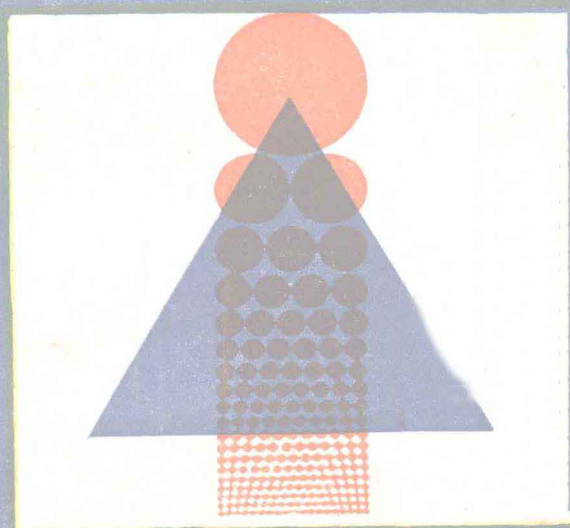


初中复习辅导丛书

数学

SHU XUE

北京教育学院东城分院 编



人民交通出版社

初中复习辅导丛书

数 学

Shuxue

北京教育学院东城分院 编

人民交通出版社

初中复习辅导丛书

数 学

北京教育学院东城分院 编

人民交通出版社出版

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

人民交通出版社印刷厂印

开本: $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ 印张: 15.375 字数: 341千

1986年2月 第1版

1986年2月 第1版 第1次印刷

印数: 0001—40,600册 定价: 2.50 元

内 容 提 要

本书是根据教育部颁发的《数学教学纲要》和新编数学教材，按初中代数、平面几何、解综合题三大部分编写的。每部分均有结构与内容、方法与思路、习题与解答等内容。全书力求突出数学基础知识及其内在联系，并介绍了常用的解题思路和方法，且注意选配各种形式的题型，还附有习题的提示或解答。

本书编写人员（按编写顺序排列）佟惠兰、杜广伍、陈永午、韩家渠、汉彤、倪引之、陈荣华、赵博光。

前 言

《初中复习辅导丛书》是根据教育部颁布的中学各科教学大纲和最新统编教材编写的，包括语文、政治、英语、数学、物理和化学，共六册。编写人员都是富有教学经验的教师。

这套丛书系统地、扼要地阐释了各科的基础知识，并注意了基本技能的培养；分析了典型例题，介绍了行之有效的自学、复习方法；设计、编选了有助于智力开发的丰富多样的练习和思考题，并提供了必要的提示和参考答案。

这套丛书具有针对性、启发性和实用性强以及覆盖面较大等特点，既可供初中各年级在校学生和应届毕业生复习使用，又可供校外青年自学、应试使用，同时还可供中学教师在教学和指导复习时参考。

这套丛书一定会有缺点和不足，欢迎广大读者批评指正。

北京教育学院东城分院

目 录

第一部分 代 数

第一章	实数	1
第二章	代数式	19
第三章	方程和方程组	69
第四章	不等式	115
第五章	指数和对数	132
第六章	解三角形	157
第七章	函数	185

第二部分 平 面 几 何

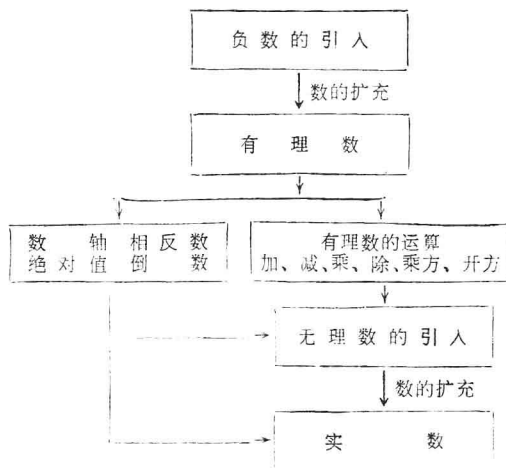
第一章	几何的基础	225
第二章	三角形	253
第三章	四边形与面积	297
第四章	相似形	336
第五章	圆	378

第三部分 解 综 合 题

第一部分 代 数

第一章 实 数

一、结构与内容



数是数学中主要的也是基本的概念之一。在初中数学中，数的概念扩充两次：负数的引入，数的范围扩充到有理数；无理数的引入，数的范围又扩充到了实数。因此，应当了解一个新的数是怎样产生的？它有什么特点？它与已学过的数有什么联系？如何规定它的运算？等问题。

1. 实数的概念

(1) 有理数 整数和分数统称有理数。

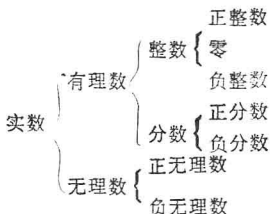
任何有理数都可以表示成 $\frac{p}{q}$ (p, q 为互质的整数, $q \neq 0$) 的形式。而分数都可以化成有限小数或者无限循环小数, 也就是说, 如果把有理数表示为小数形式, 那么一定是有限小数或无限循环小数。

(2) 无理数 无限不循环小数叫做无理数。

无理数不能表示为既约分数 $\frac{p}{q}$ 的形式 ($q \neq 0$)。

(3) 实数 有理数和无理数统称为实数。

实数的分类



(4) 数轴 规定了原点、方向和单位长度的直线叫做数轴。

任何一个实数都可以用数轴上的一个点来表示, 反过来, 数轴上的每一个点都表示一个实数。也就是说, 实数和数轴上的点一一对应。

(5) 相反数 a 和 $-a$ 叫做互为相反的数, 零的相反数是零。从数轴上看, 表示互为相反数的两个点分别在原点的两侧, 离开原点的距离相等。

两个互为相反数的和为零, 即 $a + (-a) = 0$ 。

(6)绝对值 正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值是零。即：

$$|a| = \begin{cases} a & (\text{当 } a > 0 \text{ 时}) \\ 0 & (\text{当 } a = 0 \text{ 时}) \\ -a & (\text{当 } a < 0 \text{ 时}) \end{cases}$$

从数轴上看，一个数的绝对值就是表示这个数的点到原点的距离。

(7)倒数 1 除以一个非零的数的商叫做这个数的倒数。

两个互为倒数的积为 1，零没有倒数，即 $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ 。

(8)大小比较

- ①正数都大于零，也大于一切负数；
- ②负数都小于零，也小于一切正数；
- ③两个正数，绝对值大的正数大；
- ④两个负数，绝对值大的反而小。

在数轴上表示两个数的点，右边的点所表示的数比左边的大。

还可以用下面的方法比较实数的大小：若 $a - b > 0$ ，则 $a > b$ ；若 $a - b = 0$ ，则 $a = b$ ；若 $a - b < 0$ ，则 $a < b$ 。

2. 实数的运算

(1)有理数的运算法则

- ①加法 同号两数相加，符号不变，绝对值相加；
异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，用较大的绝对值减去较小的绝对值；
一个数同零相加，仍得这个数。

②减法 减去一个数，等于加上这个数的相反数。

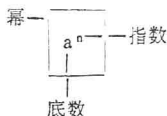
在有理数集中，含有加减法运算的式子，都能转化成仅含有加法运算的式子，加数是正数或者负数（特别的也可以是零）的和叫做代数和。在代数和里，因为所有的运算都是加法，所以可以把加号省略不写。这样，加减法就得到了统一。

③乘、除法 两数相乘、除，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘、除；任何数同零相乘，都得零；零除以任何不等于零的数都得零；零不能作除数。

有了倒数的概念以后，有理数的乘除法就可以统一成乘法运算。具体方法是：除以一个不等于零的数，等于乘以这个数的倒数。

④乘方 求相同因数的积的运算叫做乘方。

$$\text{即 } \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \text{ 个}} = a^n$$



根据有理数乘法法则可得：

正数的任何次幂都是正数；负数的偶次幂是正数，负数的奇次幂是负数；零的任何次幂是零。

⑤开方 如果 $x^n = a$ ，那么 x 叫做 a 的 n 次方根。（ n 是大于 1 的整数）

求一个数的方根的运算叫做开方。

方根的性质：正数的奇次方根是一个正数，用符号 $\sqrt[n]{a}$ 表示，偶次方根是两个互为相反数，用符号 $\pm \sqrt[n]{a}$ 表示；零的 n 次方根是零，用符号 $\sqrt[n]{0} = 0$ 表示；负数的奇次方根是一个负数，用符号 $\sqrt[n]{a}$ 表示，偶次方根在实数范围内不存在。

⑥算术根 正数 a 的正 n 次方根叫做算术根。记作 $\sqrt[n]{a}$ ($a>0$)，零的算术根为零。

在有理数集合中，加、减、乘、除、乘方运算永远可以施行。

(2)有理数的运算定律

①加法与乘法的交换律 $a+b=b+a$; $ab=ba$ 。

②加法与乘法的结合律 $(a+b)+c=a+(b+c)$;
 $(ab)c=a(bc)$ 。

③分配律 $m(a+b)=ma+mb$ 。

(3)实数的运算

有理数集中的运算法则与运算定律在实数集中仍然适用。对于无理数的计算，一般按指定的精确度，用近似的有理数代替后，再进行计算。

在实数集合中，加、减、乘、除、乘方运算永远可以施行，开方运算不一定可施行。

二、方法与思路

进行实数运算时，要注意下列运算顺序：

(1)先乘方、开方，后乘、除，最后加、减；

(2)在同一级运算中，应从左到右依次进行；

(3)有括号时，一般应先进行括号里面的运算，先小括号，后中括号，最后大括号；

在运算中，能够用简便方法的就用简便方法。

在有关绝对值的运算中，要注意根据绝对值的定义讨论去掉绝对值符号时，数的符号的变化。

例1 求当 a 是什么数时，(1) $|a-2|=3$ ；(2) $a<-a$ 。

解 (1) $\because |a-2|=3, \therefore a-2=\pm 3,$

$\therefore a=5$ 或 $a=-1;$

(2) $\because a<0,$ 则 $-a>0,$

$\therefore$ 当 $a<0$ 时, $a<-a.$

例2 计算 $2.64 - (-5) - \left(-1\frac{2}{3}\right) + (-4) - \left(+1\frac{1}{3}\right)$

$- (+3.64).$

解 原式 $= 2.64 + 5 + 1\frac{2}{3} - 4 - 1\frac{1}{3} - 3.64$

$$= 2.64 - 3.64 + 5 - 4 + 1\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3}$$

$$= -1 + 1 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}.$$

说明 在加减混合运算中, 应将原式化成代数和, 再根据交换律、结合律, 把整数、分数、小数分别相加 (或把正数、负数分别相加), 然后再将结果相加。

例3 计算 $\left(-1\frac{1}{3}\right) \times \frac{5}{6} \div \left(-\frac{7}{9}\right) \times (-2.5)$

$\div (-0.25) \times \left(-1\frac{2}{5}\right).$

解 原式 $= -\frac{4}{3} \times \frac{5}{6} \times \left(-\frac{9}{7}\right) \times \left(-\frac{5}{2}\right)$

$$\times (-4) \times \left(-\frac{7}{5}\right) = -20.$$

说明 在乘、除混合运算中, 应先化为乘积的形式, 计算时先确定积的符号, 然后再求算式的绝对值。

$$\text{例4 计算 } (-0.5)^2 - \sqrt{-\frac{1}{16}} - |-2| - \left(-1 - \frac{1}{2}\right)^3 + 1\frac{11}{16}.$$

$$\begin{aligned}\text{解 原式} &= \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - 2 - \left(-\frac{3}{2}\right)^3 \div \frac{27}{16} \\ &= \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - 2 + \frac{27}{8} \times \frac{16}{27} = 0.\end{aligned}$$

例5 计算 $3\sqrt{2} + \pi$ (精确到 0.01).

解 原式 $\approx 3 \times 1.414 + 3.142 = 7.384 \approx 7.38$.

说明 在无理数运算中, 需要求出结果的近似值, 先按照所要求的精确度用近似的有限小数去代替无理数, 再进行计算。

三、习题与答案

A 组 习 题

1. 写出下列各数的相反数:

$$\frac{3}{5}, 0, -\sqrt{3}, \sqrt{2}-1, -m, \frac{1}{1-x}.$$

2. 写出下列各数的倒数:

$$-4, 1\frac{2}{3}, \sqrt{7}, \sqrt{5}+1, \frac{1}{a^2}, -1, 0.$$

3. 写出下列各数的绝对值:

$$1 - \frac{3}{5}, 0, -\sqrt{2}, \sqrt{2} - \sqrt{3}, m^2, -x^2, a^3, \\ a - 1.$$

4. 填空:

(1) ____ 的相反数是它的本身, ____ 的倒数是它的本身, ____ 没有倒数.

(2) 互为相反数的两数的和是 ____, 互为倒数的两数的积是 ____, 互为相反数的两数的商是 ____, 但 ____ 例外.

(3) 最小的正整数是 ____, 最大的负整数是 ____, 绝对值最小的数是 ____, 有没有最小的有理数? ____, 最大的实数? ____.

(4) 大于负数的数是 ____, 比正数小而比负数大的数是 ____.

(5) 一个数的绝对值一定是 ____, 一个数的平方一定是 ____.

(6) 实数和数轴上的点具有 ____ 关系, 有理数和数轴上的点有没有这个关系? ____.

(7) 如果 a 是有理数, 那么 a^2 ____ 0 , $-a^2$ ____ 0 , $(-a)^2$ ____ 0 , $a^2 + 1$ ____ 0 , $-a^2 - 1$ ____ 0 .

(8) 当 $a < 0$ 时, $|a| =$ ____, $|-a| =$ ____.

5. 写出满足下列各条件的数:

(1) 平方等于 9 的数; (2) 绝对值等于 8 的数; (3) 小于 3 的非负数; (4) 绝对值小于 2 的整数; (5) 绝对值大于 3, 而小于 6.5 的整数.

6. 判断下列各题的正误:

(1) 小数都是有理数; (2) 小数都是无理数;

(3) 两个数的和一定比其中任何一个数大;

(4) 零是自然数，是正数，是整数，是偶数，是最小的数；

(5) 如果 $m > n$ ，那么 $|m| > |n|$ ；

(6) 如果 $m^2 = n^2$ ，那么 $m = n$ 。

7. 在 1~10 这十个自然数的平方根和立方根里，哪些是有理数？哪些是无理数？

8. 在什么条件下：

(1) $\frac{a}{b}$ 是正数？是负数？是零？没有意义？是 1？是 -1？

(2) $|a - 1| = -3$ 。

9. 比较下列各对数的大小：

(1) $-\sqrt{3}$ 和 $-\sqrt{5}$ ； (2) $-\frac{1}{4}$ 和 $-|0.26|$ ；

(3) -1.547 和 -1.5 ； (4) π 和 3.14 。

10. 比较下列各数的大小，并用“>”号将它们连接起来。

$-\frac{1}{5}$ ， -3.14 ， $-\pi$ ， 0 ， $-\frac{5}{7}$ ， $\sqrt{5}$ ， $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 。

11. 在数轴上表示下列各数或数的范围：

(1) 小于 5 的正整数；

(2) 绝对值不大于 3 的整数；

(3) 绝对值大于 2 而小于 5 的数。

12. 说出符合下列条件的字母表示什么样的有理数：

(1) $\frac{|x|}{x} = 1$ ； (2) $\frac{x}{|x|} = -1$ 。

13. (1) 一个有理数乘以什么数总可以得到它的相反数?

(2) 一个有理数除以什么数总可以得到它的相反数?

14. 求 -9 和 $+9$ 之间的全部整数之和.

15. 什么数的相反数比它本身大? 比它本身小?

16. (1) 两个数的积是正数, 能肯定这两个数一定是正数吗?

(2) 两个数的和是正数, 能肯定这两个数一定是正数吗?

(3) 两个数的和是正数, 这两个数能不能都是负数?

(4) 两个数的积是正数, 且这两个数的和也是正数, 能肯定这两个数是正数吗?

17. 计算:

$$(1) (-5) \div \left(-1\frac{2}{7}\right) \times 0.8 \times \left(-2\frac{1}{4}\right) \div 7;$$

$$(2) 3.162 - (-2) + \left(-3\frac{1}{2}\right) + (+3) - \left(+5\frac{1}{4}\right) - (+0.162);$$

$$(3) 3\left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 2\left(-\frac{2}{3}\right)\left(1\frac{1}{2}\right) - 4\left(1\frac{1}{2}\right)^2;$$

$$(4) -1 - \left[1 - \left(1 - 0.5 \times \frac{1}{3}\right)\right] \times [2 - (-3)^2];$$

$$(5) |3.14 - \pi| + 3.14;$$

$$(6) 8 - 8 \div (-5 - 3) - 0 \div 42 - |-42| \times (-1);$$

$$(7) -2^2 + 2^2 - (-1)^3 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) \div \frac{1}{6} - |-2|;$$

$$(8) |-5| - |-7^2| + \left|\frac{1}{3}\right| - |5 \div (-6)|;$$

$$(9) - \left| \left(-5\frac{1}{3} \right) - \left(-2\frac{1}{2} \right) \right| - \left| -1 \div (-6) \right|.$$

18. 计算:

$$(1) \left[(-2)^3 - \left| 1 - \frac{1}{2} - 7.5 \right| + (-3)^2 \right] + \left(1 - \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \right);$$

$$(2) -0.25^2 \div \left(-\frac{1}{2} \right)^4 \times (-1)^{21} + \left(1 - \frac{3}{8} + 2\frac{1}{3} - 3.75 \right) \times 24;$$

$$(3) (0.1) \times (-10) \times (-0.01) \times (-100) \times (-0.001);$$

$$(4) -0.75^2 \div \left(-1 - \frac{1}{2} \right)^3 + (-1)^{18} \times \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right);$$

$$(5) (-1)^{101} - \left[1 - \left(1 - 15 \times \frac{1}{3} \right) \right] \times [12 \div (-6)]^8.$$

19. 计算:

$$(1) -7.6 + 2.3 \times \sqrt[3]{-27} - (0.1 - 7) \div |0.77 - 1|;$$

$$(2) -\sqrt[3]{-8} - (|-2| \times 3 - 2\sqrt{4});$$

$$(3) (-3) \times (-2)^8 \div 4 \div 2 + \sqrt{(-2)^6} \div (-4) \times 2.$$

20. 计算:

$$(1) \frac{-3 + \frac{1}{3} - 1}{(-3)^2 - \frac{1}{3}}; \quad (2) \frac{\left(-\frac{2}{5} \right) \div \left(-1 - \frac{1}{4} \right)}{1 - \frac{2}{5} \times \left(-1 - \frac{1}{4} \right)}$$