

XIAOYUEDU 小悦读 XIAOYUEDU

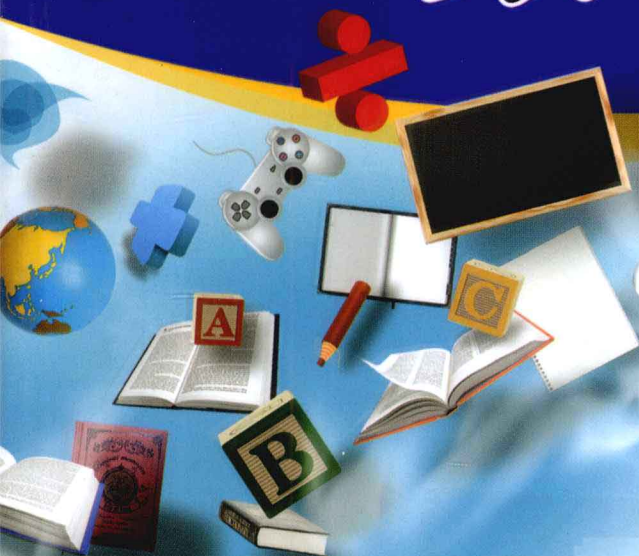
课堂教学新思维丛书

怎样培养学生的 数感



石迎春 主编

王淑华 副主编



吉林大学出版社



课堂教学新思维丛书

怎样培养学生的数感

主编 石迎春

吉林大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

怎样培养学生的数感 / 石迎春主编. ——长春: 吉林
大学出版社, 2012. 7

(课堂教学新思维丛书)

ISBN 978-7-5601-8716-7

I. ①怎… II. ①石… III. ①数学课—教学研究—中
小学 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 165405 号

书 名: 怎样培养学生的数感

作 者: 石迎春 主编

责任编辑: 朱进 责任校对: 安萌

吉林大学出版社出版、发行

开本: 787×1092 毫米 1/16

印张: 14.125 字数: 147 千字

ISBN 978-7-5601-8716-7

封面设计: 林雪

三河市腾飞印务有限公司 印刷

2013 年 01 月 第 1 版

2013 年 01 月 第 1 次印刷

定价: 28.00 元

版权所有 翻印必究

社址: 长春市明德路 501 号 邮编: 130021

发行部电话: 0431-89580026/28/29

网址: <http://www.jlup.com.cn>

E-mail: jlup@mail.jlu.edu.cn



第一章 学生数感的培养在数学教学中的重要意义

- 第 1 节 学生数感的形成与学校课程设立的关系/2
- 第 2 节 数感教学的最终目标/6
- 第 3 节 培养学生对数感形成正确的心理意象/7
- 第 4 节 数感的形成与数学教学目的的重合/14

第二章 数感教学方式提点

- 第 1 节 数字运算的情景教学模式/19
- 第 2 节 在数感教学中引用社会活动内容/22
- 第 3 节 最有效的数感教学方式/24
- 第 4 节 运用计算器提升学生的数学能力/26
- 第 5 节 培养学生最真实的数字感觉/29

第三章 走近数字和符号

- 第 1 节 让学生形成对数字的基本认识/32
- 第 2 节 计数对于学生认识数字的意义/33
- 第 3 节 教学生学会正确计数/35
- 第 4 节 教学生正确认识数字符号及其规律/50

第 5 节 运用运算符号激发数学思维/58

第 6 节 培养学生正确“感觉”数字的能力/61

第四章 加、减、乘、除的运用

第 1 节 加、减法与数感培养的联系/65

第 2 节 加法级数在计数中的应用/67

第 3 节 数字的真相/70

第 4 节 减法级数在计数中的应用/72

第 5 节 加、减法的数学逻辑关系/74

第 6 节 加、减法的记录与阅读/76

第 7 节 “数字组块”计数法/82

第 8 节 两位数之间的加、减心算法及纠错/85

第 9 节 乘、除法的数字模式及运算/89

第 10 节 计数模式及其意义/93

第 11 节 认识乘法交换律/95

第 12 节 对除法符号的正确认识/97

第 13 节 强化三重数组的计数意义/98

第 14 节 10 的倍数与乘方在乘、除法里的应用/99

第 15 节 教会学生理解乘法的真正内涵/100

第 16 节 较大数字乘法的心算方法/103

第 17 节 乘法表以外的除法运算方式/105

第 18 节 两位数的除法运算/106

第 19 节 “混乱”的非正式运算方法/107

第五章 正确运用笔算

第 1 节 学生有自己最直观的计算方法/111

第 2 节 引导学生从非正规到正规笔算/112

第 3 节 加、减法的笔算方法/113

第 4 节 积木模拟运算方法/118

第 5 节 乘、除法运算方法/120

第 6 节 两位数乘以两位数或三位数/123

第 7 节 多位数除以一位数的除法/127

第 8 节 两位数做除数的除法/129

第 9 节 笔算方法应用/132

第六章 小数、分数和百分数的计算

第 1 节 百分数、小数的概念及入门/135

第 2 节 与 10 相关的乘、除法/136

第 3 节 小数的乘、除法运算/138

第 4 节 分数及其在数轴上的位置/139

第 5 节 正确运用分数进行计算/143

第七章 课堂问题再现及课后反思

第 1 节 计算的最终目的是解决问题/152

第 2 节 转变教学方式，引导学生自主学习/163

第 3 节 在游戏中培养孩子的数感/171

第4节 自主探究更能培养出学生的数学能力/181

第八章 经典课例选读

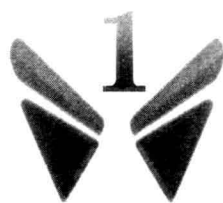
第1节 包容错误的数学课堂更吸引学生/200

第2节 让学生在生活中培养数感/204

第3节 “数一数”背后的教育智慧及反思/208

第4节 创造数学学习情境，培养学生数感/214

第一章



学生数感的培养在数学
教学中的重要意义



1 学生数感的形成与 学校课程设立的关系

2

从一开始接触数字，学生们就已经在寻找数字之间的联系，这些联系能培养他们思维的灵活性，而这种灵活性正是形成数感的特征。通过计数中的数字模式，学生们形成了某些数字之间的联系。这里的“计数”并不仅仅指学生们最早体验到的“单元”计数，还包括以 2，5，10，100 为间隔的计数，这些计数可以从任一数字开始，可以往前数也可以往后数。当这些数字模式和算术运算相联系的时候，这些数字模式便能促使学生们找到有效的计算策略。

我们可以帮助学生们在计算之间、在计算和问题中出现的特殊数字之间建立联系。读者可以花一些时间做以下三道计算题： $25+26$ ， $39+17$ 和 $12+35$ ，根据相关的计算结果和数字联系，每个题目都可以应用不同的计算策略。根据“已知事实” $25+25=50$ ，可以迅速地推算出第一题的结果。第二题可以转化成 $40+16=56$ ，而第三题很有可能要用到“拆分”数字的方法，以找到 $10+30+2+5$ 的数字组合，或者找出某个相似的数字组合。由此可见，应用标准的计算程序可能没有根据数感选择适当的计算策略有效。

数感指的是一个人对数字和运算的一般理解力，以及灵活应用这种理解力的倾向和能力，用这种方式可以做出明智的数学判断，并开发出应用数字和运算法则的有效策略。

(Mcintosh 等, 1992)

根据麦金托什等人 (Mcintoshi 等, 1992) 的分析, 数感主要在三个领域起重要作用:

- 数字知识和数字的简便性——数字的顺序感; 多样化的数字呈现形式; 数字相对和绝对数量的判断; 思考数字的基准参考体系。

- 运算知识和运算的简便性——理解运算结果; 意识到所应用的规则; 运算之间的关系。

- 把数字、运算的知识及其简便性应用到需要用数字进行推理的问题中——理解问题情境和合适的解题策略之间的关系; 意识到存在多样化的数字呈现方式; 应用有效的数字表征形式和/或方法的倾向; 检验数据和结果的倾向。

数字知识涉及学生们所要理解的数字系统的结构和规则, 即从理解整数扩展到理解有理数 (有理数可以用分数和小数来表示), 以及理解这些数字系统相互联系的方式。运算的简便性就是掌握运算之间的联系, 如两倍和乘以 2 的意义是一样的。它包括让学生们理解什么时候可以应用某些规则和知识, 如在加法和乘法中, 数字的位置是可以交换的, 这样 $8+3$ 就等同于 $3+8$, 8×3 就等同于 3×8 。另一方面, 对于减法和除法来说, 交换数字的位置就意味着要用不同的解题方法并进行不同的计算。应用数字知识必须要让学生们理解在问题解决过程中需要应用何种运算, 以及何时适合取近似值, 并且要根据原始问题来理解计算的过程和结果。在运算时, 有些数字关系是重要的数字运算组块, 可以把这些

3

关系看成是计算的“基准”，如构成 10 的数字组合，或者是 0.5 ， $\frac{1}{2}$ ， 50% 之间的等值关系。当出现新的计算问题时，不管它是以文字还是以符号的形式出现，有效的解题策略首先是仔细思考数字，辨别这些数字和已知数字事实或数字联系之间的关系。随着学生们对已知数字事实及其之间的相互关系理解的加深，他们的数感也会进一步发展。但是，如何让缺乏经验的学生知道哪些事实是重要的和必须了解的，而哪些事实是可以很容易就能够从其他已知事实中推断出来的，对这些问题的判断将会因人而异。这时，学生们的数学能力会逐渐地出现明显差异。在数学能力中被称为“七年间隔”的现象变得日益突出，一些小学高年级 11 岁的学生表现出的数学能力并不比 7 岁的学生的平均能力强，而其他一些 11 岁的学生则表现出了 14 岁学生的平均能力（Cockcroft, 1982）。这就表明在数学教学中使用的“学习迟钝者”这一说法是不恰当的，因为这些学习困难的学生通常是因为辨别不出数字之间的相互关系才导致他们最终不得不学习更多的、相互独立的计算程序（Gray& Tall, 1994）。这里涉及的学生是指那些不能辨别出加法、减法和计数之间关系的学生们，而掌握这三种各不相同的计算过程的学生们也是如此。从较小的数字开始往前计数可以进行减法运算是早期计算中的“基准”之一。

过去，“算术”意味着乘法表和四则运算（就是在笔算过程中涉及的加、减、乘、除的简便计算方法）。随着时间的推移，“算术”的意义已经被简化为不需要深层次理解的

标准算术运算。目前，人们普遍认为，在学习过程中对所教的计算程序进行反复的“演算和练习”，并不能帮助学生们为今后在科技高度发达的社会中的生活做好准备，现在的教学方法应该对如何能体现出逻辑结构中潜在的数字和数字运算之间关系的教学给予更多重视。教师要鼓励学生们进行心算、观察数字模式、预测计算结果，并讨论其中存在的数字联系，而不是仅仅教他们如何进行笔算。

数学课程改革已经把标准计算程序的教学转变为让学生们学会辨别数字模式和数字关系，并在两者之间生成联系的教学。只有这样，学生们才能形成对数字的洞察力，并对数字产生“感觉”。科克罗夫特报告用“数字的熟悉感”一词来形容“有计算能力的成年人”所必需的特征之一（Cockcroft, 1982）。最近，英国小学（1~6 年级）数学教学方案（DFEE, 1999）使用“计算能力”来区分“学生对数字的精通程度，它涉及理解数字系统中数字的信息和能力、大量的计算技巧以及在不同情境下解决数字问题的倾向和能力”（DFEE, 1998）。“计算能力”的培养不仅需要教学生笔算的方法，还要教他们综合应用心算和预测结果的方法，从而得到正确的计算结果。对于如何“选择”合适的计算策略、反思并解释计算的过程和结果而言，口算在其中所起的作用越来越大。

课程改革在全球范围内已全面展开，并且以美国学校数学课程与评估标准（NCTM, 1989）和全澳学校声明（AEC, 1991）最为典型，它们都把培养学生形成“数感”

作为学校课程教学的主要目标。当前，“数感”这一名词在课程改革文件中俯拾即是，它指的是计算策略中的“灵活性”和“创造性”，反对过分强调没有思维的计算程序。培养学生的“数感”不仅要培养他们的数学理解力，也要培养他们积极的学习态度和信心，而这些正是现有数学课程教学所欠缺的。



数感教学的最终目标

6

21 世纪的生活所必需的技能 and 理解力之一就是数字模式和数字关系的辨认，这些模式和关系是对数字进行有效运算的重点。我们期待着学生们会主动地将现实生活中遇到的问题和恰当的数字呈现之间形成联系，并且期待他们能够灵活巧妙地找到合适的解题方法。

数感——体现的是应用数字和量化方法作为交流、加工、解释信息的倾向和能力。它使人们意识到数学是有某种规律的。(Mcintosh 等，1992)

目前，我们已经开发出了新的评价体系来满足社会不断发展变化的需求，新的评价体系不再是具有固定模式的数字运算，而且这些运算也不需要标准的笔算程序。我们期望孩子能够从图形和表格中获取信息，计算空缺的数字，并且研究数字模式。根据这些数字模式，学生们能够提出合适并有助于他们辨别数字关系的问题。我们也期望学生们能选择最

合适的计算程序，包括决定是否需要使用计算器等。这些新颖的教学观点标志着数学教学的新开端。因此，就目前而言，仅仅教给学生们相互独立的计算程序已经远远不够，教会他们如何找出数字之间的联系则成为数学教学的当务之急。



3 培养学生对数感形成 正确的心理意象

“理解数字和形成计算方法之间的关系”成为学生们学习的焦点，它取代了传统课程所要求的“四则运算”。尽管得到的数字结果通常与过去一样，但是现在的学习过程需要学生们自己建构计算方法。教师的指导则有助于学生们在理解的同时提高计算效率（Mathematics in the National Curriculum, DFE, 1995）。许多著名心理学家的任务就是引导教师认识到有必要让学生积极参与自己的教学活动，并把注意力集中在培养学生的数学思维，而不是要求他们记忆大量的数字和解题程序。这一点明显体现在教学重点的转变上，即从过去典型的、大量的、标准计算程序的“演算和练习”转变到应用数学上来，让学生们用数学的方法进行交流，并培养他们的数学推理能力。在学习过程中，学生们不再是知识的“被动”接受者。通过讨论自己的解题策略和理解他人所使用的策略，他们开始“积极”地建构自己的数学知识。教师向学生们解释他们要做什么以及评价他们的解题策略是否合理，将有助于他们形成数学推理能力以及准确表达的技

7



能，所有这些对学生们各方面的学习都有很大帮助。教学上的这些进步，即把理解性学习作为中心要求，又体现了心理学家和研究者的共识，即如何帮助学生们最有效地学习数学。

教学的主要目标是让学生们学会理解性学习，但是，我们很难定义理解性学习。目前，已经有两种关于数学的不同理解类型。我们把学生回忆已经学过的计算程序这种理解类型称为“机械性理解”，并把它和“关系性理解”相比较。“关系性理解”是指从知道怎样应用这些知识进行计算扩展到理解为什么这个计算程序有效（Skemp, 1976）。虽然过去的数字运算通常和枯燥的、标准程序的重复练习相联系，但是，数学教学方面的最新趋势则转变为采用研究性教学方法和创设尊重个人思维的课堂环境。“关系性理解”从不要学习接受，而是要求他们尝试形成自己独特的理解。斯根普（Skemp）指出，“关系性知识本身就是教学的目标，因为如果学生们能够从关系性理解中得到满足，他们也许会努力地从关系性角度理解呈现给他们的新知识，也会积极主动地寻求新知识，探索新领域……这就使得教师在工作中被要求完成的‘培养学生主动性’的任务变得更加容易”（Skemp, 1976）。

学生对数学的理解是一个循序渐进的过程，即从实际体验数字的活动发展到讨论这些数字体验的活动，从最初用非正式语言对其进行讨论发展到后来的用更多的正式语言进行讨论。之后，他们才开始学习使用数学符号，这些符号体现了数学理性讨论的简洁性和精确性特征。正如在学校待过一

段时间，学生可以把语言转换成书面形式一样，语言学习也出现了操作性控制和拼写的复杂性。所以，在数学学习过程中，从应用具体经验转变到应用心算方法和符号表征进行计算是需要时间的。

具体经验——→抽象/心算方法——→符号化关系

从应用具体经验、分类并重新排列不同的物体集合开始，我们可以向学生们介绍与数字相对应的数字模式。例如，对于数字“3”，我们可以用3颗纽扣、3个玩具或者3级台阶的组合来呈现，但是“3”本身就是这些情境所共有的抽象实质。讨论学生们的实际经验有助于他们认识到将数字与日常生活中常见的视觉图形相联系的重要性，这些视觉图形为他们心理意象的形成打下了坚实的基础。

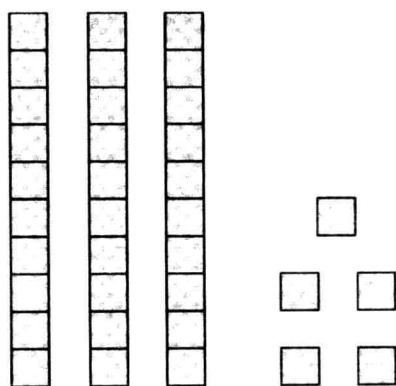
教师也可以用计数模式和数字符号来培养学生们的心理意象。有些时候，对学生们来说，计数模式以书面形式呈现要比以口语化形式呈现更为清晰易懂。举例来说，从13开始数，然后每次加10，最后形成的计数模式是“13, 23, 33, 43, 53, 63...”，这里，计数模式中“1, 2, 3...”出现在每个数字的首位，之后是“93, 103, 113...”，此时，通过语言描述所使用的与大的数字相对应的词不太可能表明这种计数模式持续变化的趋势，而用书面形式呈现出来的计数模式则能够使学生们更清楚地观察到这一趋势，并建立不同的与之相联系的视觉图形，这些都有助于学生们认识到存在于这些数字之间的关系。

在用抽象数字进行运算之前，可以先让学生们学习用手指或某些工具来代替实物然后“模仿”具体计算的情境。课

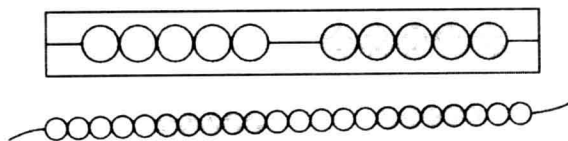
9

堂上，教师可以用珠子或立方体来模仿这些情境。因为这些珠子或立方体能够连接在一起，教师也可以用珠子或立方体等来表示数字。有的时候，人们会更偏爱用立方体，因为立方体不仅可以用来模拟不同的数字，而且在“单位 10”和“单位 1”中，也可以用来表示数字系统的位值结构（参见图 1.3.1a）。另一种数字呈现模式和计数顺序联系更为紧密，这种呈现模式需要把珠子连接成“珠架”或“珠链”（参见图 1.3.1b）。作为另一种早期数字运算的重点，本书会出现“位值”和“计数”这两个概念，每一种运算都和不同计算方法的发展相联系。

10



(a)



(b)

图 1.3.1 (a) 用立方体来表示“单位 10”和“单位 1”

(b) 珠架和珠链