

21世纪财经类规划教材

经济数学基础

吴慧涵 张淑娟 主编

清华大学出版社

21世纪财经类规划教材

经济数学基础

吴慧涵 张淑娟 主编

清华大学出版社
北 京

内 容 简 介

本书在总结吸收我国近年来高职高专经济管理类高等数学教学成果的基础上编写而成. 全书共计七章, 以微积分、线性代数、概率论、数学实验四个主题单元为载体, 搭建知识体系, 包括: 函数、极限与连续, 导数与微分, 导数的应用, 积分学, 线性代数基础, 概率论基础, MATLAB 在经济数学中的应用等知识内容.

本书设计简明、体例风格清新、例题丰富实用、数学思想鲜明, 能有效提高学生的数学素质水平. 本书既可作为高职高专院校经济管理等专业等的必选教材, 也可作为成人高校及本科(二本、三本)院校的优选教材, 对于经济管理从业人员也是一本非常重要的参考用书.

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签, 无标签者不得销售.

版权所有, 侵权必究. 侵权举报电话: 010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

经济数学基础/吴慧涵, 张淑娟主编. --北京: 清华大学出版社, 2013

(21 世纪财经类规划教材)

ISBN 978-7-302-31335-9

I. ①经… II. ①吴… ②张 III. ①经济数学—高等职业教育—教材 IV. ①F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 012431 号

责任编辑: 贺 岩

封面设计: 常雪影

责任校对: 宋玉莲

责任印制: 刘海龙

出版发行: 清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址: 北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175

邮 购: 010-62786544

投稿与读者服务: 010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈: 010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者: 清华大学印刷厂

装 订 者: 北京国马印刷厂

经 销: 全国新华书店

开 本: 185mm×230mm

印 张: 15

字 数: 318 千字

版 次: 2013 年 4 月第 1 版

印 次: 2013 年 4 月第 1 次印刷

印 数: 1~5000

定 价: 25.00 元

产品编号: 049379-01

前 言

生产离不开数学,流通也离不开数学计算与统计分析.随着国家经济建设的迅猛发展,无论是在制造业,还是在商务活动或经营领域,经济数学的作用日趋突出.在当今信息社会中,不论是科学研究,还是宏观调控、微观管理,乃至人们的社会生活,经济数学应用都显得格外重要;经济数学作为社会经济信息统计计算与经济发展预测决策的主体越来越受到各行业、各领域人士的普遍关注.由于经济数学应用的政策性、专业性、实用性很强,也是一个重要的工具,既可用于计算分析,也可作为评估预测的基础;因此已被广为应用在社会学、心理学、管理学、人口学、政治学、经济学、公共卫生及生产制造、商品流通等社会各个领域,并成为从业者的必备知识.

当前,面对全球经济一体化进程的加快和国际市场的激烈竞争,面对世界经济高度融合、产业转型结构调整日趋加快,对各类经济企业从业人员的经济数学知识和应用技能的要求越来越高;加强从业者经济数学应用技能培训、增强潜在竞争力,强化专业化综合业务素质培养、提高经济数学应用水平,这既是我国工商企事业单位长远发展的战略选择,也是本书出版的目的和意义所在.

经济数学作为基础教育内容的重要组成部分,既是专业教育的重要支撑,又是素质教育与终身教育的重要组成部分,经济数学始终是高等教育必不可少的一门重要的公共基础课程,既肩负为专业服务的职能,又肩负学习者可持续性发展的重担.本书作为高等职业教育与教学创新的特色教材,在广泛吸收我国优秀高等数学教材教学实践教科研成果的基础上编写而成.经济数学作为高等教育公共基础课程的通用教材,注重基础,注重知识体系完整,注重简化浓缩、突出应用,注重设计理念及教材内容的与时俱进,充分体现了职业性、实践性、应用性,不仅满足了为国家经济建设服务的社会需求,而且对学生从业及后续发展具有特殊意义.

全书共七章,以学习者应用能力培养为主线,以国家“十二五”教育发展规划纲要为指导,严格按照国家教育部“加强职业教育、突出实践技能培养”职业教育与教学改革的要求,根据经济数学的教学基本过程和规律,具体介绍:函数、极限与连续,导数与微分,导数的应用,积分学,线性代数基础,概率论基础,MATLAB在经济数学中的应用等知识内容.

本书由李大军进行总体方案策划并具体组织,吴慧涵和张淑娟主编、张淑娟统改稿,

陈頔、李洁为副主编,由具有丰富的经济数学教学实践经验的董力教授审定.作者分工:吴慧涵、李洁(第一章),陈頔(第二章、第三章),吴慧涵、王军梅、李晓莉(第四章),吴慧涵(第五章),张淑娟(第六章、第七章),苏艳芝、郑强国、丁玉书、李瑶(附录);高大明、黑岚(整理习题答案),华燕萍(文字修改和版式调整),李晓新制作课件.

在教材编著过程中,我们参阅借鉴了大量经济数学的最新书刊资料和业界的研究成果,并得到有关院校专家教授的具体指导与帮助,在此一并致谢.为配合本书的使用,我们提供配套的电子课件,读者可以免费从清华大学出版社网站(<http://www.tup.com.cn>)下载.鉴于作者水平有限,书中难免存在不妥之处,敬请同行和读者批评指正.

编 者

2013 年 1 月

目 录

第一单元 微 积 分

第一章 函数、极限与连续	3
第一节 函数	3
练习 1.1	11
第二节 极限	11
练习 1.2	22
第三节 函数的连续性	23
练习 1.3	28
习题一	28
第二章 导数与微分	31
第一节 一元函数的导数	31
练习 2.1	36
第二节 导数的运算	37
练习 2.2	47
第三节 二元函数的偏导数	48
练习 2.3	54
习题二	54
第三章 导数的应用	57
第一节 洛必达法则	57
练习 3.1	61
第二节 函数的单调性与极值	62
练习 3.2	70
第三节 曲线的凹凸性与拐点	70

练习 3.3	75
第四节 导数在经济中的应用	76
练习 3.4	81
习题三	82
第四章 积分学	84
第一节 不定积分的概念及基本积分公式	84
练习 4.1	88
第二节 不定积分的计算	88
练习 4.2	92
第三节 定积分概念	93
练习 4.3	100
第四节 定积分计算	100
练习 4.4	104
第五节 无穷区间上的广义积分	105
练习 4.5	106
第六节 定积分的应用	106
练习 4.6	113
习题四	113

第二单元 线性代数

第五章 线性代数基础	119
第一节 矩阵	119
练习 5.1	133
第二节 线性方程组解的判定	135
练习 5.2	143
第三节 线性方程组解的结构	144
练习 5.3	150
第四节 线性方程组的应用案例	150
练习 5.4	155
习题五	156

第三单元 概 率 论

第六章 概率论基础	161
第一节 随机事件及其概率	161
练习 6.1	172
第二节 随机变量的分布及其数字特征	173
练习 6.2	189
习题六	191

第四单元 数 字 实 验

第七章 MATLAB 在经济数学中的应用	197
第一节 MATLAB 基本知识	197
练习 7.1	205
第二节 微积分实验	205
练习 7.2	210
第三节 线性代数实验	211
练习 7.3	219
第四节 概率实验	219
练习 7.4	225
习题七	226
附录 A 泊松分布数值表	227
附录 B 标准正态分布数值表	229
参考文献	231

第一单元 微 积 分

音乐能激发或抚慰情怀,绘画使人赏心悦目,诗歌能动人心弦,哲学使人获得智慧,科学可改善物质生活,但数学能给予以上的一切.

——德·克莱因(1849—1925)

第一章 函数、极限与连续

函数是高等数学中最基本的概念之一,连续函数是微积分研究的主要对象,而极限理论是近代微积分学的理论基石,许多重要概念都是用极限作为工具定义的.这些内容是整个高等数学的基础知识.

【基本要求】

1. 理解函数、极限、连续概念,知道相关概念的简单性质;
2. 熟练掌握求函数的定义域、函数值的方法,掌握将复合函数分解成较简单函数的方法;
3. 熟练掌握极限的四则运算和两个重要极限;
4. 理解无穷小量与无穷大量的概念,掌握无穷小量的性质,会进行无穷小量阶的比较;
5. 掌握判断函数在一点处连续或间断的方法.

【学习重点】

1. 基本初等函数的基本特征和简单性质,复合函数的复合过程;
2. 求极限的基本方法;
3. 函数的连续性或间断的定义及性质.

第一节 函 数



问题提出

在讨论函数的概念之前,我们先来讨论两个实际生活中的例子.

引例 1.1 某健身中心实行会员制,会员享受健身场地使用价格的八折优惠,但需每年交纳会员费 500 元. 问若某人只在此健身中心健身,每年花在健身方面的钱至少是多少(按价格计算)才能真正受惠? 一年内实际受惠多少钱?

分析 假设按价格计算此人一年内健身所花费用为 x 元,则获得会员优惠应为 $0.2x$,但因交纳了 500 元会员费,因此实际获得的优惠 y 是 $0.2x - 500$,即

$$y = 0.2x - 500$$

按此关系式我们可以计算出一些结论,如表 1-1 所示.

表 1-1 每年健身所花费用与受惠金额之间的统计表

每年健身 所花费用 x	0	500	1 000	1 500	2 000	2 500	3 000	3 500	4 000
受惠金额 y	-500	-400	-300	-200	-100	0	100	200	300

从表 1-1 中我们可以看出,至少需花 3 000 元健身才能真正受惠.

引例 1.2 心电图可以显示病人的心率模式,它是由心电图仪直接根据病人的心率脉动情况绘制的,如图 1-1 所示.由图形可以看出,它的图像上每一点都代表着相应时间对应的电流活动值.因此,这里的图形又表示了变量与变量间的对应关系.



图 1-1 心电图

上述两个例子,都是要确定变量间对应关系的问题,类似的问题还很多,如股票价格曲线、银行利息计算等.变量间的对应关系就是下面要介绍的函数的概念.

一、函数概念



定义 1.1 设 D 是一个非空实数集合,如果对 D 中的每个元素 x ,按照对应规则 f ,都有唯一确定的实数 y 与之对应,则称 y 是 x 的函数,记作

$$y = f(x)$$

式中, x 称为自变量, y 称为因变量(也称函数值), D 称为函数的定义域,所有函数值组成的集合 S 称为函数 f 的值域.

按照函数定义,给定一个函数,必须给定一个定义域及一个对应规则.

函数常用的表示方法有解析法、图像法和表格法.

如果函数定义不是用一个表达式完成的,而是把整个定义域分成若干个区间段,在不同的区间段内对应的函数值用不同的表达式给出,这种函数我们称之为分段函数.



例 1.1 求下列函数的定义域.

(1) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$

(2) $g(x) = \frac{2}{3-x} + \ln(x-1)$

解 (1) 要想 $f(x)$ 是实数, 必须满足不等式 $1-x^2 \geq 0$, 所以函数 $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ 的定义域为 $-1 \leq x \leq 1$, 即 $[-1, 1]$.

(2) 该函数的定义域应满足不等式组为 $\begin{cases} 3-x \neq 0 \\ x-1 > 0 \end{cases}$, 即 $(1, 3) \cup (3, +\infty)$.

例 1.2 设 $f(x) = \frac{x}{2+x}$, 求 $f(1), f(-1), f(t), f(x+1)$.

解 $f(1) = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$, $f(-1) = \frac{-1}{2-1} = -1$,

$$f(t) = \frac{t}{2+t}, \quad f(x+1) = \frac{x+1}{2+(x+1)} = \frac{x+1}{x+3}.$$

例 1.3 火车站行李收费规定: 当行李不超过 50kg 时, 按每千克 0.5 元收费, 当超出 50kg 时, 超重部分按 1.5 元/kg 收费, 试分析行李收费(元)与行李重量(kg)之间的函数关系.

解 设行李重量为 x kg, 行李收费为 y 元, 则当 $0 \leq x \leq 50$ 时, $y = 0.5x$; 当 $x > 50$ 时, $y = 0.5 \times 50 + 1.5 \times (x - 50)$. 所求函数表达式为

$$y = \begin{cases} 0.5x, & 0 \leq x \leq 50 \\ 25 + 1.5(x - 50), & x > 50 \end{cases}$$

二、函数的几个特性



(一) 奇偶性

如果函数 $f(x)$ 的图形关于 y 轴对称, 即对于定义域 $[-a, a]$ 内的任一元素 x , $f(x) = f(-x)$, 则称函数 $f(x)$ 为偶函数; 如果函数 $f(x)$ 的图形关于原点对称, 即对于定义域 $[-a, a]$ 内的任一元素 x , $f(x) = -f(-x)$, 则称函数 $f(x)$ 为奇函数.

如函数 $f(x) = x^2 - 5$ 是偶函数, 函数 $f(x) = x^3$ 是奇函数.

两个偶函数之和、差、积与商仍是偶函数, 两个奇函数之和、差仍是奇函数, 两个奇函数之积与商是偶函数, 奇函数与偶函数之积与商是奇函数.

(二) 单调性

函数 $y = f(x)$ 在区间 I 上定义, 如果对于任何 $x_1, x_2 \in I$, 假设 $x_1 < x_2$, 则恒有 $f(x_1) < f(x_2)$ (或 $f(x_1) > f(x_2)$)

则称函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上单调增(或单调减)。

(三) 有界性

函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上定义, 如果存在常数 $M>0$, 使得对于任何 $x \in I$ 都有 $|f(x)| \leq M$, 则称函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上有界, 否则称函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上无界。

如函数 $y=\sin x$ 是有界函数, 而函数 $y=x^3$ 则是无界函数。

(四) 周期性

给定函数 $f(x)$, 如果有实常数 $l>0$, 使对于定义域内的任一 x , 有 $f(x+l)=f(x)$, 则称函数 $f(x)$ 是周期为 l 的周期函数。通常我们说周期函数的周期是指满足上述条件的最小正数。

三、基本初等函数



知识梳理

基本初等函数是我们中学已经学过的函数, 在此, 我们仅对它们及它们的图形、性质做以下简要复习。除了常值函数 $y=c$ 外, 基本初等函数还包括以下几类。

(一) 幂函数

形式为 $f(x)=x^a$ (a 为实常数) 的函数称为幂函数, 其定义域与指数 a 有关, 常见的幂函数图形如图 1-2 所示。

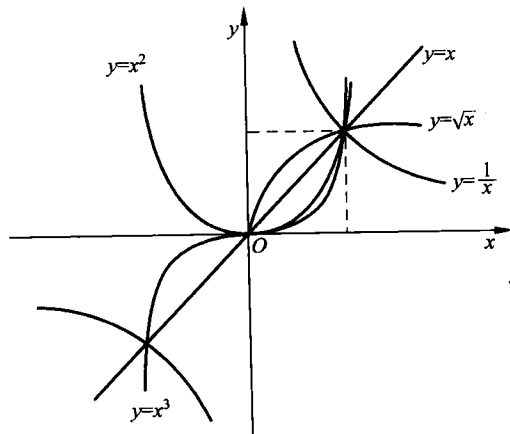


图 1-2 常见幂函数

(二) 指数函数

形式为 $f(x) = a^x$ (其中底数 $a > 0$, 且 $a \neq 1$) 的函数称为指数函数, 其定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 其图形如图 1-3 所示.

从图 1-3 可以看到, 指数函数 $f(x) = a^x$ 是无界函数, 其函数值恒大于 0; 当 $0 < a < 1$ 时, 是单调减函数; 当 $a > 1$ 时, 是单调增函数.

常用的指数函数是 $f(x) = e^x$, 其中 $e = 2.718\,28\cdots$.

(三) 对数函数

形式为 $f(x) = \log_a x$ (其中底数 $a > 0$, 且 $a \neq 1$) 的函数称为对数函数, 其定义域为 $(0, +\infty)$, 其图形如图 1-4 所示.

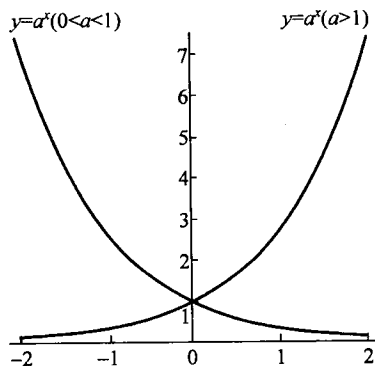


图 1-3 指数函数

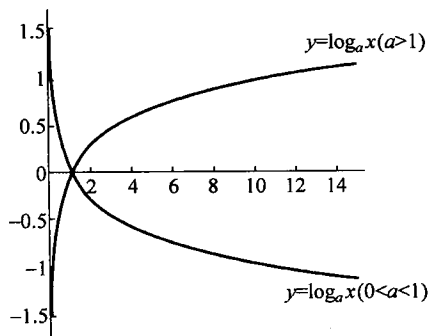


图 1-4 对数函数

从图 1-4 中我们可以看到, 对数函数 $f(x) = \log_a x$ 是一个无界函数. 当 $0 < a < 1$ 时, 其为单调减函数, 当 $a > 1$ 时, 其为单调增函数.

以 10 为底的对数函数, 记作 $f(x) = \lg x$, 称为常用对数函数, 以 e 为底的对数函数记作 $f(x) = \ln x$, 称为自然对数函数.

(四) 三角函数

1. 正弦函数

$y = \sin x$, 定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 值域为 $[-1, 1]$, 是周期为 2π 的奇函数, 如图 1-5 所示.

2. 余弦函数

$y = \cos x$, 定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 值域为 $[-1, 1]$, 是周期为 2π 的偶函数, 如图 1-6 所示.

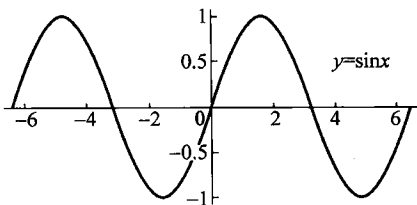


图 1-5 正弦函数

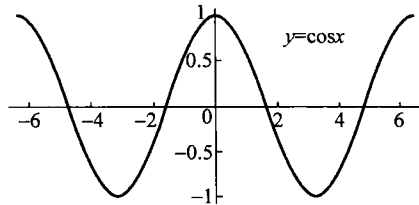


图 1-6 余弦函数

3. 正切函数

$y = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$, 定义域为 $x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}$, 值域为 $(-\infty, +\infty)$, 是周期为 π 的奇函数, 如图 1-7 所示.

4. 余切函数

$y = \cot x$, 定义域为 $x \neq k\pi, k \in \mathbf{Z}$, 值域为 $(-\infty, +\infty)$, 是周期为 π 的奇函数, 如图 1-8 所示.

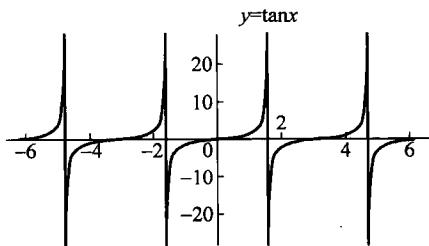


图 1-7 正切函数

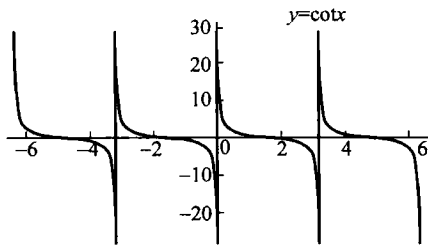


图 1-8 余切函数

5. 正割函数

$y = \sec x = \frac{1}{\cos x}$, 如图 1-9 所示.

6. 余割函数

$y = \csc x = \frac{1}{\sin x}$, 如图 1-10 所示.

(五) 反三角函数

1. 反正弦函数

$y = \arcsin x$, 定义域为 $[-1, 1]$, 值域为 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, 如图 1-11 所示.

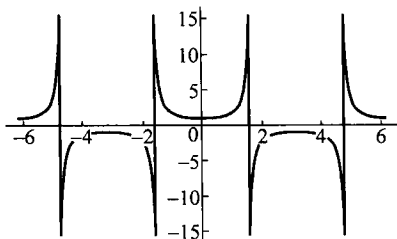


图 1-9 正割函数

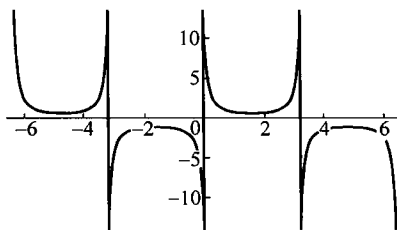


图 1-10 余割函数

2. 反余弦函数

$y = \arccos x$, 定义域为 $[-1, 1]$, 值域为 $[0, \pi]$, 如图 1-12 所示.

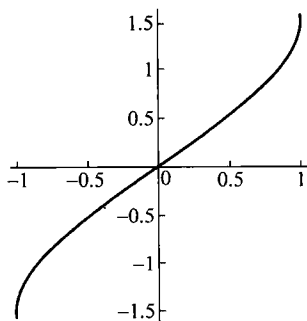


图 1-11 反正弦函数

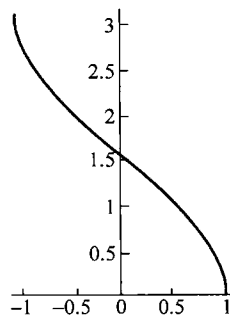


图 1-12 反余弦函数

3. 反正切函数

$y = \arctan x$, 定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 值域为 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, 如图 1-13 所示.

4. 反余切函数

$y = \operatorname{arccot} x$, 定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 值域为 $(0, \pi)$, 如图 1-14 所示.

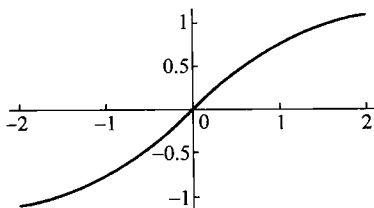


图 1-13 反正切函数

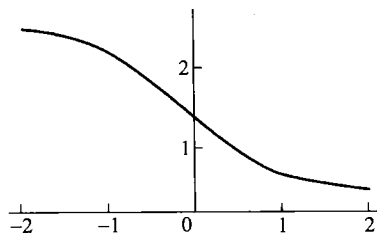


图 1-14 反余切函数