

徐恩生 主编

吴颖 罗宏超 孙丽媛 副主编

大学物理 学习指导书

第2版

清华大学出版社

大学物理学习指导书

第2版

徐恩生

—主编—

吴颖 罗宏超 孙丽媛

—副主编—

清华大学出版社

内 容 简 介

本书是根据《非物理类理工学科学物理课程教学基本要求》的主要内容,结合许多本课程专任教师的长期教学经验以及近年来大学生的特点编写而成。全书按章节编排,每章包含“基本要求”、“内容提要”、“解题指导”、“自测题”等内容。

本书由浅入深、难度适宜,突出了大学物理学的基本思想,注重分析问题和解决问题基本方法的训练。本书可作为高等学校非物理专业学生的辅导书和自学参考书。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学习指导书/徐恩生主编.--2版.--北京:清华大学出版社,2013

ISBN 978-7-302-32496-6

I. ①大… II. ①徐… III. ①物理学—高等学校—教学参考资料 IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 105276 号

责任编辑:邹开颜

封面设计:常雪影

责任校对:赵丽敏

责任印制:宋 林

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社 总 机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者:北京富博印刷有限公司

装 订 者:北京市密云县京文制本装订厂

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×230mm 印 张:12.5 字 数:186 千字

版 次:2011 年 3 月第 1 版 2013 年 7 月第 2 版 印 次:2013 年 7 月第 1 次印刷

印 数:1~4200

定 价:19.00 元

产品编号:050520-01

编 委 会

主 编：徐恩生

副主编：吴 颖 罗宏超 孙丽媛

编 者：王 微 陈识璞 杨俊梅

聂 琴 于文革 谢远亮

曹泽新 徐 丹 王兆阳

鞠丽平 梅 迪 徐世峰

于 飞 王金刚

第2版前言

根据国家教育部颁布的《非物理类理工学科大学物理课程教学基本要求》，参考近年来大学物理教材改革成果结合编者多年教学经验，考虑到近年来大学生的实际水平及我院的特点，我们编写了这本《大学物理学习指导书》供学生学习参考，也会对复习考试有所裨益。

物理学是一门严谨的科学。本书突出了基本概念、基本原理、基本思想和分析问题、解决问题方法的训练。以物理课程为中心，在掌握系统知识的基础上加强对学生能力的培养和科学素质的教育。

学过物理的人都知道，要想真正理解和掌握物理学的知识，不亲自去解答一定数量的习题是不可能的。因此，这样一本结合学习与考试实际的教学参考书就是必不可少的。

这本《大学物理学习指导书》是我们物理教师多年从事大学物理教学的集体智慧的结晶。其主要特点如下：

(1) 每章都简要介绍了该章教学的基本要求、基本内容(包括基本概念、基本定理和定律)。

(2) 每章都选取了一些典型例题给出解题指南，指出解题的基本思路和方法。

(3) 参考了目前很多高校采用的清华等高校制作的“大学物理学试题库”，并根据试题库试题而编写了一定数量类型相似的习题，选题时着重对物理概念的理解，避免过于冷僻的数学方法及繁琐的数字演算，供学生练习。

(4) 内容简洁，习题数量适当，有利于学生学习时抓住重点，便于学生学习。

第2版比第1版又增加了一些题目，而且为了便于读者使用，更换了图书开本，在页边留些空，以便读者记笔记或演算。

由于编写的时间紧迫、水平有限，书中难免有错误和不足之处，欢迎广大师生提出宝贵意见。

编 者

2013.1

目 录

第 1 章	质点运动学	1
第 2 章	质点动力学	7
第 3 章	刚体的定轴转动	16
第 4 章	狭义相对论基础	27
第 5 章	静电场	34
第 6 章	静电场中的导体与电介质	48
第 7 章	稳恒磁场	60
第 8 章	磁场对电流的作用	70
第 9 章	电磁感应	79
第 10 章	气体动理论	93
第 11 章	热力学基础	101
第 12 章	机械振动	111
第 13 章	机械波	129
第 14 章	光的干涉	148
第 15 章	光的衍射	156
第 16 章	光的偏振	163
第 17 章	光的量子性	169
第 18 章	量子力学简介	176
自测题参考答案		185

第1章 质点运动学

一、基本要求

1. 掌握位矢、位移、速度、加速度、角速度和角加速度等物理量。
2. 借助直角坐标系计算质点在平面内运动时的速度及加速度。
3. 计算质点作圆周运动时的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度。

二、内容提要

1. 位置矢量：简称位矢，是描述质点位置的物理量。如图 1-1 所示，从坐标原点 O 到质点所在位置 A 的有向线段 $\vec{r}(\vec{OA})$ 可表示为

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

2. 运动方程：质点的位矢 $\vec{r}$ 或坐标 x, y, z 都是时间 t 的函数，表示为

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t) \quad (1-1a)$$

或

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k} \quad (1-1b)$$

3. 位移：描述质点位置变化的物理量，为矢量，表示为

$$\vec{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = \Delta\vec{r}$$

4. 速度：描述质点位移变化快慢的物理量，为矢量。

质点在 t 到 $t + \Delta t$ 时间内，位移为 $\Delta\vec{r}$ ，则质点在 t 时刻的速度为

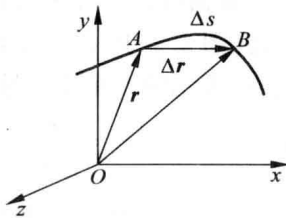


图 1-1

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \boldsymbol{i} + \frac{dy}{dt} \boldsymbol{j} + \frac{dz}{dt} \boldsymbol{k} \\ &= v_x \boldsymbol{i} + v_y \boldsymbol{j} + v_z \boldsymbol{k} \end{aligned} \quad (1-2)$$

其大小

$$|\boldsymbol{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

方向: 沿着质点轨道切线, 指向质点前进的方向。

5. 加速度: 描写质点速度变化快慢的物理量, 为矢量。

在直角坐标系中可表示为,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \boldsymbol{i} + \frac{dv_y}{dt} \boldsymbol{j} + \frac{dv_z}{dt} \boldsymbol{k} \\ &= \frac{d^2 x}{dt^2} \boldsymbol{i} + \frac{d^2 y}{dt^2} \boldsymbol{j} + \frac{d^2 z}{dt^2} \boldsymbol{k} \\ &= a_x \boldsymbol{i} + a_y \boldsymbol{j} + a_z \boldsymbol{k} \end{aligned} \quad (1-3)$$

其大小

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

在自然坐标系中, 加速度可分
为切向加速度 a_t 和法向加速度 a_n 。

如图 1-2 所示。

一般曲线运动可采用自然坐标系描述, 图 1-2 中, $\boldsymbol{e}_t$ 表示切向单位矢量, $\boldsymbol{e}_n$ 表示法向单位矢量, 则有

$$\boldsymbol{a} = a_t \boldsymbol{e}_t + a_n \boldsymbol{e}_n = \frac{dv}{dt} \boldsymbol{e}_t + \frac{v^2}{\rho} \boldsymbol{e}_n$$

其中, $a_t = \frac{dv}{dt}$, $a_n = \frac{v^2}{\rho}$, ρ 为曲率半径。

6. 圆周运动的描述

角位置 θ : θ 随时间变化的方程

$$\theta = \theta(t)$$

称为圆周运动的运动学方程。

角位移 $\Delta\theta$: 质点在 Δt 时间内走过的圆弧 Δs 所对的圆心角。

$$\text{角速度: } \omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{R}$$

$$\text{角加速度: } \beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

角量与线量:

$$\Delta s = \Delta\theta R$$

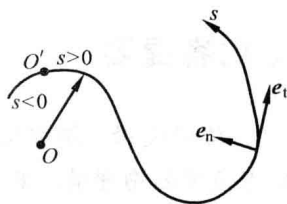


图 1-2

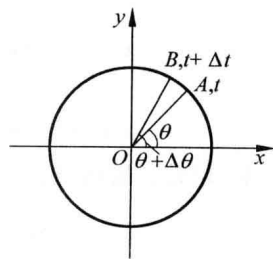


图 1-3

$$v = \omega R$$

$$a_t = \beta R = \frac{dv}{dt}, \quad \text{沿切线方向}$$

$$a_n = \omega^2 R = \frac{v^2}{R}, \quad \text{指向圆心}$$

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_t + \boldsymbol{a}_n$$

7. 运动叠加原理: 任何一个运动都可以看成是几个各自独立运动的叠加。直线运动是最基本的运动。通常把其他曲线运动看成是沿直角坐标系三个轴向相互垂直的直线运动的叠加。

直线运动(一维运动):

$$x = x(t), \quad v = \frac{dx}{dt}, \quad a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

圆周运动: 按运动叠加原理, 在自然坐标系中, 常常把它分解为切向运动和法向运动。

$$\boldsymbol{r} = -R\boldsymbol{e}_n, \quad \boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = -R \frac{d\boldsymbol{e}_n}{dt} = R\omega\boldsymbol{e}_t = v\boldsymbol{e}_t$$

$$\boldsymbol{a} = \frac{dv}{dt} = a_t\boldsymbol{e}_t + a_n\boldsymbol{e}_n, \quad \text{其中} \quad a_t = \frac{dv}{dt}, \quad a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$$

三、解题指导

运动学问题基本上可以分为两大类: 一是运动方程已知, 求质点的速度和加速度等, 这类问题可用微分法由前面所述的速度、加速度的定义式求出。二是已知质点的速度或加速度和初始条件(即 $t=0$ 时的位置和速度), 求运动方程, 这用积分法求解。下面给出求解这类问题的一般公式。

$$\boldsymbol{v}(t) = \boldsymbol{v}_0 + \int_0^t \boldsymbol{a} dt \begin{cases} v_x(t) = v_{0x} + \int_0^t a_x(t) dt \\ v_y(t) = v_{0y} + \int_0^t a_y(t) dt \\ v_z(t) = v_{0z} + \int_0^t a_z(t) dt \end{cases}$$

$$\boldsymbol{r}(t) = \boldsymbol{r}_0 + \int_0^t \boldsymbol{v} dt \begin{cases} x(t) = x_0 + \int_0^t v_x(t) dt \\ y(t) = y_0 + \int_0^t v_y(t) dt \\ z(t) = z_0 + \int_0^t v_z(t) dt \end{cases}$$

[例 1-1] 已知 $\mathbf{r}(t) = 3t\mathbf{i} + (5 - t^2)\mathbf{j} - t^3\mathbf{k}(\text{m})$, 求(1) $t = 3\text{s}$ 时的速度; (2) $1 \sim 4\text{s}$ 内的平均速度。

解 (1) $\mathbf{v}(t) = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = 3\mathbf{i} - 2t\mathbf{j} - 3t^2\mathbf{k}$

$$\mathbf{v}(3) = 3\mathbf{i} - 6\mathbf{j} - 27\mathbf{k}(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

(2) $\mathbf{r}(4) = 12\mathbf{i} - 11\mathbf{j} - 64\mathbf{k}$

$$\mathbf{r}(1) = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - \mathbf{k}$$

$$\bar{\mathbf{v}}_{1-4} = \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{\Delta t} = \frac{\mathbf{r}(4) - \mathbf{r}(1)}{4 - 1} = \frac{9\mathbf{i} - 15\mathbf{j} - 63\mathbf{k}}{3}$$

$$= 3\mathbf{i} - 5\mathbf{j} - 21\mathbf{k}(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

[例 1-2] 一质点运动轨迹为抛物线 $\begin{cases} x = -t^2 \\ y = -t^4 + 2t^2 \\ z = 0 \end{cases}$, 求

$x = -4\text{m}$ 时($t > 0$)粒子的速度、速率、加速度。

解 由已知得 $\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k} = -t^2\mathbf{i} - (t^4 - 2t^2)\mathbf{j}$

把 $x = -4$ 代入得

$$t = 2, \quad \mathbf{r} = -4\mathbf{i} - 8\mathbf{j}(\text{m})$$

则

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = -2t\mathbf{i} - (4t^3 - 4t)\mathbf{j} = -4\mathbf{i} - 24\mathbf{j}(\text{m/s})$$

$$v = \sqrt{4^2 + 24^2} = 4\sqrt{37}(\text{m/s})$$

$$\mathbf{a} = -2\mathbf{i} - (12t^2 - 4)\mathbf{j} = -2\mathbf{i} - 44\mathbf{j}(\text{m/s}^2)$$

[例 1-3] 已知质点运动的加速度为 $\mathbf{a} = 6\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$, $t = 0$ 时 $\mathbf{v}_0 = 0, \mathbf{r}_0 = 10\mathbf{i}$, 求任一时刻质点的位置(运动方程)。

解 因为 $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$, 得 $d\mathbf{v} = \mathbf{a}dt$, 所以代入已知, $\int_{v_0}^v d\mathbf{v} = \int_0^t \mathbf{a}dt$ 。

$$\int_0^v d\mathbf{v} = \int_0^t (6\mathbf{i} + 4\mathbf{j})dt, \quad \text{得} \quad \mathbf{v} = 6t\mathbf{i} + 4t\mathbf{j}$$

又因为 $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$, 则 $d\mathbf{r} = \mathbf{v}dt$, 得

$$\int_{r_0}^r d\mathbf{r} = \int_0^t \mathbf{v}dt, \text{ 即 } \mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \int_0^t (6t\mathbf{i} + 4t\mathbf{j})dt = (10 + 3t^2)\mathbf{i} + 2t^2\mathbf{j}$$

四、自测题

1-1 如图 1-4 所示,湖中有一小船,有人在湖边一定高度的岸上以匀速率 v_0 收绳子,小船即向岸边靠拢,小船的运动是[]。

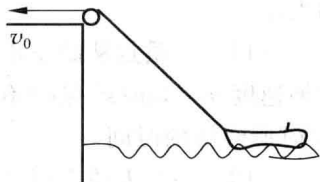


图 1-4

- (A) 匀加速运动
(B) 匀减速运动
(C) 变加速运动
(D) 变减速运动
(E) 匀速直线运动

1-2 一运动质点在某瞬间位于矢径 $\mathbf{r}(x, y)$ 的端点处,其速度大小为[]。

- (A) $\frac{dr}{dt}$ (B) $\frac{d\mathbf{r}}{dt}$
(C) $\frac{d|\mathbf{r}|}{dt}$ (D) $\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$

1-3 一质点在平面内运动,已知质点位置矢量 $\mathbf{r} = at^2\mathbf{i} + bt^2\mathbf{j}$,其中 a, b 为常量,则质点作_____运动。

1-4 质点沿半径 $R = 0.4\text{m}$ 作圆周运动,其角位置 $\theta = 2 + 3t^2$ (SI),在 $t = 2\text{s}$ 时,它的法向加速度 $a_n =$ _____,切向加速度 $a_t =$ _____。

1-5 一质点在 XOY 平面内运动,其运动方程为 $x = 4t$, $y = 10 - 2t^2$,求质点开始运动后,位置矢量与速度矢量恰好垂直的时刻。

1-6 一艘行驶的快艇,速度为 v_0 ,在发动机关闭后,有一个与它的速度方向相反的加速度,其大小与它的速度平方成正比, $a = -kv^2$,式中 k 为常数。求快艇在关闭发动机后,行驶速度与行驶距离的关系。

1-7 一质点沿 X 轴运动,其加速度 a 与位置坐标 x 的关系为 $a = 2x + 6x^2$ 。如果质点在原点处的速度为零,求该质点在任意位置时的速度。

1-8 质点沿半径为 R 的圆周作匀速率运动,每 R 秒转一周,求在 $3R$ 秒的时间间隔内,质点的平均速度和平均速率。

1-9 一质点沿一半径为 2.5m 的圆周运动,其角位置由

$\theta = 1.5t^2$ (SI) 给出, 试求: 当 $t = 0.5\text{s}$ 时, 这质点的切向、法向和总加速度。

1-10 一质点在水平面沿半径 $R = 2\text{m}$ 的圆轨道转动, 转动角速度 ω 与时间 t 的关系为 $\omega = At^2$ (A 为常数)。已知 $t = 1\text{s}$ 时, 质点的速度大小为 4m/s , 求 $t = 2\text{s}$ 时质点的速率和加速度的大小。

1-11 一质点从静止出发, 沿半径 $R = 9\text{m}$ 作圆周运动, 切向加速度 $a_t = 3\text{m/s}^2$ 保持不变, 求其总加速度方向恰与半径成 45° 时所经历的时间。

1-12 一个人骑车以 18km/h 的速率自东向西行进时, 看见雨点垂直下落。当他的速率增至 36km/h 时, 看见雨点与他前进的方向成 120° 下落, 求雨点对地的速度。

1-13 一质点相对观察者 O 运动, 在任意时刻 t 其位置矢量为 $\mathbf{r} = vt\mathbf{i} + \frac{1}{2}gt^2\mathbf{j}$, 质点运动的轨迹为抛物线。若另一观察者 O' 以速率 v 沿 x 轴正向相对于 O 运动, 试问质点相对 O' 的轨迹和加速度如何?

第2章 质点动力学

一、基本要求

1. 掌握牛顿运动定律及其适用范围,用微积分方法求解一维变力作用下质点动力学的简单问题。

2. 掌握动量定理和动量守恒定律,用其分析、解决质点在平面内运动的有关动量、冲量的简单力学问题。

3. 掌握功的概念,计算直线运动情况下变力的功,理解保守力做功的特点及势能的概念,会计算重力、弹性力和万有引力势能。

4. 掌握动能定理、功能原理和机械能守恒定律,并用它们分析、解决质点在平面内运动的有关功、机械能的简单力学问题。

5. 用质点力学的基本概念、基本规律解决简单系统在平面内运动的综合力学问题。

二、内容提要

1. 基本概念

(1) 质量: 物体惯性大小的量度。

(2) 力: 物体间的相互作用。

按力的性质不同分为弹性力、摩擦力、万有引力、静电力等;按研究问题的范围不同可分为内力和外力。

内力: 系统内各物体间的相互作用力。

外力: 系统外物体对系统内物体的作用力。

内力又分保守力和非保守力。

保守力: 做功与路径无关,只与始末位置有关。即

$$\oint_L \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

如万有引力(包括重力)、弹性力、静电力等。

非保守力:如摩擦力、爆炸力等。

(3) 动量:描述物体运动状态的物理量,为矢量,表示为

$$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$$

(4) 冲量:力在时间上的积累,为矢量,表示为

$$\boldsymbol{I} = \int_0^t \boldsymbol{F} dt$$

(5) 功:力在空间距离上的积累,为标量,表示为

$$W = \int_a^b \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = \int_a^b F \cos\alpha ds$$

(6) 能量:物体具有做功的本领称为具有能量,简称能,能量是标量。

动能:物体由于运动所具有的能量, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ 。

势能:物体由于处在某一位置或某种状态所具有的能量,属于系统。势能具有相对性,即选定势能零点后,才有确定量值:

$$E_p = W = \int_a^{\text{势能零点}} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$$

其中重力势能: mgh , h 是物体相对于重力势能零点的高度;弹性势能: $\frac{1}{2}kx^2$, x 是弹簧的伸缩量;万有引力势能: $-\frac{GMm}{r}$,

取 M 与 m 相距无穷远时为势能零点。

动能和势能统称为机械能。

2. 基本规律

(1) 牛顿运动定律:它是动力学的基本规律。

第一定律:任何一个物体都将保持其静止或匀速直线运动状态,直到外力迫使它改变这种状态。

第一定律给出了一个没有加速度的参照系——惯性参照系。

第二定律: $\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}$

若质量一定,则

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$$

第三定律:物体 A 若以外力 $\boldsymbol{F}_1$ 作用于物体 B ,则物体 B 必同时以力 $\boldsymbol{F}_2$ 作用于物体 A , $\boldsymbol{F}_1$ 与 $\boldsymbol{F}_2$ 的大小相等,方向相反,沿着同一直线,即 $\boldsymbol{F}_1 = -\boldsymbol{F}_2$ 。

第二定律、第三定律只对惯性系成立。

(2) 动量定理:物体所受合力的冲量等于物体动量的增

量,即

$$I = \int_{t_1}^{t_2} F dt = m v_2 - m v_1$$

其中 v_1 、 v_2 分别为物体在 t_1 时刻和 t_2 时刻的速度。

(3) 动量守恒定律: 当系统不受外力或所受合外力为零时, 该系统的总动量保持不变。

注意: 当合外力在某一方向上的分量为零时, 系统的总动量在此方向上的分量保持不变。

(4) 动能定理: 物体所受合力的功, 等于物体动能的增加量, 即

$$W = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

(5) 功能原理: 一切外力与非保守内力对物体系统所做的功, 等于该物体系统机械能的增量, 即

$$W_{\text{外力}} + W_{\text{非保守力}} = (E_k + E_p) - (E_{k0} + E_{p0})$$

(6) 机械能守恒: 一切外力与非保守内力对物体系统不做功时, 该物体系统的机械能保持不变。

三、解题指导

动力学问题大体可分为三类, 相应地有三种解题方法。

第一类是只与作用力、加速度、质量有关的问题, 通常给的条件和求解的物理量都是瞬时的, 这类问题可用牛顿运动定律求解。

第二类是与碰撞、打击有关的问题, 这类问题通常是一个过程, 而且过程多半持续时间很短, 或者过程中力与时间的关系已知。解决这类问题可用动量定理或动量守恒定律, 通常称为动量冲量法。

第三类是与功能有关的问题, 这类问题通常也是一个过程, 但过程明显地与空间距离相联系。解决这类问题可用动能定理或功能原理或机械能守恒定律, 通常称为功能法。

[例 2-1] 一电车沿笔直的水平轨道由静止开始运动。已知启动后的一段时间 T 内, 电车所受的牵引力 F 的大小与时间 t 成正比, 取 $F = kt$ (k 为恒量)。若阻力可以不计, 求电车速度与时间的关系以及在时间 T 内电车所走过的路程。

解 以电车为研究对象,它受三个力的作用:重力、支持力及牵引力,如图 2-1 所示,可知竖直方向上没有加速度,取 Ox 轴的正方向为电车的运动方向,且电车运动的起点为坐标原点 O 。在该方向上,根据牛顿第二定律得到

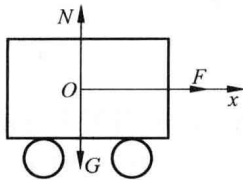


图 2-1

$$kt = m \frac{dv}{dt}, \quad dv = \frac{kt}{m} dt$$

当 $t=0$ 时, $v=0$, 对上式积分可得在时间 T 内的任一时刻 t , 电车的速度为

$$v = \int_0^v dv = \int_0^t \frac{kt}{m} dt, \quad v = \frac{1}{2} \frac{k}{m} t^2$$

由于 $v = \frac{dx}{dt}$, 可将上式改写为 $dx = \frac{1}{2} \frac{k}{m} t^2 dt$, 两边取积分, 当 $t=0$ 时, $x=0$; 当 $t=T$ 时, $x=s$, 得到

$$\int_0^s dx = \int_0^T \frac{1}{2} \frac{k}{m} t^2 dt$$

因而 $s = \frac{1}{6} \frac{k}{m} T^3$ 。

【例 2-2】 如图 2-2 所示, 质量为 200g 的小球, 拴在长 $l=1.2\text{m}$ 的轻绳的一端, 构成一单摆。当它作小角度摆动时, 求小球从左端点摆到右端点的过程中, 受到绳中张力的冲量。

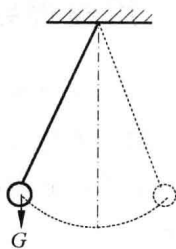


图 2-2

解 通过分析力, 知道摆球只受两个力的作用: 绳子张力和地球的重力。按照动量定理, 摆球从左端点摆到右端点受此两力的

冲量应该等于其动量的增量, 选竖直向下为 x 轴正方向, 则有

$$\int_0^t T dt + \int_0^t mg i dt = 0$$

$$\int_0^t T dt = - \int_0^t mg i dt = - mgt i$$

其中的 t 为此单摆周期的一半, 即

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

所以, 摆球从左端点摆到右端点所受绳子张力的冲量为

$$\begin{aligned}
 \int_0^t \mathbf{T} dt &= -mg\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \mathbf{i} \\
 &= -m\pi \sqrt{gl} \mathbf{i} = -0.2\pi \sqrt{9.8 \times 1.2} \mathbf{i} \\
 &= -2.15 \mathbf{i} (\text{N} \cdot \text{s})
 \end{aligned}$$

负号表示与 x 轴正方向相反, 即竖直向上。

讨论 此题具有典型意义, 当不能直接求出某个变力的冲量时, 可先求得恒力的冲量, 再通过所求变力与这些恒力间的关系, 求得该变力的冲量。

[例 2-3] 力 $\mathbf{F} = 6t\mathbf{i}$ (SI) 作用在 $m = 3\text{kg}$ 的质点上, 物体沿 x 轴运动, $t = 0$ 时, $v_0 = 0$, 求前 2s 内 $\mathbf{F}$ 对 m 做的功。

解 由已知看出: (1) 研究对象: m , (2) 直线问题, $\mathbf{F}$ 沿 $+x$ 轴方向。

方法一: 用 $W = \int_a^b \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x}$

代入得
$$W = \int_a^b 6t\mathbf{i} \cdot d\mathbf{x} = \int_a^b 6t dx$$

因为
$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = 6t$$

所以
$$m dv = 6t dt$$

作如下积分:

$$3 \int_0^v dv = \int_0^t 6t dt$$

有

$$v = t^2$$

又

$$\frac{dx}{dt} = v = t^2 \quad \text{即} \quad dx = t^2 dt$$

所以
$$W = \int_0^2 6t \cdot t^2 dt = \left. \frac{3}{2} t^4 \right|_0^2 = 24 (\text{J})$$

方法二: 用动能定理

$$\begin{aligned}
 W &= \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \\
 &= \frac{1}{2} \times 3 (2^4 - 0) = 24 (\text{J})
 \end{aligned}$$

[例 2-4] 一个质点在指向中心的平方反比力 $F = -k/r^2$ (k 为常数) 的作用下, 作半径为 r 的圆周运动, 求质点运动的机械能。