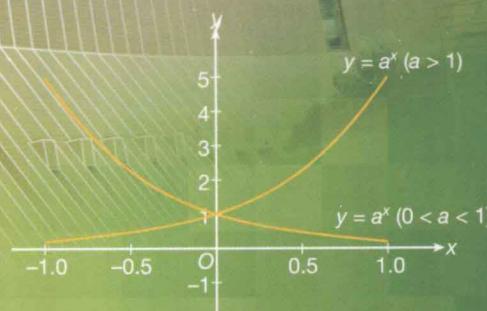


6C



# 高中數學新探索

(必修部分)

顧問 張百康 孫淑南

編著 張美華 莊書榮 蔡銘哲

# 高中數學新探索 6C

必修部分

本書遵照香港課程發展議會與香港考試及評核局聯合於 2007 年頒佈之《數學課程及評估指引（中四至中六）》編寫。

顧 問 張百康 孫淑南

編 著 者 張美華 莊書榮 蔡銘哲

出 版 者 香港教育圖書公司

〔商務印書館（香港）有限公司全資附屬機構〕

香港筲箕灣耀興道 3 號東匯廣場 8 樓

電話：2565 1371

網址：<http://www.hkep.com>

印 刷 者 中華商務彩色印刷有限公司

新界大埔汀麗路 36 號中華商務印刷大廈

發 行 者 香港聯合書刊物流有限公司

新界大埔汀麗路 36 號中華商務印刷大廈 3 字樓

電話：2150 2100

網址：<http://www.commercialpress.com.hk>

2010 年初版

© 2010 香港教育圖書公司

ISBN 978-988-200-862-5

版權所有，如未經本公司書面批准，不得以任何方式，在世界任何地區，  
以中文或任何文字翻印、仿製或轉載本書圖版和文字之一部分或全部。

學校查詢 香港教育圖書公司市場部

電話：2887 8018

電郵：[sales@hkep.com](mailto:sales@hkep.com)

網址：<http://www.hkep.com>

## 鳴謝

本書內所引用的香港中學會考試題，蒙香港考試及評核局准予使用，特此致謝。

本書內所引用的 GCE Ordinary Level Mathematics Examination 試題，蒙 University of Cambridge Local Examinations Syndicate 准予使用，特此致謝。（University of Cambridge Local Examinations Syndicate 對答案的準確性概不負責，有關責任由本公司承擔。）

# 編寫說明

《高中數學新探索（必修部分）》是根據香港課程發展議會與香港考試及評核局聯合於2007年頒佈之《數學課程及評估指引（中四至中六）》編寫。全套教科書共分五冊，按六個階段供學生使用。

**第4冊：** 第一階段 實數及複數、一元二次方程、函數及其圖像(1)、  
函數及其圖像(2)、指數及對數函數

第二階段 直線方程、圓的基本性質(1)、圓的基本性質(2)、  
數學的進一步應用(1)

**第5冊：** 第三階段 繢多項式、續方程(1)、續方程(2)、變分

第四階段 三角學(1)、三角學(2)、三角學(3)、數學的進一步應用(2)

**第6A冊：** 第五階段 等差與等比數列、排列與組合、續概率、離差的量度、  
統計的應用及誤用

第六階段 軌跡、不等式與線性規劃、數學的進一步應用(3)

**第6B及6C冊：** 涵蓋整個初中數學科課程及高中數學科課程的必修部分的內容。提供精簡的溫習提要及解題示範，並配合不同程度的練習。

本書旨在：

- (a) 發展學生的數學知識、技能、概念及培養對學習數學的興趣；
- (b) 提升學生在生活中運用數學解決問題的能力和信心；以及
- (c) 著重學生理解及運用數學知識，以協助其日後升學及就業。

此外，透過書中多元化的內容，如**知識網絡**、**例題**、**基礎測試題及解題示範**等，協助學生鞏固所學及提升學習效益。

在編寫本教科書時，難免有疏漏及未盡完善之處。我們歡迎各位老師、同學及使用本教科書的人士不吝賜教，提供寶貴意見，至深銘感。

香港教育圖書公司  
編輯出版部

# 本書特色

課程內的「非基礎部分」會以特別符號標示出來。

## 知識網絡

綜合整個課題內的重要概念及其關係。

## 基礎測試題

測試同學是否已掌握各重要的數學概念。

# 17 三次方程

## 課程重點

讓同學了解課程所覆蓋的範圍。

### 課程重點

- 以因式法、二次公式及圖解法解三次方程
- 理解三次方程的判別式與其根的性質之關係
- 解涉及三次方程的應用題

- 理解根與係數的關係及以此關係建立三次方程
- 使用圖解法解分別為二元一次及二元二次的聯立方程，其中二元二次方程只限於  $y = ax^2 + bx + c$  的形式
- 使用代數方法解分別為二元一次及二元二次的聯立方程
- 解可變換為三次方程的方程及涉及這些方程的應用題

## 知識網絡



## 例題

鞏固已學的數學概念。

### 要點重溫

#### 17.1 一元二次方程

##### A 二次方程

一元二次方程的形式

$ax^2 + bx + c = 0$ ，其中  $a$ 、 $b$  及  $c$  均為實常

數

解  $2x^2 + 5x - 3 = 0$ 。

解：

因式法：

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 3) = 0$$

$$x = -3 \text{ 或 } \frac{1}{2}$$

利用二次公式：

把方程的係數代入一元二次公式中，可得

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

其中  $a$ 、 $b$  及  $c$  為二次方程

$ax^2 + bx + c = 0$  的係數。

### 工具箱

提示同學重要的公式、定理及法則。

## 測試站

在每一節完結之後，提示同學可嘗試解答在綜合練習中相關的問題，以鞏固對該章節之認識。

## 思路分析

提供解題的思考方法和步驟。

### 題題分析

- 對 (a)  $120^\circ$  在第三象限，所以  $\sin 120^\circ$  為負數。
- 對 (b)  $315^\circ$  在第四象限，所以  $\sin 315^\circ$  為負數。
- 對 (c)  $240^\circ$  在第二象限，所以  $\cos 240^\circ$  為負數。

$$= -\frac{1}{2}$$

$$(c) \cos 240^\circ = \cos(180^\circ + 60^\circ)$$

$$= -\cos 60^\circ$$

$$= -\frac{1}{2}$$

### 例 4

$$\text{簡化 } \frac{\sin(180^\circ - x)}{\tan(360^\circ - x)} \cdot \frac{1}{\sin(90^\circ - x)}$$

解：

$$\frac{\sin(180^\circ - x)}{\tan(360^\circ - x)} \cdot \frac{1}{\sin(90^\circ - x)}$$

## 智慧提示

提供學習指引，幫助同學正確理解數學概念。



# 目 錄

16

## 數系

要點重溫 .....	3
16.1 實數系 .....	3
16.2 複數 .....	4
解題示範 .....	6
綜合練習 .....	7

17

## 二次方程

要點重溫 .....	10
17.1 一元二次方程 .....	10
非基礎部分 17.2 二次方程的根與係數的關係 .....	12
非基礎部分 17.3 可變換為二次方程的方程 .....	13
非基礎部分 17.4 聯立一次及二次方程 .....	15
解題示範 .....	16
綜合練習 .....	20

18

## 續多項式

要點重溫 .....	28
18.1 多項式的除法 .....	28
18.2 餘式定理 .....	28
18.3 因式定理 .....	29
非基礎部分 18.4 最大公因式及最小公倍式 .....	30
非基礎部分 18.5 代數分式 .....	31
解題示範 .....	32
綜合練習 .....	36

**19****變分**

要點重溫 .....	42
19.1 正變及反變 .....	42
19.2 聯變及部分變 .....	43
解題示範 .....	45
綜合練習 .....	50

**20****函數及其圖像**

要點重溫 .....	57
20.1 函數簡介 .....	57
20.2 線性函數 .....	58
20.3 二次函數 .....	58
20.4 利用圖解法解不等式 .....	61
20.5 函數圖像的變換 .....	61
解題示範 .....	63
綜合練習 .....	69

**21****指數函數及對數函數**

要點重溫 .....	78
21.1 有理數指數 .....	78
21.2 指數函數 .....	79
21.3 對數函數 .....	79
解題示範 .....	82
綜合練習 .....	86

**22****等差數列及等比數列**

要點重溫 .....	94
22.1 等差數列 .....	94
22.2 等比數列 .....	95
22.3 數列之求和法 .....	97
解題示範 .....	98
綜合練習 .....	103

## 23

# 圓的基本性質

要點重溫 .....	115
23.1 圓的弦 .....	115
23.2 圓上的角 .....	116
23.3 圓的弦、弧及角之間的關係 .....	117
23.4 圓內接四邊形 .....	119
23.5 共圓點的驗證法 .....	119
23.6 圓的切線 .....	120
解題示範 .....	122
綜合練習 .....	127

## 24

# 坐標幾何 (2)

要點重溫 .....	140
24.1 直線方程 .....	140
24.2 直線的交點 .....	142
24.3 圓的方程 .....	142
24.4 直線與圓的交點 .....	144
解題示範 .....	146
綜合練習 .....	152

## 25

# 三角學

要點重溫 .....	164
25.1 $0^\circ$ 至 $360^\circ$ 之間的三角比 .....	164
25.2 三角方程 .....	167
25.3 三角函數的圖像 .....	168
解題示範 .....	171
綜合練習 .....	176

**26 三角學的應用**

要點重溫 .....	184
26.1 三角形的面積 .....	184
26.2 解三角形的重要公式 .....	185
26.3 平面問題 .....	186
26.4 立體問題 .....	188
解題示範 .....	189
綜合練習 .....	196

**27 不等式及線性規劃**

要點重溫 .....	207
27.1 複合一元一次不等式 .....	207
27.2 一元二次不等式 .....	208
27.3 二元一次不等式 .....	209
27.4 線性規劃 .....	211
解題示範 .....	214
綜合練習 .....	219

**28 繢概率**

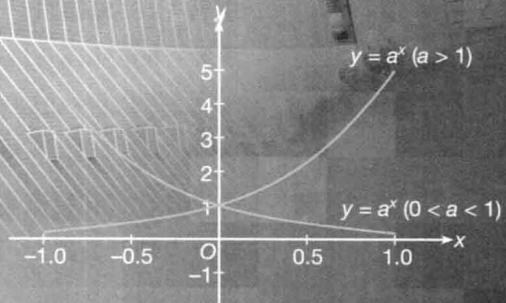
要點重溫 .....	229
28.1 排列及組合 .....	229
28.2 集合符號 .....	231
28.3 概率的加法定律 .....	231
28.4 概率的乘法定律 .....	233
解題示範 .....	234
綜合練習 .....	240

**29 統計 (2)**

要點重溫 .....	253
29.1 離差的量度 .....	253
29.2 搜集數據 .....	259
29.3 統計調查 .....	262
解題示範 .....	263
綜合練習 .....	271
答案 .....	283



6c



# 高中數學新探索

(必修部分)

顧問 張百康 孫淑南

編著 張美華 莊書榮 蔡銘哲

香港教育圖書公司

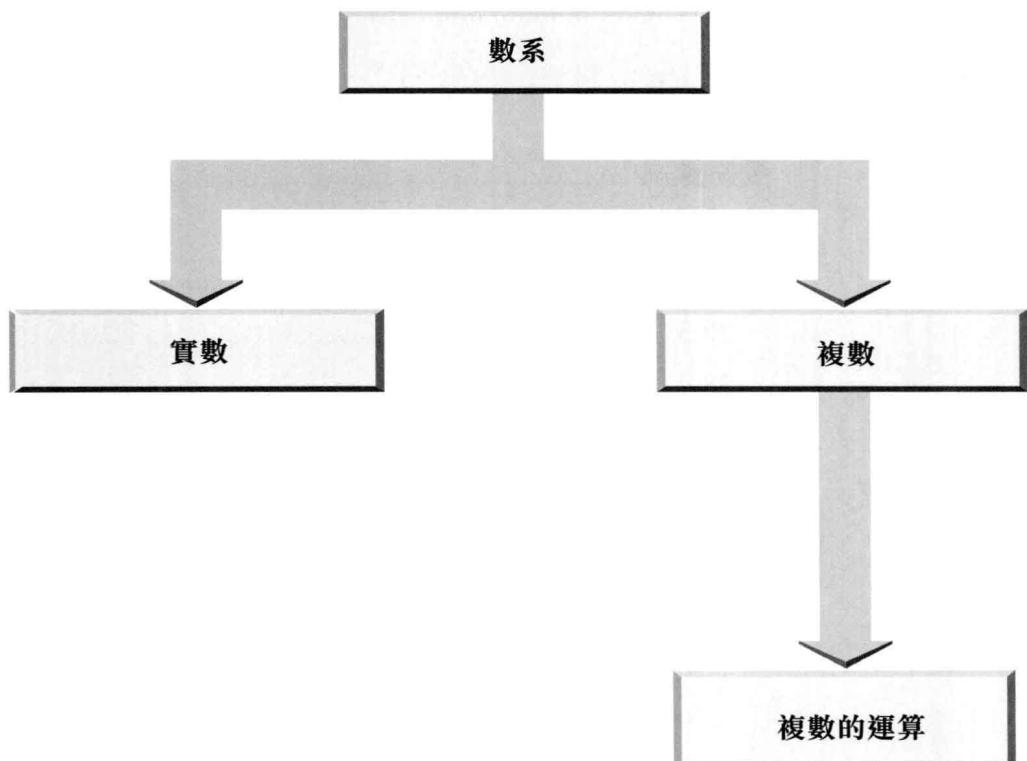
新高中適用

# 16 數系

## 課程重點

- ◆ 欣賞數系（包括複數系）的發展
- ◆ 進行複數的加、減、乘、除運算

## 知識網絡



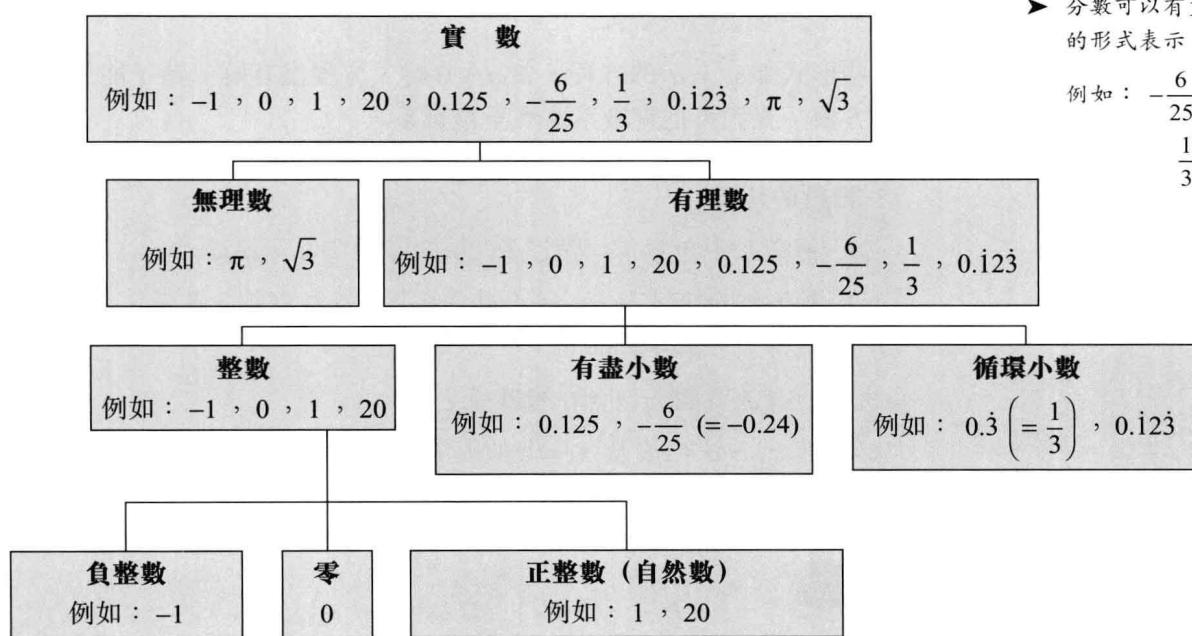


## 16.1 實數系

若一個數可以用  $\frac{p}{q}$  的形式表示（其中  $p$  及  $q$  為整數，且  $q \neq 0$ ），則這個數稱為**有理數**。一個有理數可以是整數、**有盡小數**或**循環小數**。而不能以兩個整數相除的形式來表示的數，則稱為**無理數**。

所有實數都可以分為有理數和無理數兩大類。

以下所示為實數系中不同類型的數之間的關係。



注意：

1. 當無理數以小數形式表示時，其形式將會是無盡且不循環的小數。
2. 正整數亦被稱為**自然數**。

### 例 1

考慮下列各數： $0, 14, -2, -\frac{1}{5}, 0.53241, 2.\dot{5}0\dot{5}, \sqrt{4}$  及  $\sqrt{0.5}$ 。

解答下列各題。

- (a) 哪些是有理數？
- (b) 哪些是無理數？
- (c) 哪些是自然數？



►  $\pi = 3.141592653589793238 \dots$  是一個無理數，它不能以兩個整數相除的形式表示。

► 分數可以有盡小數或循環小數的形式表示，反之亦然。

例如： $-\frac{6}{25} = -0.24$ ，  
 $\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$ 。

解：

### 思路分析

- $\sqrt{0.5} = 0.707106781\dots$  並不是一個有盡小數或循環小數。
- $\sqrt{4} = 2$  是一個正整數。

 測試站 試試解答頁 7，問題 1–2。

## 16.2 複數

### A 複數的概念

對於一些形式如  $x^2 = a$  的方程，當  $a < 0$  時，方程沒有解。為了能計算負數的平方根，我們可把實數系擴展至複數系。

#### 複數的性質

1. 複數系中包含了一個以  $i$  表示的虛數單位，使得  $i^2 = -1$ 。
2. 複數的標準式為  $a + bi$ ，其中  $a$  及  $b$  均為實數。再者， $a$  稱為實部及  $b$  稱為虛部。
3. 所有的實數均包含在複數系之內。
4. 若  $z_1 = a + bi$  及  $z_2 = c + di$  為兩個相等的複數，則  $a = c$  及  $b = d$ 。

#### 非基礎部分

### 基礎測試題

以  $i$  表示下列各根式。

- (a)  $\sqrt{-144}$   
(b)  $\sqrt{-80}$

### 例 2

以  $i$  表示下列各根式。

(a)  $\sqrt{-36}$

(b)  $\sqrt{-98}$

解：

$$\begin{aligned}(a) \quad \sqrt{-36} &= \sqrt{(36)(-1)} \\ &= \sqrt{36} \times \sqrt{-1} \\ &= \underline{\underline{6i}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(b) \quad \sqrt{-98} &= \sqrt{(49)(2)(-1)} \\ &= \sqrt{49} \times \sqrt{2} \times \sqrt{-1} \\ &= \underline{\underline{7\sqrt{2}i}}\end{aligned}$$

 測試站 試試解答頁 7，問題 6。

## B 複數的四則運算

對於兩個複數  $z_1 = a + bi$  及  $z_2 = c + di$ ，其中  $a$ 、 $b$ 、 $c$  及  $d$  為實數，可得

### 複數的四則運算

#### 1. 加法

$$z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i$$

#### 2. 減法

$$z_1 - z_2 = (a - c) + (b - d)i$$

#### 3. 乘法

$$z_1 z_2 = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

#### 4. 除法

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}i$$



### 智慧提示

$$\begin{aligned} z_1 z_2 &= (a + bi)(c + di) \\ &= ac + adi + bci + bdi^2 \\ &= (ac - bd) + (ad + bc)i \\ \frac{z_1}{z_2} &= \frac{a + bi}{c + di} \\ &= \frac{a + bi}{c + di} \times \frac{c - di}{c - di} \\ &= \frac{(ac - bdi^2) + (bc - ad)i}{c^2 - d^2 i^2} \\ &= \frac{(ac + bd) + (bc - ad)i}{c^2 + d^2} \\ &= \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}i \end{aligned}$$

### 例 3

計算  $(3 + 7i) - (11 - 6i)$ 。

解：

$$\begin{aligned} (3 + 7i) - (11 - 6i) &= (3 - 11) + (7 + 6)i \\ &= \underline{\underline{-8 + 13i}} \end{aligned}$$



計算  $(9 - 4i) + (4 - 13i)$ 。

### 例 4

計算  $\frac{5 + 2i}{7 + 4i}$ 。

解：

$$\begin{aligned} \frac{5 + 2i}{7 + 4i} &= \frac{5 + 2i}{7 + 4i} \times \frac{7 - 4i}{7 - 4i} \\ &= \frac{(5)(7) + (5)(-4i) + (2i)(7) + (2i)(-4i)}{7^2 - (4i)^2} \\ &= \frac{35 - 20i + 14i + 8}{49 + 16} \\ &= \frac{43 - 6i}{65} \\ &= \frac{43}{65} - \frac{6}{65}i \end{aligned}$$



計算  $\frac{2 + 5i}{15 - 4i}$ 。

答案：13 - 17i

答案： $\frac{241}{83} + \frac{241}{83}i$



由於  $i^2 = -1$ ，  
 $(2i)(-4i) = (2)(-4)i^2$   
 $= (-8)(-1)$   
 $= 8$

同樣地，

$$\begin{aligned} (4i)^2 &= (4i)(4i) \\ &= 16i^2 \\ &= -16 \end{aligned}$$

## 解題示範

初階

1. 把  $4.1\dot{8}$  化成分數。

解：

設  $x = 4.18^\circ$

答題策略

消去循環的小數位，並把  $4.1\dot{8}$  化成分數。

(2) - (1) :

$$90x = 377$$

$$x = \frac{377}{90}$$

$$\therefore 4.1\dot{8} = \frac{377}{90}$$

2. 若  $2x + 7i = 8 + (4 + y)i$ ，求  $x$  及  $y$  的值。

解：

分別比較複數中的實部及虛部，可得

$$2x = 8 \dots\dots\dots (1)$$

$$7 = 4 + y \dots\dots(2)$$

由(1),

$$x = \frac{8}{2} = 4$$

由(2),

$$\begin{aligned}y &= 7 - 4 \\&= \underline{\underline{3}}\end{aligned}$$

3. 簡化  $4(2 + 3i) - (4 - 2i)(1 + 5i)$ 。

解 :

$$\begin{aligned}
 & 4(2 + 3i) - (4 - 2i)(1 + 5i) \\
 &= (8 + 12i) - [(4)(1) + (4)(5i) - (2i)(1) - (2i)(5i)] \\
 &= (8 + 12i) - (4 + 20i - 2i + 10) \\
 &= (8 - 4 - 10) + (12 - 20 + 2)i \\
 &= \underline{\underline{-6 - 6i}}
 \end{aligned}$$



# 綜合練習

**初階**

1. 把下列各實數分類為有理數或無理數。

(a)  $-3^3$       (b)  $\sqrt{3}$       (c)  $0.\dot{7}$

2. 考慮下列各數：

$0.22$ ,  $-1$ ,  $5$ ,  $0$ ,  $\frac{11}{3}$ ,  $-2\frac{2}{5}$ ,  $2\pi$ ,  $\sqrt{5}$ ,  $0.1\dot{6}$

並解答下列各題。

- (a) 哪些是自然數？  
 (b) 哪些是整數？  
 (c) 哪些是無理數？  
 (d) 哪些是非整數的有理數？
3. 求  $0.\dot{2}5\dot{6}$  的第 999 個有效數字。

4. 若  $n$  為正奇數，求下列各項的值。

(a)  $(-1)^{2n}$       (b)  $(-1)^{3n}$   
 (c)  $(-1)^{2n+1}$       (d)  $-1^n$

5. 把下列各小數化成最簡分數。

(a)  $0.23$       (b)  $0.2\dot{3}$   
 (c)  $0.\dot{2}\dot{3}$       (d)  $0.\dot{0}2\dot{3}$

6. 以  $i$  表示下列各根式。

(a)  $\sqrt{-9}$       (b)  $\sqrt{-196}$   
 (c)  $\sqrt{-243}$       (d)  $\sqrt{-125}$

7. 計算下列各式。

(a)  $(4i - 7) + (1 - i)$       (b)  $i - (5 - i)$   
 (c)  $i \cdot (i - 1)$       (d)  $\frac{1}{i}$

8. 若  $(2x + 7) + 4i = 13 + (2 - y)i$ ，求  $x$  及  $y$  的值。

9. 若  $(2x + 7i) + (3 + yi) + (y + xi) = 0$ ，求  $x$  及  $y$  的值。

10. 簡化  $(6 - i)(5 + 8i) - (2 + 11i)$ 。

11. 簡化  $\frac{5 - 8i}{(7 + 5i) + (2 - 3i)}$ 。

12. 簡化  $\frac{3i}{3 - 5i} + (2 + i)(4 - 7i)$ 。

13. 若  $(x + yi)^2 = y + xi$ ，其中  $x$  及  $y$  均為正數，求  $x$  及  $y$  的值。

14. 若  $n$  為一正整數，求  $i^{4n}$ 。

15. 假設我們需要求一數值相等於循環小數  $0.737\overline{373}...$  的有理數。

(a) 已知  $x = 0.737\overline{373}...$ ，求  $100x - x$  的值。

(b) 由此，以  $\frac{a}{b}$  的形式表示  $0.737\overline{373}...$ ，其中  $a$  及  $b$  為整數。

(翻譯自 GCE Q.14, Paper 1, December 2002)

16. (a) 寫出  $6\frac{1}{4}$  的平方根。

(b) 下列哪些是無理數？

$\sqrt{2} \times \sqrt{8} \cdot \frac{22}{7} \cdot \pi \cdot 2\sqrt{3}$

(翻譯自 GCE Q.4, Paper 1, December 2003)

## 多項選擇題

### 初階

1. 下列何者為無理數？

-  A. 0.353 535
- B.  $\sqrt{25}$
- C.  $\sqrt[5]{81}$
- D.  $2.\dot{8}$

2.  $0.\dot{7} - 0.\dot{1}\dot{0} =$

- A.  $\frac{60}{99}$
- B.  $\frac{2}{3}$
- C.  $\frac{67}{99}$
- D.  $\frac{70}{99}$

3. 若  $n$  為一個正整數，下列各數何者為偶數？

- I.  $3^n - 1$
- II.  $3^n$
- III.  $5(3^n)$
- A. 只有 I
- B. 只有 III
- C. 只有 I 及 II
- D. 只有 II 及 III

4. 簡化  $(\sqrt{54} - \sqrt{3})\sqrt{2}$ 。

-  A.  $2\sqrt{6}$
- B.  $6\sqrt{3} - \sqrt{6}$
- C.  $5\sqrt{3}$
- D.  $5\sqrt{6}$

5. 簡化  $\frac{1+3i}{2+i}$ 。

-  A.  $1+i$
- B.  $\frac{i}{5}$
- C.  $\frac{-1+7i}{5}$
- D.  $\frac{5+5i}{3}$

6. 簡化  $(1+6i) - (4-i) + (2i-3)$ 。

-  A.  $-6+4i$
- B.  $-1+7i$
- C.  $-1+4i$
- D.  $-6+9i$

7.  $(a+bi)^2 - (a-bi)^2 =$

-  A.  $2(a^2 - b^2)$
- B.  $2(a^2 + b^2)$
- C.  $4abi$
- D.  $-2abi$

8.  $(i)(2i)(3i)(4i)(5i) =$

-  A.  $6i$
- B.  $15i$
- C.  $120i$
- D.  $-120i$

## 考題目

1. 若  $a < b < 0$ ，則下列何者必為正確？

- I.  $a^2 < b^2$
- II.  $ab < a^2$
- III.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

- A. 只有 I
- B. 只有 II
- C. 只有 III
- D. 只有 I 及 II
- E. 只有 I 及 III

(香港中學會考 1997)

2. 設  $m$  為一正整數。下列何者必為正確？

- I.  $m^2$  是偶數。
- II.  $m(m+1)$  是偶數。
- III.  $m(m+2)$  是偶數。

- A. 只有 I
- B. 只有 II
- C. 只有 III
- D. 只有 I 及 III
- E. 只有 II 及 III

(香港中學會考 1999)