

磁场空间技术概论

张景鑫 许亚峰 刘明非 编著



 中国标准出版社

磁场空间技术概论

张景鑫 许亚峰 刘明非 编著

中国标准出版社

北 京

图书在版编目 (CIP) 数据

磁场空间技术概论/张景鑫, 许亚峰, 刘明非编著. —北京: 中国标准出版社, 2012
ISBN 978-7-5066-6884-2

I. ①磁… II. ①张… ②许… ③刘… III. ①磁场—概论 IV. ①O441.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 167804 号

中国标准出版社出版发行

北京市朝阳区和平里西街甲 2 号 (100013)

北京市西城区三里河北街 16 号 (100045)

网址: www.spc.net.cn

总编室: (010)64275323 发行中心: (010)51780235

读者服务部: (010)68523946

中国标准出版社秦皇岛印刷厂印刷

各地新华书店经销

*

开本 787 × 1092 1/16 印张 16.75 字数 408 千字

2012 年 9 月第一版 2012 年 9 月第一次印刷

*

定价 58.00 元

如有印装差错 由本社发行中心调换

版权专有 侵权必究

举报电话: (010) 68510107

前 言

磁场空间技术，就是在设计的空间范围人造磁场。

人类科学技术的发展，早已揭示并且越来越详尽地阐释了磁的普遍性，即一切物质都具有磁性，只不过从表现特征显示磁性有强或弱，从物理学研究上分铁磁性、抗磁性、顺磁性。这都是以经典理论和大量实验成果、检测技术数据为根据的。磁的普遍性的另一概念是任何空间都存在着磁场，这主要指地球空间的磁场，亦称之为地磁场，从地球表面观测到地磁场包括地球均匀磁化产生的磁场——均匀磁场；地球内部不均匀磁化的磁场——大陆磁场或剩余磁场；地壳各表层（岩层）磁化产生的磁场——异常磁场；地球外部原因（如电离层和磁层中电流）产生的磁场——外源磁场；随时间变化的磁场——时变磁场。在通常的概念上，基本地磁场以偶极正磁场与非偶极子磁场之和而论说。如果我们在空旷的野外观测，空间磁场应该是基本地磁场的特征；如果我们越来越接近建筑林立、车水马龙、电气笼罩的城市，观测的空间磁场已不简单地是对地磁场的强度叠加而是磁场均匀性的复杂变化。这一点，虽然绝不是新发现，但是鉴于本书的宗旨，有必要给予重申，使我们在考虑原始空间磁场时特别关注地磁场和环境磁场的矢量，本书将这种矢量的磁场称为背景磁场。

实测证明背景磁场强度无论是水平分量还是垂直分量都不一定比地磁场强度大，因为地磁场是矢量，与之叠加的环境磁场亦可视为不计其数、排列复杂的物质所产生磁场的合矢量，矢量之和可能比各自的标量大抑或小。由此引发在有限的局域，本来地磁场是均匀的，而加入环境磁场后问题复杂了。就北京地区地磁场水平分量的水平梯度和垂直梯度，地磁场垂直分量的水平梯度和垂直梯度来说，它们的最大值是 -21.7nT/km ，那么每米的梯度变化约为 0.0217nT 。可以设想，背景磁场若只有地磁场，则在相当大的区域内磁场是相当均匀的。而背景磁场一旦加入环境磁场，磁场的均匀性几乎是无规律可循的，环境磁场主要取决于观测地点建筑物的疏密及结构材料的性质、交通线的远近及车流量的大小、电磁作业的分布及功率频率乃至人的生活、工作用具的材料特性及数量多少、摆放位置等等。居于这种环境，不难推测背景磁场均匀性至少具有四个特点：（1）同一地点，时间段不同显示的均匀性不同；（2）同一地区（大的区域，例如北京地区）不同地点显示的均匀性大不相同；（3）同一地点、同一时间均匀性不是有规律的梯度变化，而是杂乱

无章的；(4) 此一日与彼一日的同一地点同一时间的均匀性也不相同。这些特点的实测案例将在书中列举。

背景磁场的极不均匀性对磁场空间技术是最严峻的挑战，从一定意义上说，才使磁场空间技术得以自成体系，才给磁场空间技术的创新提供层出不穷的命题。生命磁学、岩石磁学、天体磁学、磁化学、微波磁学、磁流体力学、基本粒子磁学等等的研究乃至涉猎这些科学的国防科工、地矿石油资源勘探、医药卫生、农业科技等领域的高端深入研发，都必须解析定量的磁学数据，而且一般要精确到 nT 级甚至更微小。显然，这首先需要排除背景磁场干扰，在此基础上建立可操控的磁场空间。

本书展开的磁空间技术主要涵盖两个功能：

功能之一是，在研究实验的工作范围营造超低磁场空间。有的文献和业内同行称之为“零磁场空间”或“无磁空间”，物理数学意义上的“零”或“无”是不可能实现的，不过作为一种相对的说法也未尝不可。总归目的是排除背景磁场干扰。在 $2\text{m} \times 2\text{m} \times 2\text{m}$ 以上范围，令背景磁场衰减 200 倍至 2500 倍，在其空间内磁场不均匀性的最大差值 $< 200\text{nT}$ ，最低达到 $< 20\text{nT}$ ，这个水平目前已能满足需要。在直径 $< 1\text{m}$ 的有效范围，中心磁场为零，发散磁场最大差绝对值 $< 10\text{nT}$ ，在理论上完全能成立，在技术上也完全可行，当然这要求控制电源和检测仪器的匹配。

功能之二是，在研究实验的三维空间建立模拟磁场。可在三坐标分量分别产生均匀磁场；可使磁场分量的轴向产生偏角或倾角；可使磁场分量的轴向强度由两端向中心对应收敛；也可使磁场分量的轴向形成有规律的梯度变化。根据广泛使用需求，磁场强度量程重点设计在 $10^{-9}\text{T} \sim 10^{-1}\text{T}$ （范围作用空间尺寸及均匀性与结构规模比率参考亥姆霍兹线圈数据）。至于更强的磁场量程，通常的技术手段产生磁场只能作用在狭小的区间，构不成宽泛的“空间”，书中也做一些简要介绍。频率在 $10\text{Hz} \sim 10\text{kHz}$ 范围的交变磁场亦列专题。

本书列举的磁场空间技术产品主要包括：磁场线圈系列、磁屏蔽系列和磁场空间集成装置。

本书作者从事磁场空间技术研究近 20 年，第一手完成磁场空间技术项目 55 个，其中融入自主专利 8 项，有的成果获部级奖和全国发明奖。本书的实例和数据 90% 来自第一手研发成果或产品的积累，经实践—理论循环往复的打磨、提炼；有的事例所荟萃的创新元素历经反复突破；尤其是有的实例是在罕见类同条件下，对已奉经典的工艺技术进行突破，又对自身推出的创新技术再行突破。所以，尽管本书论不至精，这些资料还是极具参考价值。

磁场空间技术离不开物理学、数学及地磁学的理论基础，越拓展越深入

越需要这敦厚的基础。本书为了从理论概念上能清楚呈现脉络的追溯，也为了一般读者思考查找的方便，编撰了一些电磁学和地磁学的基本知识。磁场空间技术，往往令人在微不足道与深不可测之间游移，确实，浅论则浅，深究乃深。本书作者专事研发至今仍感功力不足，求索之路漫漫，鉴此，书中谬误在所难免，企盼斧正，更盼抛砖引玉。这不是俗套的谦词，确实发自心底。

本书作者协同团队在磁场空间技术研发中，得到中国地质科学院地质力学研究所马醒华研究员的精心指导，得到中国国土航空物探遥感中心周姚秀、钢铁研究总院郑大立和北京地质仪器厂吴天彪三位教授级高级工程师的鼎力相助；当有关理论疑惑时，得到北京大学戴道生教授点睛之教。本书所列参考文献的作者，虽大多未曾谋面，但是他们的著作给予了博大精深的传授。谨此一并深深致谢。

作 者

2012 年 5 月

目 录

第 1 章 应用理论基础	(1)
引言	(1)
1.1 电学指要	(2)
1.2 磁学指要	(25)
1.3 电磁感应简要	(44)
1.4 地磁学简介	(54)
第 2 章 磁场线圈	(69)
引言	(69)
2.1 圆形线圈的磁场	(69)
2.2 正方形线圈的磁场	(76)
2.3 八角形线圈的磁场	(82)
2.4 长方形线圈的磁场	(89)
2.5 椭圆形线圈的磁场	(99)
2.6 其他形状线圈的磁场	(102)
2.7 平面套环线圈的磁场	(107)
2.8 螺线管的磁场	(109)
第 3 章 经典组合磁场线圈	(117)
引言	(117)
3.1 亥姆霍兹线圈	(118)
3.2 巴克尔线圈	(125)
3.3 布朗培克线圈	(128)
3.4 加勒特线圈	(128)
3.5 麦柯斯韦线圈	(130)
3.6 瑞贝斯线圈	(131)
3.7 无矩线圈	(132)
3.8 设计与制作的关键点	(137)
第 4 章 磁屏蔽	(150)
引言	(150)
4.1 基本概念	(151)

4.2	主动屏蔽原理	(152)
4.3	被动屏蔽原理	(158)
4.4	超导屏蔽	(164)
4.5	孔缝屏蔽	(165)
4.6	构筑磁屏蔽空间的材料问题	(177)
第5章	磁场空间集成装置	(183)
	引言	(183)
5.1	三维磁场空间装置	(184)
5.2	恒磁场和低频交变磁场发生器	(192)
5.3	宽量程磁场发生器	(199)
5.4	磁场屏蔽复合模拟三维磁场实验室	(204)
第6章	磁场空间技术实用公式和电磁学单位制	(233)
	引言	(233)
6.1	磁场线圈的磁感应强度 B	(233)
6.2	磁屏蔽系数 S	(240)
6.3	其他实用公式	(243)
6.4	电磁学的单位制	(246)
6.5	磁感应强度 B 与磁场强度 H	(254)
参考文献		(256)

第1章 应用理论基础

引言

本书以工程技术性定位。重点阐释磁场空间技术在磁场线圈、磁屏蔽、磁场空间集成装置等方面的发展。显然，这首先由电磁学理论奠定基础。为了方便读者的回顾和查索，作者力图以提纲挈领、应用密切、逻辑顺达的思路编纂此章。其中有的内容似乎离得“远”，没有直接应用的表象，但是没有这些内容就难以构成前呼后应、循序渐进的逻辑关系，也正因此，重温这些内容，夯实这些内容引发的概念，宜于理清一系列应用结论、公式的脉路，也就是宜于一系列结论、公式的正确应用乃至应用自如。

电磁学作为一门统一的学科，揭示了电与磁的联系。奥斯特实验发现了电流磁效应的成果，法拉弟对此评价：“它突然打开了科学中一个一直是黑暗的领域的大门，使其充满光明。”继而法国科学家毕奥和萨伐尔为寻找任意电流元对磁极作用力的定量规律，对奥斯特实验进行了分析和拓展，又经拉普拉斯理论归纳，认识到：某一电流分布的磁场就是各电流元在空间产生磁场迭加的结果。并建立了电流元在空间任意一点产生磁场的推导公式。这就是著名的毕-萨定律，也称毕-萨-拉定律。本书在阐释磁场线圈中，每一项推导都是依据这一定律。而且，由这一定律溯源所提出的一系列电与磁的问题，需要反复思索，因为磁场空间技术打造的产品中，电与磁的“非主旨”联系潜伏着对“主旨”电磁理论设计的干扰。比如，依据毕-萨-拉定律设计磁场线圈，实现目标是载流线圈本身，这是“主旨”，而落实到产品上又涉及输入导线、构件材料等等。输入导线连接过程中（如连接其他线圈绕组、连接电流源）肯定产生磁场；构件材料原本可能不呈现磁性，由于邻近线圈磁场的作用又可能产生了磁性；等等。这些“非主旨”显然会干扰“主旨”。所以，在应用理论结果时有必要重温求得结果的过程，这个过程给予的提示对于实际产品的设计，可能比理论结果更重要。

上述提及，磁场空间技术落实到产品，带来了构件材料磁性的斟酌，这是个说起来简单，细究起来复杂的问题，一般习惯说是要选择无磁性材料，但好像又同一切物质都具有磁性的概念相混淆。怎么认识和把握？本章在基本理论上作了针对性的交待，使得在选择构件材料时有个原则界限，同时启示在结构设计时如何理性布局。

磁场空间技术解决的问题，很多就是应对地球磁场的。地球磁场的研究——地磁学是一大门类，磁场空间技术成为一个体系就必须融入地磁学的基本理论，根据磁场空间技术目前的服务对象和研发方向，本章重点编入了有关地磁场的构成与分布、地磁场的变化和异常以及太阳系的磁现象。

作为磁场空间技术的理论基础，尤其是深凿精琢和前沿探讨，本章恐难承载其重，但望能简明指要，引读经典。

1.1 电 学 指 要

1.1.1 电 荷

一般物理教科书中均用实验证明，物体所带的电有两种，且仅有两种，谓之正电荷与负电荷，带同号电荷的物体互相排斥，带异号电荷的物体互相吸引，这种相互作用称为电性力，电性力与万有引力有些相似。但万有引力总是相互吸引的，而电性力却随电荷的异号或同号，而有吸引与排斥之分，根据带电体之间的相互作用力，能够确定物体所带电荷的多寡，表示物体所带电荷多寡程度的物理量称为电量，正电荷的电量以正值表示，负电荷的电量以负值表示。

尤其应注意，磨擦起电的根本原因并不是通过磨擦产生了电荷，而是在于物体本身具有电的结构，常见的宏观物体（实物）都是由分子、原子组成。原子是由一个带正电的原子核和一定数目的绕核运动的电子所组成，原子核又由带正电的质子和不带电的中子组成。质子所带正电量和电子所带负电量是等值的，通常用 $+e$ 和 $-e$ 来表示（参看表1.1-1）。原子内的电子数和原子核内的质子数相等，从而整个原子呈电中性，原子核中的质子数是标志一个特定元素的量，它等于该元素在元素周期表中的原子序数。在通常情况下，由于物体内各原子是电中性的，整个宏观物体将处于电中性状态，物体表现为“不带电”，当一原子失去一个或几个电子时，就显现为“带正电”；当一原子获得额外电子时，就显现为“带负电”。所以当物体中的正、负电荷在一定的条件下相互分离并发生转移时，物体就“带电”了。例如，用丝绸磨擦玻璃棒时，增强了两物体相互接触处原子的热运动，使玻璃棒中束缚较弱的电子从原子中挣脱出来而转移到丝绸上。结果，失去电子的玻璃棒就带正电，获得电子的丝绸就带负电。

表 1.1-1 电子、质子和中子的电量和质量

	电 量	质 量
电 子	$-e$	m
质 子	$+e$	$1836m$
中 子	0	$1838m$

注： $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{C}$ ， $m = 9.11 \times 10^{-31} \text{kg}$ 。

无论是磨擦起电过程，还是其他方法使物体带电的过程，正负电荷总是同时出现的，而且这两种电荷的量值一定相等。当两种异号电荷相遇时，则互相中和；如果原来两种异号电荷的量值相等，经中和后物体就不带电了。由此可见，当一种电荷出现时，必须有相等量值的异号电荷同时出现；一种电荷消失时，也必然有相等量值的异号电荷同时消失。在一隔离的系统内，无论进行怎样的物理过程，系统内电量的代数和总是保持不变。这个由实验总结出来的定律称为电量守恒定律，是物理学中的基本定律之一。

到目前为止的所有实验表明，电子是自然界具有最小电量的粒子，所有带电体或其他微观粒子的电量都是电子电量的整数倍。这个事实说明，物体所带的电荷不是以连续方式

出现的,而是以一个个不连续的量值出现的,这称为电荷的量子化。电荷的最小单元(即电子电量 e)是如此之小,以致使电的量子性在研究宏观现象的绝大多数实验中不表现出来,就像我们在喝水时并不感觉到水是由分子、原子等微观粒子组成的一样。我国理论物理工作者在1966年提出的层子模型(国外有类似的夸克模型),认为基本粒子是由更深层次的“层子”构成的。可能有带有分数电荷的“层子”,它们所带的电量是电子电量的 $\pm 1/3$ 、 $\pm 2/3$ 倍。这种具有分数电荷的层子是否存在,还有待于实验证实。

1.1.2 库仑定律

在静电现象的研究中,我们经常用到点电荷的概念。点电荷是带电体的理想模型。在具体问题中,只有当带电体的形状和大小可以忽略不计时,才可把带电体看作点电荷。例如,带电体本身的大小,相对于带电体之间的距离很小时,带电体就可以看作点电荷。

1785年,库仑从实验结果总结出点电荷之间相互作用的基本规律,称为库仑定律。库仑定律可陈述如下:

在真空中 q_1 和 q_2 两个点电荷之间的相互作用力的方向沿着这两个点电荷的连线,同号电荷相斥,异号电荷相吸,作用力的大小与电量 q_1 和 q_2 的乘积成正比。而与这两个点电荷之间的距离 r_{12} 的平方成反比,即

$$|F_{12}| = |F_{21}| = k \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2}$$

式中, k 是比例系数; F_{12} 表示 q_2 对 q_1 的作用力; F_{21} 表示 q_1 对 q_2 的作用力。 F_{12} 和 F_{21} 大小相等,方向相反,可用矢量式表示:

$$\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^3} \mathbf{r}_{12}$$

式中, $\mathbf{r}_{12}$ 是由点电荷 q_1 至点电荷 q_2 所作的矢径。 q_1 和 q_2 同号时, $\mathbf{F}_{21}$ 和矢径 $\mathbf{r}_{12}$ 方向相同,表明 q_1 和 q_2 之间的作用力是斥力; q_1 和 q_3 异号时, $\mathbf{F}_{21}$ 和矢径 $\mathbf{r}_{12}$ 方向相反,表明 q_1 和 q_2 之间的作用力是引力。所以,上述矢量式同时给出作用力的大小和方向。

库仑定律公式中比例系数 k 的数值和单位,取决于式中各量所采用的单位。在国际单位制中,电学量的基本量是电流,它的单位是安培(A)。电量的单位是库仑(C),由安培导出。1C的电量就是当电流等于1A时,在1s内流过导体横截面的电量。根据实验测定,在国际单位制中

$$k = 8.9880 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2 \approx 9.00 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

国际单位制中有关电磁学部分的单位制,就是迄今通用的“有理化米千克秒安培制”(或称MKSA有理化制)。在MKSA有理化制中,通常引入新的恒量 ϵ_0 来代替 k ,令

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

于是,真空中库仑定律就可写作

$$|F_{21}| = |F_{12}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2} \quad (1.1-1)$$

和

$$\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2} \mathbf{r}_{12} \quad (1.1-2)$$

式中，恒量 ϵ_0 称为真空中的介电常数。

$$\begin{aligned}\epsilon_0 &= \frac{1}{4\pi k} = \frac{1}{4\pi \times 8.9880 \times 10^9} = 8.8538 \times 10^{-12} \text{C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2) \\ &\approx 8.85 \times 10^{-12} \text{C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)\end{aligned}\quad (1.1-3)$$

应该指出，单位制之所以称为“有理化”，就在于因子 4π 的引入。这样，虽然使得库仑定律的形式变得复杂一些，但是，以后可以看到，由此而推导出来的一些常用的公式中，却不出现因子 4π ，所以这种规定还是有利的。MKSA 有理制的优越性可在以后学习中逐步体会到。所以国际单位制中也采纳了 MKSA 有理制。

1.1.3 电场

关于带电体之间如何进行相互作用的问题，在物理学历史上，曾有不同的看法。在很长一个时期内，人们认为带电体之间的作用是“超距”作用，也就是说，一个带电体所受到的电性作用力是由另一带电体直接给予的。这种作用既不需要中间物质进行传递，也不需要时间，而是从一个带电体立即到达另一个带电体，可表示如下：

$$\text{电荷} \longleftrightarrow \text{电荷}$$

到了 20 世纪初，法拉第提出新的观点，认为在带电体周围存在着电场，其他带电体所受到的电性力是由电场给予的。这种作用可表示如下：

$$\text{电荷} \longleftrightarrow \text{场} \longleftrightarrow \text{电荷}$$

人们在长期的实践中，逐步认识到后一种看法是正确的。电场对电荷的作用力称为电场力。因此，电性力（或称静电力、库仑力）在本质上就是电场力。

从静止电荷之间的作用力来说，场的观点和超距作用的观点哪一个正确，就很难说了。但人们发现电磁波并证明光就是电磁波以后，超距作用的观点就再也没有立足之地了。因为无论是实验还是理论，都证明变化着的电磁场是以光速在空间传播的；并且理论和实验也都指明：电磁场与分子、原子等组成的实物一样，具有能量、动量和质量。所以电磁场是物质的一种形态，这一点是无可置疑的。

相对于观察者为静止的带电体周围所存在的电场，称为静电场。静电场不过是电磁场中的一种特殊情形。从电量守恒定律可知，电荷不能被创造或消灭，而只能被转移（分离或中和）。当我们分离正负电荷而建立静电场时，我们必须作功，付出能量。这部分能量最后转变为正、负电荷周围电场的能量。当正负电荷中和时，电场以及电场的能量都将随之消失。这时，电场能量转换为其他形式的能量。

静电场的对外表现，重要的有：

(1) 引入电场的任何带电体，都受到电场所作用的力；

(2) 当带电体在电场中移动时，电场所作用的力对带电体作功，这表明电场具有能量。

1.1.4 电场强度

为了定量地了解电场中任一点处电场的性质，可利用试验电荷 q_0 来进行研究。试验电荷是一个足够微小的点电荷。所谓足够微小，首先，试验电荷所带的电量必须很小，即当引入电场时，在实验精确度的范围内，不会对原有电场有任何显著的影响。其次，试验

电荷所占据的空间必须很小,即当放入电场时,占有确定的位置。实验指出,把试验电荷 q_0 放入电场不同地点时, q_0 所受力的方向和大小逐点不同。但在电场中每一给定地点, q_0 所受力的方向和大小却是完全一定的。如果在电场中某给定地点改变试验电荷 q_0 的量值,就将发现 q_0 所受力的方向仍然不变,但力的大小却和 q_0 成正比改变。由此可见,试验电荷在电场中某点所受到的力,不仅与试验电荷所在点的电场性质有关,而且与试验电荷本身的电量有关。但是,由于电场对试验电荷的作用力的大小与试验电荷的电量成正比,其比值与试验电荷本身无关,而仅仅与试验电荷所在点处的电场性质有关。所以,可用试验电荷所受的力和试验电荷所带电量之比,作为描述静电场中给定点的客观性质的一个物理量,称为电场强度或简称场强。场强是矢量,用符号 E 表示,即

$$E = \frac{F}{q_0} \quad (1.1-4)$$

式中,当试验电荷为一个单位电量的正电荷时,即 $q_0 = +1$ 单位时, E 与 F 的量值相等,这表示电场中某点的电场强度在量值和方向上等于一个单位正电荷在该点所受的力。

在国际单位制中,力的单位是 N(牛顿),电量的单位是 C(库仑),所以场强的单位是 N/C。场强的单位也可以写成 V/m。这两种表示法是一样的,在电工计算中常采用后一个单位。

(1) 场强迭加原理

将试验电荷 q_0 放在由若干个电荷所产生的电场中时,实验指出,试验电荷 q_0 所受的力等于各个点电荷各自对 q_0 作用的力的矢量和,即

$$F = F_1 + F_2 + \cdots + F_n$$

$$\text{两边除以 } q_0, \text{ 得} \quad \frac{F}{q_0} = \frac{F_1}{q_0} + \frac{F_2}{q_0} + \cdots + \frac{F_n}{q_0}$$

按场强的定义,右边各项分别是各个点电荷产生的场强,而左边为总场强,即

$$E = E_1 + E_2 + \cdots + E_n \quad (1.1-5)$$

上式说明,电场中任一点的总场强等于各个点电荷在该点各自产生的场强的矢量和。这就是场强迭加原理,是电场的基本性质之一。利用这一原理,可以计算任意带电体所产生的场强,因为任何带电体都可以看作许多点电荷的集合。

(2) 场强的计算

如果电荷分布为已知,则根据场强的迭加原理,从点电荷的场强公式出发,就可求出电场中各点的场强。下面说明计算场强的方法。

① 点电荷电场中的场强

设在真空中有一个点电荷 q , 则其周围电场中某点 P 的场强,可由式 (1.1-4) 和式 (1.1-2) 立即求得。设想在距离点电荷 q 为 r 的 P 点放一试验电荷 q_0 , 可知 q_0 所受的力是

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq_0}{r^2}$$

式中, r 是由点电荷 q 到 P 点的矢径。再应用式 (1.1-4) 可求得 P 点的场强为

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{r} \quad (1.1-6)$$

由式 (1.1-6) 可知,在点电荷 q 的电场中,任一点的场强的大小,与点电荷的电量 q 成

正比，与点电荷 q 到该点距离 r 的平方成反比。如果 q 为正电荷，可知 E 的方向与 r 的方向一致，而背离 q ；如果 q 为负电荷，可知 E 的方向与 r 的方向相反，而指向 q 。如图 1.1-1 所示。

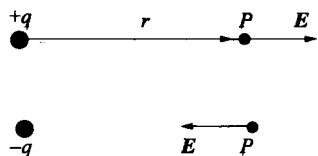


图 1.1-1 场强的方向

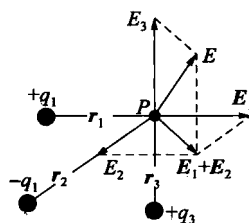


图 1.1-2 点电荷系电场中的场强

② 点电荷系电场中的场强

如图 1.1-2 所示，如果电场是由若干个点电荷 $q_1, q_2, \dots, q_n$ 共同产生的，并设各点电荷到 P 点的矢径分别为 $r_1, r_2, \dots, r_n$ ，按式 (1.1-6)，各点电荷在 P 点处产生的场强分别为

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^3} r_1, E_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^3} r_2, \dots, E_n = \frac{q_n}{4\pi\epsilon_0 r_n^3} r_n$$

根据场强迭加原理，这些点电荷各自在 P 点所产生的场强的矢量和就是 P 点的总场强，用 E 来表示，就有

$$E = E_1 + E_2 + \dots + E_n = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^3} r_i \quad (1.1-7)$$

③ 任意带电体电场中的场强

任何带电体的全部电荷分布，都可以看成是许多极小的电荷元 dq 的集合。在电场中任一点 P 处，每一个电荷元 dq 在 P 点产生的场强，按点电荷的场强公式可写为

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^3} r$$

式中， r 是从 dq 所在点到 P 点的矢径。要计算带电体的全部电荷分布在 P 点产生的场强，就要对所有的电荷元所产生的各个场强 dE 求矢量和，我们把式 (1.1-7) 中的累加号“ Σ ”换成积分号“ $\int$ ”，求得 P 点的场强为

$$E = \int dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^3} r \quad (1.1-8)$$

上式是矢量的积分形式，实际上，在具体运算时，通常必须把 dE 在 X, Y, Z 三坐标轴方向上的分量式写出，然后再积分。

在电荷连续分布的情况下，常引入电荷密度的概念。若电荷分布在细长的线上，则定义电荷线密度 λ 如下：

$$\lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl}$$

式中， dq 为线元 dl 上的电量， λ 的单位为 C/m 。由于 $dq = \lambda dl$ ，所以全部线分布电荷在 P 点产生的场强为

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dl}{r^3} \mathbf{r}$$

若电荷连续分布在一个平面或曲面上, 则定义电荷面密度 σ 如下:

$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS}$$

式中, dq 为面积元 dS 表面上的电量, σ 的单位为 C/m^2 。由于 $dq = \sigma dS$, 所以全部面分布电荷在 P 点产生的场强为

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{\sigma dS}{r^3} \mathbf{r}$$

若电荷连续分布在一个体积内, 则定义电荷体密度 ρ 如下:

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV}$$

式中, dq 是体积元 dV 内的电量, ρ 的单位为 C/m^3 。由于 $dq = \rho dV$, 所以全部体分布电荷在 P 点产生的场强为

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho dV}{r^3} \mathbf{r} \quad (1.1-9)$$

④ 电偶极子

两个大小相等的正负电荷 ($+q$ 和 $-q$), 相距为 l , l 较讨论中所涉及的距离小得多。这一电荷系统就称为电偶极子。连结两电荷的直线称为电偶极子的轴线, 取从负电荷到正电荷的矢径 l 的方向作为轴线的正方向。电量 q 与矢径 l 的乘积定义为电偶极矩, 电偶极矩是矢量, 用 $\mathbf{p}_e$ 表示, 即

$$\mathbf{p}_e = ql$$

在静止的电偶极子的周围, 存在着静电场。电矩 $\mathbf{p}_e$ 是表征电偶极子性质的物理量。从下面的讨论可见, 电偶极子的场强以及电偶极子在外电场中所受的作用, 都与电矩 $\mathbf{p}_e$ 有关。

电偶极子是一个重要的概念, 在研究电介质的极化、电磁波的发射和吸收以及中性分子之间的相互作用等问题时, 都要用到电偶极子的概念。

1.1.5 电通量

按照电力线的作图法, 可见匀强电场的电力线是一系列均匀分布的平行直线 (图 1.1-3(a))。在电场中想象一个平面, 面积为 S 并与 E 的方向垂直。显然, 通过这一平面的电力线总数等于

$$\Phi_e = ES \quad (1.1-10)$$

式中, Φ_e 称为通过该面积 S 的电通量或 E 通量。

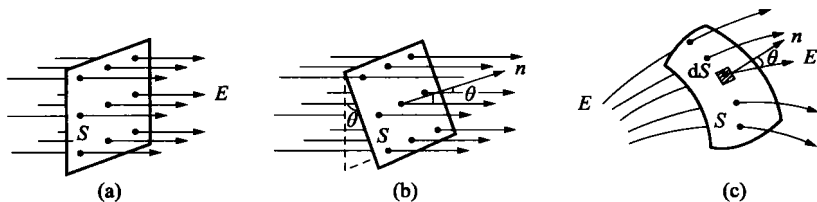


图 1.1-3 电通量的计算

如果平面的法线 n 与 E 的方向成 θ 角 [图 1.1-3(b)], 则通过这一平面的电通量为

$$\Phi_e = E \cos \theta \cdot S = E_n S \quad (1.1-11)$$

即电场强度 E 在给定面积上的法向分量与这一面积的乘积。可见通过给定面积的电通量可正可负, 正负决定于这个面的法线 n 与电场强度 E 之间的夹角 θ 。

在不均匀电场中, 对任意曲面来说, 要计算通过该曲面的电通量, 则要把该曲面划分为无限多个面积元 dS , 在每一个无限小的面积元 dS 上电场强度 E 可以认为是均匀的。设 dS 的法线 n 与该处的电场强度 E 成 θ 角 [图 1.1-3(c)], 则通过该面积元的电通量可写作

$$d\Phi_e = E \cos \theta dS = E_n dS \quad (1.1-12)$$

所以通过面积为 S 的任意曲面的电通量, 要用面积分求得:

$$\Phi_e = \int_S E \cos \theta dS = \int_S E_n dS \quad (1.1-13)$$

当 S 是闭合曲面时, 上式可写成

$$\Phi_e = \oint_S E \cos \theta dS = \oint_S E_n dS \quad (1.1-14)$$

必须指出, 对闭合曲面来说, 通常规定自内向外的方向为面积元法线的正方向。所以, 如果电力线从曲面之内向外穿出, 则电通量为正。反之, 如果电力线从外部穿入曲面, 则电通量为负。

式 (1.1-13) 和式 (1.1-14) 也常用矢量表示。如果我们引入面积元矢量 $d\mathbf{S}$ (大小等于 dS , 而方向是 dS 的正法线方向), 则 $E \cos \theta dS$ 可写成 $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$ 。因此式 (1.1-13) 和式 (1.1-14) 可分别写作

$$\begin{aligned} \Phi_e &= \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \\ \Phi_e &= \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \end{aligned}$$

下面, 我们将从任一闭合曲面上所通过的电通量的讨论, 引出静电场的一条重要定理——高斯定理。

1.1.6 高斯定理

高斯定理和库仑定律都是静电学中的基本定律。高斯定理可以从库仑定律和场强迭加原理导出。它是以场的观点为前提, 说明静电场中任一闭合曲面上所通过的电通量, 和这一闭合曲面所包围的电荷之间, 有确定的量值上的关系。本节介绍的高斯定理和下节介绍的场强环流定律都是反映静电场性质的重要规律。以后会知道, 建立普遍的电磁场理论时, 高斯定理也是重要基础之一。

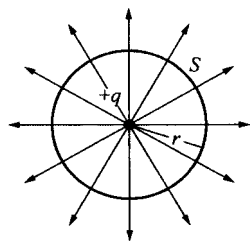


图 1.1-4 球面 S 上通过的电通量

我们先讨论点电荷 q 的静电场这一特殊情形。以 q 所在点为中心, 取任意长度 r 为半径, 作一球面包围这点电荷 q , 显然, 球面上任一点的电场强度 E 的大小都是 $\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, 方向

都沿着矢径 r 的方向, 处处与球面垂直 (参看图 1.1-4, 图中设 q 为正电荷)。根据式 (1.1-14), 可求得通过这球面

的电通量为

$$\Phi_e = \oint_S \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dS = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \oint_S S dS = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (1.1-15)$$

值得注意的是, 上式所得的结果与所取球面的半径并无关系。这就是对以 q 为中心的任意闭合球面来说, 通过球面的电通量的量值都等于 $\frac{q}{\epsilon_0}$ 。这表示从点电荷 q 发出的这些电力线连续地延伸到无限远处。

参看图 1.1-5 (a), S' 为任意封闭曲面, S 为球面, S 和 S' 包围同一个点电荷 q , S' 和 S 之间并无其他电荷。由于电力线的连续性, 显然可以肯定穿过闭合曲面 S' 和球面 S 的电力线的数目是一样的, 因此通过闭合曲面 S' 的电通量 Φ_e 的量值也等于 $\frac{q}{\epsilon_0}$ 。

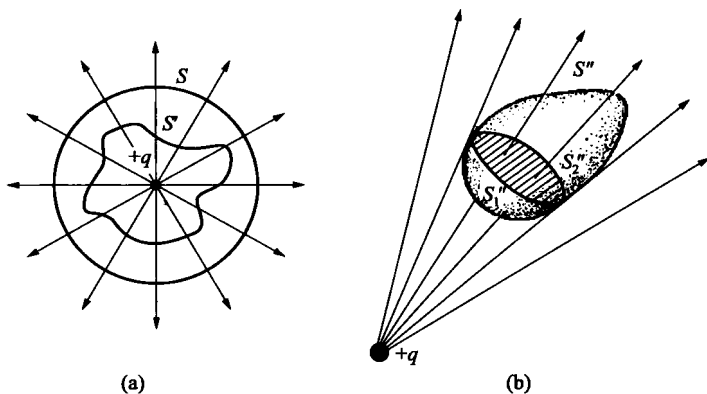


图 1.1-5 说明高斯定理用图

如图 1.1-5 (b) 所示, 电荷 q 在闭合曲面 S'' 的外面时, 曲面 S'' 可分为两部分来看, 在下半部 S''_1 上有电力线进入, 在上半部 S''_2 上则有电力线穿出。由于从 S''_2 穿出的电力线数目, 与从 S''_1 进入的电力线数目相等, 所以肯定通过闭合曲面 S'' 的总电通量为零。

根据场强迭加原理, 上述结果可以推广到任意带电系统的静电场。当闭合曲面内包围不只一个点电荷时, 式 (1.1-15) 中的 q 就应该用所包围电荷的代数和 $\sum_i q_i$ 来代替。于是式 (1.1-15) 就要写作:

$$\Phi_e = \oint_S E \cos\theta dS = \oint_S E_n dS = \frac{\sum_i q_i}{\epsilon_0} \quad (1.1-16)$$

上式指出, 在真空中的任何静电场中, 通过任一闭合曲面的电通量等于这闭合曲面所包围的电荷的代数和的 ϵ_0 分之一, 这个结论称为真空中静电场的高斯定理。

高斯定理指出: 当 q 为正电荷时, $\Phi_e > 0$, 表示有电力线从 q 发出, 穿过闭合曲面。所以正电荷 q 称为静电场的源, 当 q 为负电荷时, $\Phi_e < 0$, 表示有电力线穿进闭合曲面而终止于 q 。所以负电荷 q 称为场的尾, 因此高斯定理说明电力线始于正电荷, 终于负电荷, 亦即静电场是有源场。当电场中任一闭合曲面不包围电荷时, 通过这一闭合曲面的电通量为零。因为闭合曲面内既不存在场的源又不存在场的尾, 所以穿入闭合曲面的