}{B} \times \frac{C}{D}$  轉，其中  $A, B, C$  及  $D$  各代表齒輪之齒數。

但  $\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = e$ ，即動臂靜止時此輪隊之速度比率，

$$\therefore (n-a) = (m-a) \times e \text{ 或 } e = \frac{n-a}{m-a}.$$

此方程式可應用於一切外擺輪隊。假使動臂靜止，求得輪隊之速度比率為  $e$ 。決定此速度比率之正確符號時，切須謹慎。如於動臂靜止時，輪組之末輪與首輪以同向轉動，則速度比率為正。若末輪與首輪轉向相反，則比率為負。

例： $A=40$  齒， $B=60$  齒， $C=55$  齒， $D=45$  齒。 $A$  以 108 轉每分之速率順鐘向轉動，而動臂以 54 轉每分之速率同方向轉動。求  $D$  之速率。

令動臂保持靜止， $A$  順鐘向轉動，則  $D$  亦將順鐘向轉動。是以速度比率  $e$  為正。

$$e = \frac{40}{60} \times \frac{55}{45} = \frac{22}{27} = \frac{n-a}{m-a}$$

$$27n - 27a = 22m - 22a$$

$$n = \frac{22}{27}m + \frac{5}{27}a$$

$$m = 108 \text{ 而 } a = 54$$

$$\therefore n = \left(\frac{22}{27} \times 108\right) + \left(\frac{5}{27} \times 54\right) = 98 \text{ 轉每分。}$$

答案為正，表示  $D$  輪與  $A$  同為順鐘向轉動。

若  $A$  順鐘向轉動而動臂反鐘向轉動，則  $a$  之值必須具負號，如前式，

$$n = \frac{22}{27}m + \frac{5}{27}a, \text{ 但今 } m = +108, a = -54,$$



$$\therefore n = \left(\frac{22}{27} \times 106\right) + \left(-\frac{5}{27} \times -54\right) = 88 - 10 = 78 \text{ 轉每分, (順鐘向).}$$

自以上諸式中, 可知速率  $n$  由二部合成, 其一部爲一常數乘  $m$ , 此代表因  $A$  輪轉動, 所得之速率; 另一部爲一常數乘  $a$ , 即因動臂之運動,  $D$  獲得之速率。

同樣結果, 可自另一稍異之途徑得之。於第 736 圖中, 設動臂維持靜止, 予  $A$  以  $m$  轉, 則  $D$  將作  $m \times e$  轉。然後使  $A$  靜止, 予動臂以  $a$  轉, 則  $D$  將作  $a(1-e)$  轉。如  $A$  與  $B$  間無連繫, 則於動臂作一轉時,  $D$  將以相同方向被迫轉動一周。但因  $A$  與  $B$  間有齒相連繫, 當動臂作一轉時, 輪  $B$  將於其軸上作  $\frac{A}{B}$  轉, 而  $D$  將作  $\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = e$  轉。此轉動將與臂動異向, 是以動臂作一轉時  $D$  作  $(1-e)$  轉, 而動臂作  $a$  轉時,  $D$  作  $a(1-e)$  轉。

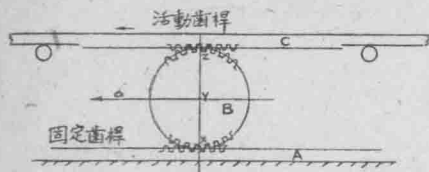
因之,  $D$  之總轉數  $= n$  將爲由於  $A$  轉之  $(m \times e)$  轉加由於臂動之  $a(1-e)$  轉。

$$n = me + a - ae$$

$$n - a = e(m - a)$$

$$e = \frac{n - a}{m - a}, \text{ 結果如前。}$$

外擺齒輪隊之另一種類如第 12 圖。一齒輪  $B$  沿一固定水平齒桿 (rack)  $A$  滾動, 同時推動另一齒桿  $C$ 。令  $m =$  齒桿  $A$  之動程,  $n = C$  之動程, 而  $a =$  輪  $B$  中心之動程, 此中心相當於外擺運動中之動臂。



第 12 圖

如  $B$  之中心保持靜止而使  $A$  運動, 則  $C$  將作與  $A$  相同速率而相反之運動。故自公式得  $\frac{n-a}{m-a} = -1$ ,

$$n - a = a - m, \text{ 而 } n = 2a - m. \text{ 其中}$$

$m = 0, n = 2a$ , 即齒桿  $C$  與輪  $B$  中心同向運動, 但速率則二倍之。

此問題亦可解決如下: 設全機構移動如一體, 向左移動 1 呎。如使  $A$  返至其原位, 必須向右移 1 呎, 同時須使輪  $B$  中心維持靜止。則齒桿  $C$  必將再向左移 1 呎, 是以  $C$  之總運動爲向左 2 呎。

另一解法頗有討論價值。 $B$  與  $A$  之接觸點  $x$  爲一定點, 全輪  $B$  以此點爲樞軸 (pivot), 故亦爲輪  $B$  之瞬間中心 (instantaneous centre)。輪  $B$  上任意一點之速率, 正比例於該點至  $x$  點之距離。 $z$  點距  $x$  二倍於  $y$ , 其速率亦二倍於  $y$  點。齒桿  $C$  與  $z$  點相接, 與之等速運動, 是以其速率爲  $y$  速率之二倍。