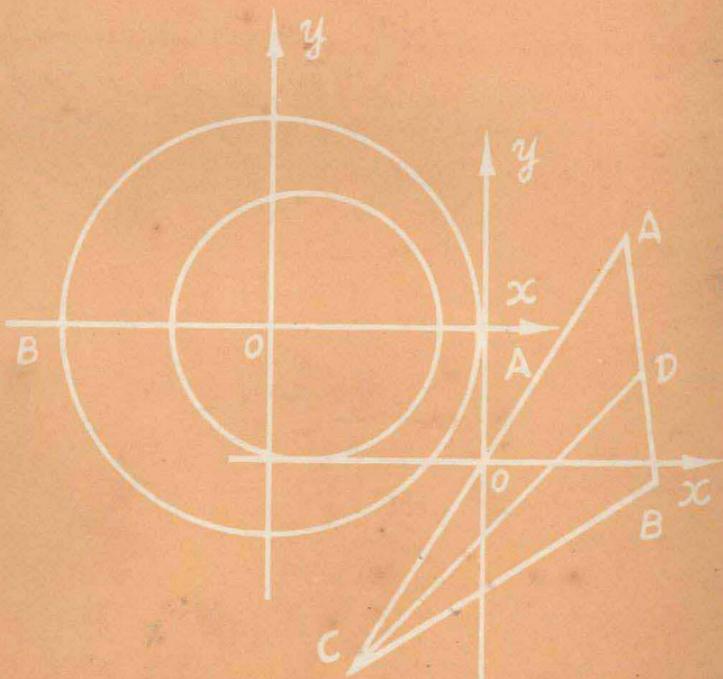


初中数学精编

代数

第四册



浙江教育出版社

初中数学精编

代数

第四册

刘子葭 殷志毅

浙江教育出版社

初中数学精编
代 数
第四册
刘子葭 殷志毅

*

浙江教育出版社出版
(杭州武林路125号)
萧山印刷厂印刷
浙江省新华书店发行

*

开本787×1092 1/32 印张5.75 字数131000
1987年12月第2版
1991年6月第7次印刷
印数：1545461—1750250

*

ISBN 7-5338-0127-X/G·128

定 价： 1.40元

说 明

为了帮助初中学生正确理解数学概念，发展智力，培养能力；同时也为教师在因材施教、辅导不同程度的学生时提供方便，我们根据教学大纲和现行教材的要求，本着加强基础知识、训练基本技能的精神，编写了这本初中辅助读物。

在编写过程中，本书汲取了以往的编写经验，并渗透了编者自己的教学体会。在每章前面，以“学习导引”的形式对该章的内容和要点作了扼要概述，并给出了规律性的学习指导；在习题中，穿插了部分典型例题，它们能起到举一反三的作用，在答案及部分题后，又以“注意”、“提示”、“分析”等形式帮助读者分析问题，揭示解题规律。

全书按教材内容的顺序分章节进行编写，教师和学生可按教学进度与课本同步使用。习题分A、B、C三组，其中A组题侧重于对基本概念的理解，以双基训练题为主；B组题侧重于分析问题，以本章知识综合应用为主；C组题则沟通各章节的知识，进行综合训练，其灵活性较大，难度较高，可供学有余力的同学练习。每章结束时配有一套自我测验题，以衡量学生是否达到教学要求。最后的综合思考练习可供复习使用，其中选编了少量的全国或省、市的数学竞赛题。

该书由吕敏寅、郑启道等同志主编并审稿。

1987年1月

目 录

第十三章 常用对数	1
自我测验题(十三)	14
第十四章 函数及其图象	15
一、直角坐标系	16
二、函数	25
三、正比例函数与反比例函数	33
四、一次函数的图象和性质	40
五、二次函数的图象和性质	47
六、一元一次不等式组和一元二次不等式	57
自我测验题(十四)	66
第十五章 解三角形	69
一、三角函数	69
二、解直角三角形	74
三、解斜三角形	82
自我测验题(十五)	99
第十六章 统计初步	102
自我测验题(十六)	108
代数综合思考练习	110
答案与提示	116

第十三章 常用对数

〔学习导引〕

1 对数式 $\log_a N = b$ 是指数式 $a^b = N$ 的另一种表达形式，它存在的条件是 $a > 0, a \neq 1$. 在这个条件约束下， N 为正实数， b 为实数. 在满足上述条件下，对数式和指数式可以互化.

2 从指数式 $a^0 = 1, a^1 = a$ 可以推出：1 的对数等于零，即 $\log_a 1 = 0$ ；底数的对数等于 1，即 $\log_a a = 1$.

3 应用对数恒等式 $a^{\log_a N} = N$ 可以把任何一个正实数化为以不等于 1 的任何正实数为底的幂，如 $7 = 2^{\log_2 7} = 10^{\log_{10} 7} = 0.1^{\log_{0.1} 7} \dots \dots$

4 对数的运算法则把乘、除、乘方、开方等复杂的运算转化为加、减、乘、除的运算，从而加快计算速度和简化计算方法. 但必须注意，只有当所给的对数及所得的结果的对数都存在时，这些运算法则才能成立.

要防止象 $\log_a(M \pm N) = \log_a M \pm \log_a N$, $\log_a MN = \log_a M \cdot \log_a N$, $\log_a \frac{M}{N} = \frac{\log_a M}{\log_a N}$, $\log_a M^n = (\log_a M)^n$ 这样的错误出现.

5 常用对数有一些特殊性质：

(1) 对数的首数仅与真数的小数点的位置有关，而与真数的有效数字无关. 如果 $N = a \times 10^n$ (其中 $1 \leq a < 10$, n 为整数)，那么不论 a 为什么值， N 的对数的首数都是 n .

(2) 对数的尾数仅与真数的有效数字有关, 而与真数的小数点的位置无关. 如果 $N=a \times 10^n$ (其中 $1 \leq a < 10$, n 为整数), 那么不论整数 n 为什么值, N 的对数的尾数都是 $\lg a$.

(3) 10的整数次幂的对数是一个整数, 它等于这个幂的指数, 即 $\lg 10^n = n$. 同理, 有 $\log_a a^n = n$.

(4) 真数越大, 它的对数也越大.

(A)

〔对数〕

判断题(1~5)*:

1. 指数式 $(\sqrt{3})^0 = 1$, 可以写成对数式 $\log_{\sqrt{3}} 1 = 0$.
2. 指数式 $(-2)^4 = 16$, 可以写成对数式 $\log_{-2} 16 = 4$.
3. 设 b 为正数, $\because 0^b = 0$, $\therefore \log_0 0 = b$.
4. 近似式 $\log_{10} 2 = 0.3010$, 可以写成近似式 $10^{0.3010} = 2$.
5. $1^{\log 1} = 1$.

填空题(6~11):

6. 写出对数式 $\log_a N = b$ 中各值的取值范围: a 是_____,
 N 是_____, b 是_____.
7. 指数式 $a^{-\frac{P}{Q}} = x + 1$ 的对数式是_____, 这时
 x 的取值范围是_____.
8. 求下列各式中的 x , 并指出哪个是求幂, 哪个是求方根,
哪个是求对数:
(1) $4^3 = x$, $x =$ _____, 求_____;

* 对的打“√”, 错的打“×”, 下同.

(2) $x^4 = \frac{1}{81}$, $x = \underline{\hspace{2cm}}$, 求 $\underline{\hspace{2cm}}$;

(3) $x = 0.3^2$, $x = \underline{\hspace{2cm}}$, 求 $\underline{\hspace{2cm}}$;

(4) $(0.02)^x = 1$, $x = \underline{\hspace{2cm}}$, 求 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 把下列对数式先写成指数式, 然后再求 x 的值:

(1) $\log_2 \frac{1}{4} = x$, 指数式: $\underline{\hspace{2cm}}$, $x = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) $\log_8 x = -\frac{2}{3}$, 指数式: $\underline{\hspace{2cm}}$, $x = \underline{\hspace{2cm}}$;

(3) $\log_x 32 = 5$, 指数式: $\underline{\hspace{2cm}}$, $x = \underline{\hspace{2cm}}$;

(4) $\log_{x^2} 4 = 1$, 指数式: $\underline{\hspace{2cm}}$, $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. $\log_2(-1)^{10} + \log_{0.3} \frac{3}{10} = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. $3^{2-\log_3 10} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 求下列对数的值:

(1) $\log_2 4$;

(2) $\log_5 125$;

(3) $\log_{\sqrt{2}} 8$;

(4) $\log_{10} 0.001$;

(5) $\log_2 \frac{1}{64}$;

(6) $\log_8 32$;

(7) $\log_{\frac{1}{3}} 81$;

(8) $\log_{\frac{3}{2}} \frac{8}{27}$;

(9) $\log_a \sqrt[3]{a^{-2}}$;

(10) $\log_{a^2} a^3$.

13. 计算下列各式的值:

(1) $2^{\log_2 \frac{1}{3}}$;

(2) $25^{\log_5 3}$;

(3) $2^{-\log_2 5}$;

(4) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\log_3 4}$.

(5) $\left(\frac{1}{9}\right)^{\log_3 7}$;

(6) $\left(\frac{1}{125}\right)^{-\log_5 2}$.

[积、商、幂、方根的对数]

14. 用以 a 为底的对数式表示下列各式(字母均为正数):

$$(1) M = \frac{xy^2}{z};$$

$$(2) N = \frac{x}{y^2\sqrt{z}};$$

$$(3) P = x\sqrt[3]{\frac{y}{z}},$$

$$(4) Q = \frac{x^2\sqrt{y}}{z^3},$$

$$(5) R = x^{-1}y^{-\frac{1}{3}}z^0,$$

$$(6) S = \frac{1}{\sqrt[5]{xy^2z^{-2}}}.$$

15. 已知 $\log_{10}2=0.3010$, $\log_{10}3=0.4771$. 求 $\log_{10}[(-3)^5 \cdot \sqrt[5]{-4}]$ 的值.

[注意] 如果幂的底、根式的被开方数中出现负数, 那么就不能直接取对数, 应先把式子进行变换, 使幂的底、根式的被开方数不含负数, 然后再取对数.

16. 设 $a>b>0$, 用以 n 为底的对数式表示下列各式:

$$(1) x = \frac{a^2}{2} - \frac{ab}{2},$$

$$(2) y = \frac{a^2-b^2}{a^3+b^3},$$

$$(3) z = \sqrt[3]{3a^2+6ab+3b^2}; \quad (4) w = \sqrt{\frac{ba \cdot \sqrt[3]{b-a}}{b^2-a^2}}.$$

判断题(17~19):

$$17. \log_3(-\sqrt[3]{3}) + \log_3(-3\sqrt[3]{3})$$

$$= \log_3(-\sqrt[3]{3}) \cdot (-3\sqrt[3]{3}) = 2.$$

18. 设 x 为非零实数, 那么 $\log_{10}x^2 = 2\log_{10}x$.

$$19. \sqrt{5}\log_5\sqrt{5} = \log_5\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 1.$$

20. 填空题:

$$(1) \log_7 x = \log_7 2 + \log_7 3, \quad x = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$(2) \log_{0.5} 2 - \log_{0.5} 4 = \log_{0.5} y, \quad y = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$(3) \log_a z = \frac{2 \log_a 27}{3 \log_a a}, z = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(4) \log_{10} \sqrt{\frac{c}{b}} w = 2 \log_{10} a - \frac{1}{2} \log_{10} b + \frac{3}{2} \log_{10} c, w = \underline{\hspace{2cm}}$$

21. 求下列各式中的 x (答案中不要出现分指数或负指数):

$$(1) \log_a x = \log_a 3 + \frac{1}{2} \log_a 10 - \frac{1}{2} \log_a 5;$$

$$(2) \log_b x = \log_b p + \frac{2}{3} \log_b q - 2 \log_b r;$$

$$(3) \log_c x = \frac{1}{2} [\log_c(m^2 - n^2) - \log_c(m - n)],$$

$$(4) \log_d x = \frac{1}{3} \left(\log_d s + \frac{1}{2} \log_d t - v \log_d u \right);$$

$$(5) \log_e x = (\log_e l) + k - 2;$$

$$(6) \log_{10} x = \frac{1}{2} + \log_{10} g - h.$$

22. 利用积、商、幂、方根的对数的性质，计算下列各式：

$$(1) \log_{10} 100 + \log_{10} 0.001 + \log_{10} 1;$$

$$(2) \log_a \sqrt[3]{a^{-2}} - \log_a a^0;$$

$$(3) \log_{\frac{1}{3}} 27;$$

$$(4) \log_{25} 0.2;$$

$$(5) \log_{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$(6) \log_8 32.$$

23. 计算下列各式：

$$(1) \log_{15} 3 + \log_{15} 10 - \log_{15} 2;$$

$$(2) 2 \log_a 2 + \log_a 3 - \log_a 12;$$

$$(3) \log_5 100 - \log_5 4 + \log_3 \sqrt[3]{9},$$

$$(4) \log_2 4 - 2\log_{12} 2 + \frac{1}{2}\log_{12} 9;$$

$$(5) \frac{\log_{10} 4 + \log_{10} 5 - 1}{2\log_{10} 0.5 + \log_{10} 3},$$

$$(6) (\log_6 2)^2 + \log_6 2 \cdot \log_6 3 + \log_6 18.$$

24. 计算下列各式的值：

$$(1) \log_2 16 + \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{2}; \quad (2) \log_4 2 - \log_5 0.5;$$

$$(3) (\log_{0.2} 5)(\log_{0.5} 0.25); \quad (4) \log_{10} 1 + \log_{\sqrt{10}} 10^{\frac{1}{2}},$$

$$(5) 0.2^{\log_{0.2} 3} - 3^{\log_{0.2} 0.5}; \quad (6) 5^{-\log_5 7},$$

$$(7) \left(\frac{1}{4}\right)^{-\log_2 5}; \quad (8) 2^{\log_2 3 + 1}.$$

[注意] (1) 在解对数时，可以设某一对数的值为某一未知数，然后把对数式写成指数式，并使指数式两边的底数相同，再令幂指数相等求出该未知数，也可以根据积、商、幂、方根的对数性质来求解。

(2) 要灵活应用“ $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$ ”。

(3) 运用恒等式 $a^{\log_a N} = N$ 计算时，要注意“对数的底和指数的底必须相等且均为不等于 1 的正实数，N 为正实数”这个条件，并充分利用 $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$, $a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$, $a^{mn} = (a^m)^n$, $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ 这些指数性质。

[常用对数、对数的首数和尾数]

25. 求下列各式的值：

$$(1) \lg 1000 + \lg 10 + \lg 1,$$

$$(2) \lg 0.001 - \lg 0.01 + \lg 0.1,$$

$$(3) \lg 10^{10} + \lg 10^{-10} + \lg 0.1^{10};$$

$$(4) \lg \sqrt{10} - \lg \sqrt[3]{0.01} - \lg \frac{1}{\sqrt[3]{10}};$$

$$(5) \lg 2 + \lg 5; \quad (6) 1 - \lg 2 - \lg 5;$$

$$(7) \lg \frac{300}{7} + \lg \frac{700}{3} + 100 \lg 1;$$

$$(8) \sqrt{(\lg 2 - 2)^2} - |\lg 0.2|.$$

填空题(26~28):

26. 设 $\lg 2 = a$, $\lg 3 = b$, 则:

$$(1) \lg 6 = \text{_____}; \quad (2) \lg 1.5 = \text{_____};$$

$$(3) \lg 27 = \text{_____}; \quad (4) \lg 12 = \text{_____};$$

$$(5) \lg \frac{\sqrt{3}}{4} = \text{_____}; \quad (6) \lg 0.36 = \text{_____};$$

$$(7) \lg 5 = \text{_____}; \quad (8) \lg \frac{1}{5} = \text{_____};$$

$$(9) \lg 15 = \text{_____}; \quad (10) |1 - \lg 3| = \text{_____};$$

$$(11) \sqrt{\left(\lg \frac{1}{5}\right)^2} = \text{_____};$$

$$(12) \sqrt{(\lg 5)^2 - 2 \lg 5 + 1} = \text{_____}.$$

27. 已知 $\lg 1.213 = 0.0839$, 写出下列各对数的值, 并指明各对数的首数和尾数:

$$(1) \lg 121.3 = \text{_____}, \text{首数是} \text{_____}, \text{尾数是} \text{_____};$$

$$(2) \lg 12130 = \text{_____}, \text{首数是} \text{_____}, \text{尾数是} \text{_____};$$

$$(3) \lg 0.1213 = \text{_____} = -\text{_____}, \text{首数是} \text{_____}, \text{尾数是} \text{_____};$$

(4) $\lg 0.01213 = \underline{\quad} = -\underline{\quad}$, 首数
是 , 尾数是 .

28. 已知 $\lg 8.59 = 0.9340$, $\lg 0.124 = -0.9066$.

- (1) 若 $\lg x = 1.9340$, 则 $x = \underline{\quad}$;
- (2) 若 $\lg y = 3.934$, 则 $y = \underline{\quad}$;
- (3) 若 $\lg z = 0.0934$, 则 $z = \underline{\quad}$;
- (4) 若 $\lg u = -0.066$, 则 u 的第一个有效数字前面有 个零(包括整数部分的一个零), $u = \underline{\quad}$;
- (5) 若 $\lg v = \bar{3}.0934$, 则 v 的第一个有效数字前面有 个零(包括整数部分的一个零), $v = \underline{\quad}$.

判断题(29~30):

29. $\lg x$ 与 $\lg 6194$ 的尾数相同, 若 $\lg x$ 的首数是 2,
则 $x = 2.6194$.

30. $\lg 6.194 = 0.792$, 若 $\lg x = 0.0792$, 则 $x = \bar{2}.6194$.
〔对数表、反对数表〕

31. 查表求下列各数的对数:

- (1) 70350, 703.5, 70.35, 7.035, 0.70352, 0.070348.
这些数的尾数有没有变化? 为什么?
- (2) 0.0735, 0.0375, 0.05073, 0.05703, 0.05730. 这些数的首数有没有变化? 为什么?

32. 已知 $\lg x$ 等于下列各数, 查表求 x :

- (1) 4.7035, 3.7035, 1.7035, 0.7035, -0.29651,
-2.29646;
- (2) 0.07035, 0.007035, 0.5073, 0.7305, 0.7350.
〔利用对数进行计算〕

33. 利用对数计算:

- (1) 0.046×2.86 ;
- (2) $4.134 \div 0.1548$;

$$(3) 0.273^5;$$

$$(4) \sqrt[3]{0.1536};$$

$$(5) \frac{0.1357 \times \sqrt{0.086}}{14.58^3},$$

$$(6) \sqrt[5]{1 - \sqrt[3]{153.6}}.$$

34. 某造纸厂今年生产纸张9 830吨，计划以后每年比上一年增产21.5%，求第五年纸张的年产量。

〔注意〕 第一年到第二年算作一年，第五年的年产量即为经过四年后的年产量。

35. 某零件厂今年生产零件9 830箱，经过五年后该零件的年产量增长到26 028箱，求每年比上一年平均增长的百分数。

36. 抽气机每次抽出容器内所含空气的69%，抽动8次后容器内所剩的空气是原来的百分之几？

37. 抽气机抽动5次后，容器内所剩空气是原来的0.2863%，求每抽动一次能抽出容器内空气的百分之几？

38. 某织袜厂生产袜子年产量为10万双，经过五年后年产量增长了6.5万双，求每年比上一年平均增长的百分数。

〔注意〕 “增长了”和“增长到”是两个不同的概念。区别这两个概念是至关重要的。在本题中，增长了6.5万双即为增长到16.5万双。

39. 某厂的一些机器设备使用磨损率较高。经过五年后，其价值比原来降低了24.6%，求每年比上一年价值平均降低的百分数。

(B)

选择题* (40~49) :

*若不作特别说明，则答案是唯一的，下同。

40. 已知 $\log_2 [\log_8 (\log_4 x)] = 0$, 那么 x 的值是
 (A) 1; (B) 4; (C) 64; (D) 4⁸.
41. 如果 $|x - 3y| + (2y - 1)^2 = 0$, 那么 $\log_4 y^x$ 的值是
 (A) $\frac{3}{4}$; (B) $-\frac{3}{4}$; (C) 0;
 (D) 以上结论都不对.
42. 下列式子中, 正确的是
 (A) $\log_a (x - y) = \log_a x - \log_a y$;
 (B) $\frac{\log_a x}{\log_a y} = \log_a x - \log_a y$;
 (C) $\frac{\log_a x}{\log_a y} = \log_a \frac{x}{y}$;
 (D) $\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$.
43. 如果 M, N 互为倒数, 且 $M > 0$, 那么这两个数的对数的和是
 (A) 1; (B) 0; (C) 2;
 (D) 不能确定.
44. 如果 $\log_a x^2 = 2 \log_a |x|$ 成立, 那么 x 的取值范围是
 (A) 一切实数; (B) 一切正实数;
 (C) 除零以外的一切实数; (D) 以上结论都不对.
45. 对数式 $\log_{(\sqrt{2}-1)}(\sqrt{2}+1)$ 的值是
 (A) -1; (B) 1; (C) $-\frac{1}{2}$; (D) $\frac{1}{2}$.
46. 如果 $\log_a m = b - \log_a n$, 那么 m 等于
 (A) $\frac{b}{n}$; (B) $\frac{a^b}{n}$; (C) bn ; (D) $a^b n$.

47. 若 $\lg x = -0.2034$, 则这个对数的首数、尾数分别为
 (A) 0, -0.2034; (B) -1, 0.2034;
 (C) 0, 0.7966; (D) -1, 0.7966.
48. 已知一个正数的常用对数的首数为 a , 尾数为 b , 那么这个正数的倒数的常用对数的
 (A) 首数为 $-a$, 尾数为 $-b$;
 (B) 首数为 $1-a$, 尾数为 $-1-b$;
 (C) 首数为 $\frac{1}{a}$, 尾数为 $\frac{1}{b}$;
 (D) 首数为 $-a-1$, 尾数为 $1-b$.
49. $\lg x$ 的首数为 3, $\lg x$ 的尾数与 $\lg 538$ 的尾数相同, 那么 x 是
 (A) 3.538; (B) 4.538;
 (C) 538; (D) 5380.
50. 求下列式子中的 x 的值:
 (1) $\log_{(2x^2+1)}(2x^2+x)=1$;
 (2) $\log_{(2x^2+1)}(2x^2+x)=0$.
51. 求下列各式的值:
 (1) $\log_{0.32}\frac{2}{5}\sqrt{2}$; (2) $3^{\log\sqrt{3}^2} + 0.5^{\log_7 7}$;
 (3) $2^{\log_4 \frac{16}{25} - 2}$; (4) $\log_5 \sqrt[3]{5^{-1}} \cdot \log_2 (25^{\frac{1}{2} \log_5 3})$;
 (5) $\log_{(\sqrt{2}+1)}(3-2\sqrt{2})$.
52. 设 $M > 0$, $N > 0$, 应用恒等式 “ $a^{\log_a N} = N$ ” 证明:
 (1) $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$;
 (2) $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$;
 (3) $\log_a M^N = N \log_a M$,

$$(4) \log_a \sqrt[N]{M} = \frac{1}{N} \log_a M.$$

53. 判断下列各式是否相等?

$$(1) (\log_2 5)^2 \text{ 和 } 2 \log_2 5;$$

$$(2) \log_3 2 \cdot \log_3 7 \text{ 和 } \log_3 (2 \times 7);$$

$$(3) \log_{10} x^4 \text{ 和 } 4 \log_{10} x;$$

$$(4) -\log_a 7 \text{ 和 } \log_a \frac{1}{7}.$$

54. 已知 $6^a = 8$, 试用 a 表示以下各数的对数:

$$(1) \log_6 2;$$

$$(2) \log_6 3;$$

$$(3) \log_6 4;$$

$$(4) \log_6 18;$$

$$(5) \log_6 1.5;$$

$$(6) \log_6 \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

55. 求证下列各式:

$$(1) \text{如果 } a, b, c \text{ 顺次是直角三角形的两条直角边和斜边,} \\ \text{那么 } \log_a (c+b) + \log_a (c-b) = 2;$$

$$(2) \log_a (n^2 + n + 1) = \log_a (n^3 - 1) - \log_a (n - 1);$$

$$(3) \log_a (x + \sqrt{x^2 - 1}) = -\log_a (x - \sqrt{x^2 - 1}) \quad (|x| \geq 1);$$

$$(4) \log_a \frac{1}{a} N = -\log_a N.$$

56. 不查表, 计算下列各式的值:

$$(1) 10 \cdot 100^{\frac{1}{2} \lg 9 - \lg 2};$$

$$(2) \frac{\lg \sqrt{27} + \lg 8 - 3 \lg \sqrt{10}}{\lg 1.2};$$

$$(3) \lg 5 \cdot \lg 8000 + (\lg 2^{1/3})^2 + \lg 0.06 - \lg 6;$$

$$(4) (\lg 5)^2 + \lg 2 \cdot \lg 50;$$