万向思维
www.wanxiangsiwei.com
培养学子 全球视野

主编 刘增利®

直通高考版

倍速®

100+100+100 ≟ 1000000

学习法

高中数学 必修1

人教A版

构建有效学习

教材核心知识透析 高考考点综合运用
典例变式互动多解 题型考向靶心预测

开明出版社

直通高考版

倍速®

100+100+100≟1000000

学习法

高中数学 必修1

人教A版

主　编　刘增利
编　者　孙海龙

开明出版社

图书在版编目（CIP）数据

倍速学习法：人教版. 数学. 1：必修 / 刘增利主编. -- 北京：开明出版社，2013. 4
ISBN 978-7-5131-0993-2

Ⅰ. ①倍… Ⅱ. ①刘… Ⅲ. ①中学数学课-高中-教学参考资料 Ⅳ. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第046252号

策划设计	万向思维教育科学研究院	出　　版	开明出版社
主　　编	刘增利	印　　刷	陕西思维印务有限公司
执行主编	杨文彬	印刷质检	高　峰 13096935553
责任编辑	范　英	经　　销	各地书店
研发统筹	冯艳红　沈志芳	开　　本	890×1240　1/16
责任审读	徐林林	印　　张	12.5
校订统筹	刘英锋　陈宏民	字　　数	350 千字
责任校对	杜巧卫　邓　鹏	版　　次	2013 年 4 月第 1 版
责任录排	石　帆	印　　次	2013 年 4 月第 1 次印刷
封面设计	大象设计　李诚真	定　　价	23.80 元
版式设计	李诚真		

万向思维教育图书官方网址：http://www.wanxiangsiwei.com
万向思维新浪微博@万向思维教育图书和腾讯微博@万向思维教育图书
最给力的学习网——啃书网(www.kbook.com.cn)
图书质量监督电话：010-88817647　售后服务电话：010-82553636
图书内容咨询电话：（必修① 人教A版）010-82378880 转 114
通信地址：北京市海淀区王庄路 1 号清华同方科技广场 B 座 16 层(邮编 100083)

倍速学习法 有效学习宣言：更少时间，更快提高

使用图解

Bai百科 有效学习

■ **有效学习是什么**

指符合人的认知规律的学习，其目的是通过优化学习方法提高学习效率和质量，用更少的时间，学到更多、更牢、更好的知识内容，做尽可能少的题掌握尽可能丰富和牢靠的知识——学一而知十、有的放矢、各个击破、学会学习、爱上学习。

■ **有效学习不是什么**

不是盲目刻苦，不是题海战术，不是死记硬背，不是千篇一律地对待各类知识。

■ **有效学习涉及五大科学原理**

A. 建构主义 ■作用于指导下的自我学习

B. 信息加工心理学 ■作用于寻找更有利于理解、记忆的方式，理解和存储知识

C. 从基础概念的建构到概念的综合应用 ■作用于通过学以致用的训练，理解知识之间的有机联系

D. 认知失衡原理、知识的同化与吸收、体验性教学素材库建立 ■作用于呈现更有体验感的学习材料

E. 学习风格的检测与应用 ■作用于根据学习风格提供有利的学习方式

第1步 化繁为简：知识讲解细致

按照教材知识点的顺序，结合实际教学对课内知识进行全面、细致的讲解。右侧全国各地区最新常考例题的搭配，简单明了地诠释了左侧的知识。左讲右例，点对点，学习过程化繁为简，吃透教材轻而易举。

第2步 化难为易：要点拓展全面

对教材中隐藏的要点、难点知识进行深入、透彻的纵向挖掘。拓展知识面，拓宽知识结构，加强知识讲解层次的梯度，兼顾各个层面学生的需求。要点、难点、易混易错点，逐点攻克，学习知识化难为易，让知识没有盲点。

第3步 化整为零：考点分类精准

全面、精准地以考点归类本节的典型例题，并且每个考点下面配以解决一类问题的方法，通过解一道题而掌握解一类题的方法，让学生在学习的过程中有“点”可查，有“法”可循。考点分类化整为零，达到授之以渔而非鱼的目的。

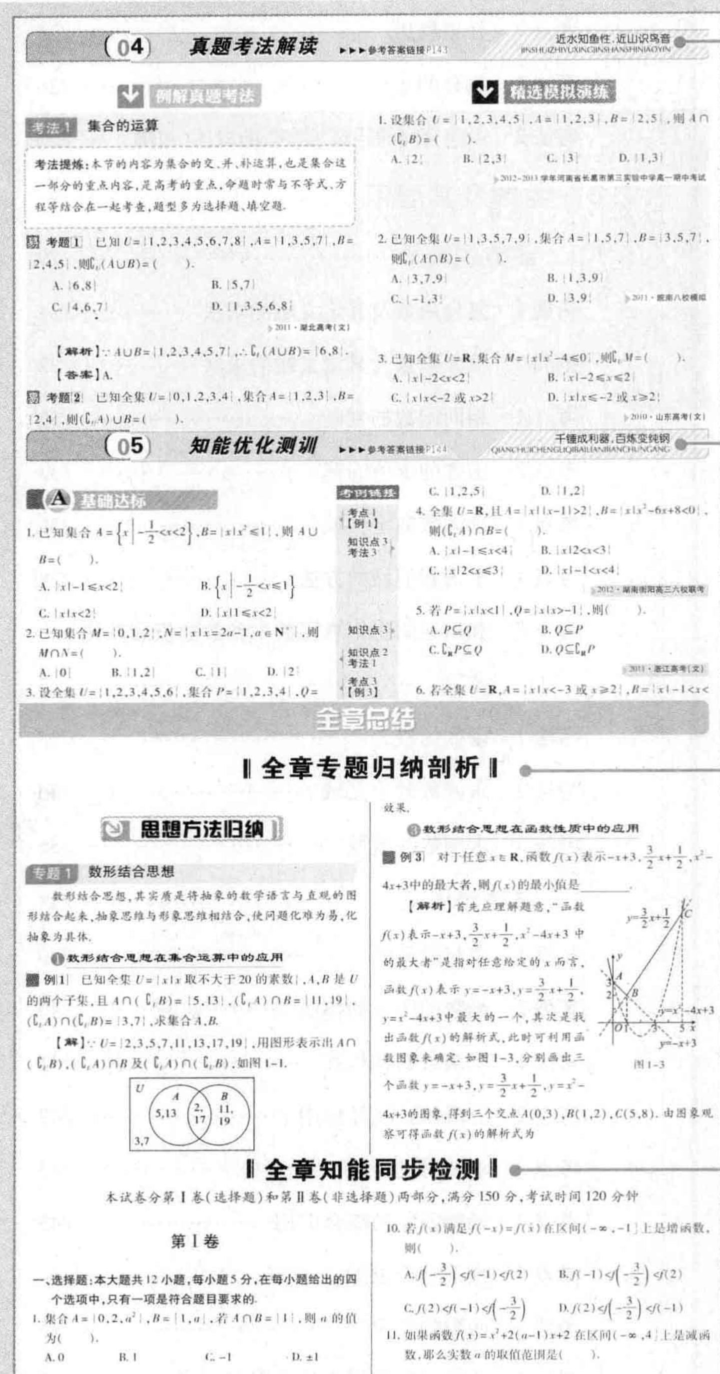
第4步 化静为动：变式例练迁移

对应左侧考点方法，精选变式题型，典例学法迁移，母题多向发散训练。重点、难点、常考点题型分解，逐点逐题练习。学法指导，突破考点考题的思维误区，减少失误。变式例练化静为动，达到融会贯通、举一反三的效果。

使用图解

全书结构

- 同步模块
  - 基本知能必会
    - 课内知识点睛
    - 常考题型例解
  - 拓展要点领悟
    - 要点拓展全解
    - 题型诠释例解
  - 考点方法整合
    - 典例方法解析
    - 综合技能提升
    - 数学思想方法
    - 对应变式题练
  - 真题考法解读
    - 例解真题考法
    - 精选模拟演练
  - 知能优化测训
    - 基础达标
    - 知能优化
    - 考例链接
- 全章总结
  - 全章专题归纳剖析
    - 思想方法归纳
    - 知识专题剖析
  - 全章知能同步检测



(04) 真题考法解读 ▸▸▸参考答案链接P143 近水知鱼性，近山识鸟音 JINSHUIZHIYUXINGJINSHANSHINIAOYIN

例解真题考法

考法1 集合的运算

考法提炼：本节的内容为集合的交、并、补运算，也是集合这一部分的重点内容，是高考的重点，命题时常与不等式、方程等结合在一起考查，题型多为选择题、填空题.

考题1 已知$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$A=\{1,3,5,7\}$，$B=\{2,4,5\}$，则$\complement_U(A\cup B)=$(　　).

A. $\{6,8\}$　B. $\{5,7\}$　C. $\{4,6,7\}$　D. $\{1,3,5,6,8\}$

▸2011·湖北高考(文)

【解析】$\because A\cup B=\{1,2,3,4,5,7\}$，$\therefore \complement_U(A\cup B)=\{6,8\}$.

【答案】A.

考题2 已知全集$U=\{0,1,2,3,4\}$，集合$A=\{1,2,3\}$，$B=\{2,4\}$，则$(\complement_U A)\cup B=$(　　).

精选模拟演练

1. 设集合$U=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{1,2,3\}$，$B=\{2,5\}$，则$A\cap(\complement_U B)=$(　　).

A. $\{2\}$　B. $\{2,3\}$　C. $\{3\}$　D. $\{1,3\}$

▸2012-2013学年河南省长葛市第三实验中学高一期中考试

2. 已知全集$U=\{1,3,5,7,9\}$，集合$A=\{1,5,7\}$，$B=\{3,5,7\}$，则$\complement_U(A\cap B)=$(　　).

A. $\{3,7,9\}$　B. $\{1,3,9\}$　C. $\{-1,3\}$　D. $\{3,9\}$　▸2011·皖南八校模拟

3. 已知全集$U=\mathbf{R}$，集合$M=\{x|x^2-4\leqslant 0\}$，则$\complement_U M=$(　　).

A. $\{x|-2<x<2\}$　B. $\{x|-2\leqslant x\leqslant 2\}$　C. $\{x|x<-2$或$x>2\}$　D. $\{x|x\leqslant -2$或$x\geqslant 2\}$

▸2010·山东高考(文)

(05) 知能优化测训 ▸▸▸参考答案链接P144 千锤成利器，百炼变纯钢 QIANCHUICHENGLIQIBAILIANBIANCHUNGANG

A 基础达标

1. 已知集合$A=\left\{x\middle|-\frac{1}{2}<x<2\right\}$，$B=\{x|x^2\leqslant 1\}$，则$A\cup B=$(　　).

A. $\{x|-1\leqslant x<2\}$　B. $\left\{x\middle|-\frac{1}{2}<x\leqslant 1\right\}$　C. $\{x|x<2\}$　D. $\{x|1\leqslant x<2\}$

2. 已知集合$M=\{0,1,2\}$，$N=\{x|x=2a-1,a\in\mathbf{N}^*\}$，则$M\cap N=$(　　).

A. $\{0\}$　B. $\{1,2\}$　C. $\{1\}$　D. $\{2\}$

3. 设全集$U=\{1,2,3,4,5,6\}$，集合$P=\{1,2,3,4\}$，$Q=$

考例链接：考点1【例1】；知识点3 考法3；知识点3；知识点2 考法1；考点3【例3】

C. $\{1,2,5\}$　D. $\{1,2\}$

4. 全集$U=\mathbf{R}$，且$A=\{x||x-1|>2\}$，$B=\{x|x^2-6x+8<0\}$，则$(\complement_U A)\cap B=$(　　).

A. $\{x|-1\leqslant x<4\}$　B. $\{x|2<x<3\}$　C. $\{x|2<x\leqslant 3\}$　D. $\{x|-1<x<4\}$

▸2012·湖南衡阳高三六校联考

5. 若$P=\{x|x<1\}$，$Q=\{x|x>-1\}$，则(　　).

A. $P\subseteq Q$　B. $Q\subseteq P$　C. $\complement_{\mathbf{R}}P\subseteq Q$　D. $Q\subseteq\complement_{\mathbf{R}}P$

▸2011·浙江高考(文)

6. 若全集$U=\mathbf{R}$，$A=\{x|x<-3$或$x\geqslant 2\}$，$B=\{x|-1<x<$

全章总结

‖全章专题归纳剖析‖

思想方法归纳

专题1 数形结合思想

数形结合思想，其实质是将抽象的数学语言与直观的图形结合起来，抽象思维与形象思维相结合，使问题化难为易，化抽象为具体.

①数形结合思想在集合运算中的应用

例1 已知全集$U=\{x|x$取不大于20的素数$\}$，A，B是U的两个子集，且$A\cap(\complement_U B)=\{5,13\}$，$(\complement_U A)\cap B=\{11,19\}$，$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{3,7\}$，求集合$A$，$B$.

【解】$\because U=\{2,3,5,7,11,13,17,19\}$，用图形表示出$A\cap(\complement_U B)$，$(\complement_U A)\cap B$及$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$，如图1-1.

U　A　B　5,13　2,17　11,19　3,7

效果.

③数形结合思想在函数性质中的应用

例3 对于任意$x\in\mathbf{R}$，函数$f(x)$表示$-x+3$，$\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$，x^2-4x+3中的最大者，则$f(x)$的最小值是______.

【解析】首先应理解题意，"函数$f(x)$表示$-x+3$，$\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$，x^2-4x+3中的最大者"是指对任意给定的x而言，函数$f(x)$表示$y=-x+3$，$y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$，$y=x^2-4x+3$中最大的一个，其次是找出函数$f(x)$的解析式，此时可利用函数图象来确定. 如图1-3，分别画出三个函数$y=-x+3$，$y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$，$y=x^2-4x+3$的图象，得到三个交点$A(0,3)$，$B(1,2)$，$C(5,8)$. 由图象观察可得函数$f(x)$的解析式为

$y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$　$y=x^2-4x+3$　$y=-x+3$

图1-3

‖全章知能同步检测‖

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，满分150分，考试时间120分钟

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 集合$A=\{0,2,a^2\}$，$B=\{1,a\}$，若$A\cap B=\{1\}$，则a的值为(　　).

A. 0　B. 1　C. -1　D. ± 1

10. 若$f(x)$满足$f(-x)=f(x)$在区间$(-\infty,-1]$上是增函数，则(　　).

A. $f\left(-\frac{3}{2}\right)<f(-1)<f(2)$　B. $f(-1)<f\left(-\frac{3}{2}\right)<f(2)$　C. $f(2)<f(-1)<f\left(-\frac{3}{2}\right)$　D. $f(2)<f\left(-\frac{3}{2}\right)<f(-1)$

11. 如果函数$f(x)=x^2+2(a-1)x+2$在区间$(-\infty,4]$上是减函数，那么实数a的取值范围是(　　).

第5步 化暗为明：高考分析透彻

高考试题原型在教材，对比揭秘。精选考题，全析考点，了解考情，明确考法，深入、透彻地直击高频考点。精选全国各省市模拟试题，汲取考练精髓，零距离体验高考，备战高考。

第6步 化生为熟：练习巩固拔高

立足教材，夯实基础，注重能力，考究梯度。精心设置的一套优化测训题，考查全面、题型新颖、层级清晰，以便学生查漏补缺，拔高练习。考例链接，追本溯源，方便学生回归考点知识和例题方法，学有所用，学以致用，学用相长。

第7步 化分为合：专题突破优化

优化整合全章的数学思想、方法和知识，系统、全面地设置例题。梳理模块核心要点，构建模块知识体系。注重思维策略指导，突出学科方法优势，便于培养学生创新思维。

第8步 化辅为主：阶段检测仿真

精心选编涵盖全章节或阶段性知识和能力要求的检测试题，梯度合理、层次分明、题量适中，与同步考试和高考接轨，仿真度高，利于学生同步检测，查漏补缺。

专题索引 拓展·考点·考法

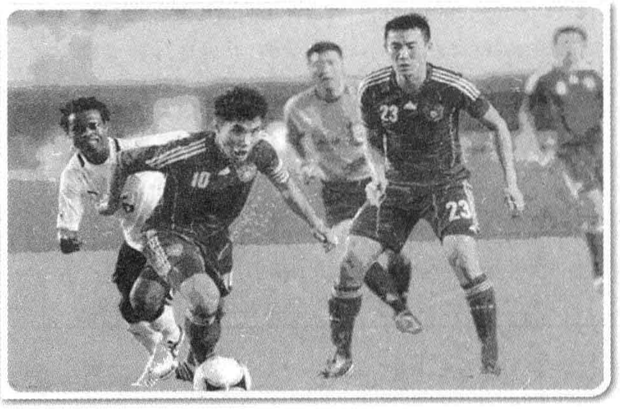
拓展·考点·考法 专题索引

专题索引 拓展·考点·考法

CONTENTS 目录

目录 CONTENTS

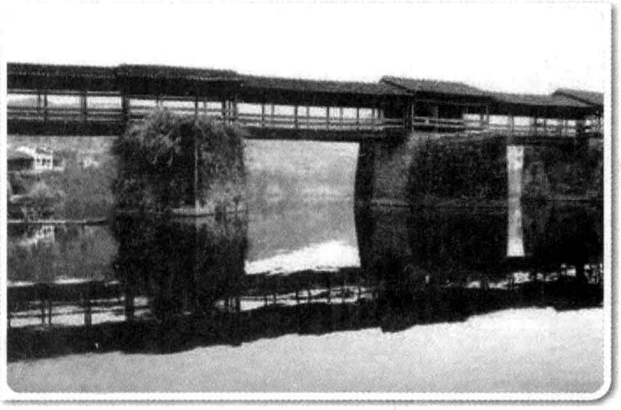
第一章 集合与函数概念

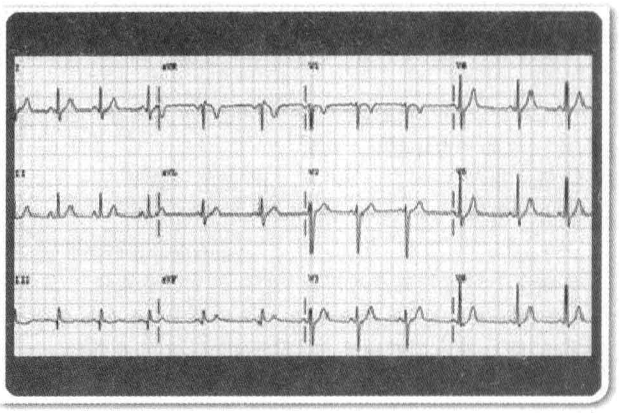


1. 中国国家男子足球队始创于1924年，在1931年加入国际足球联合会，1958年退出，并在1979年重新加入. 从1976年起，中国队连续参加亚洲杯足球赛，并于1984年和2004年两度打进决赛. 到目前为止，为中国队出场次数最多的球员有李明，贾秀全，范志毅，谢育新，李富胜，郝海东，林乐丰，李玮峰.

——关键词：元素与集合

2. 彩虹桥历史悠久，建于南宋，距今已有八百多年，是古徽州最古老、最长的廊桥，被众多媒体誉为"中国最美的廊桥之一". 彩虹桥的魅力，在于桥体与青山、碧水、古村、驿道的完美结合，更体现在建造的科学性上：科学合理地选择了建桥的地理位置——建在最宽的河面上；分解洪水冲击力的半船形桥墩设计；根据洪水主流速确定桥墩之间的跨度；条石砌法的紧密牢固；桥面设计理念的长远、实用，易于后人维修. 历经八百多年，彩虹桥依然完整、古朴、厚重、积淀感强. ——关键词：函数





3. 心电图指的是用心电图机从身体特定的部位记录下心脏活动过程中产生的生物电电流引起电位变化的线条图形. 分析研究心电图对了解心脏活动情况和诊断心脏疾病，特别是心律失常和心肌梗死有很大价值，是诊断心脏疾病的重要方法之一. ——关键词：函数的图象

全章概述

集合语言是现代数学的基本语言. 高中数学课程将集合作为一种语言来学习. 通过对集合的学习，我们学会使用最基本的集合语言表示有关的数学对象，并能在自然语言、图形语言、集合语言之间进行转换，体会用集合语言表达数学内容的简洁性、准确性.

函数是描述客观世界变化规律的重要数学模型. 高中阶段我们不仅把函数看成变量之间的依赖关系，同时还用集合与对应的语言刻画函数，感受建立函数模型的过程与方法，为后续学习奠定基础.

1.1 集合

1.1.1 集合的含义与表示

学习内容	学习要求	☆高考考点☆	考查角度剖析
集合的含义	1. 通过实例,了解集合的含义,体会元素与集合间的"属于"关系	①集合中元素的特征(必考)	此类问题应紧扣集合中元素的"互异性",养成检验的良好习惯
		②集合的含义	解题时必须搞清集合中的代表元素是什么,元素满足什么条件
集合的表示方法	2. 能通过自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题,感受集合的意义和作用	③集合的表示方法(必考)	考查集合的表示方法中的列举法和描述法,用什么方法要具体情况具体分析

(01) 基本知能必会

造烛求明,读书求理 ZAOZHUQIUMINGDUSHUQIULI

课内知识点睛

知识点1 集合的含义(重点)

数学中,集合指若干具有共同属性的事物的总体.如全部整数就构成一个整数的集合.

在现代数学中,集合是一个原始的,不定义的概念.我们将其描述如下:一般地,我们把研究对象统称为元素,把一些元素组成的总体叫做集合(简称为集).我们通常用大写拉丁字母$A,B,C,\cdots$表示集合,用小写拉丁字母$a,b,c,\cdots$表示集合中的元素.

【注意】(1)集合是一个整体,暗含"所有""全部""全体"的含义.因此,一些对象一旦组成了集合,这个集合就是这些对象的全体,而非个别对象.例如,集合$\{x|x\geqslant 0\}$就是指所有不小于0的实数.

(2)构成集合的对象很广泛,除了常见的数、式、点等数学对象外,还可以是确定的物体、人、动物、方程、图形等对象.

(3)构成集合的对象具有非常明确的特征,这个特征不是模棱两可的.例如,高一(1)班的全体同学,这个对象指的是"同学",而不是桌子、凳子等.

知识点2 集合中元素的特征(重点&难点)

集合中的元素有三个特征,具体如下:

(1)确定性

作为一个集合的元素,必须是确定的,这就是说不确定的对象就不能构成集合.如"高一(1)班的高个子同学"就不能构成一个集合,因为组成它的对象没有明确的标准.

(2)互异性

对于一个给定的集合,集合中的元素一定是不同的

常考题型例解

易 知例1-1 ①难解的题目;
②方程$x^2+1=0$的根;
③平面直角坐标系内第四象限的一些点;
④很多多项式.
以上能组成集合的序号是__________.

2012-2013学年江苏泰州中学高一第一周限时作业

【解析】解这类题目要从集合中元素的特征"确定性"出发.①中"难解",标准不明确,不能构成集合;③中"一些点",未说明哪一些点,不能构成集合;④中"很多",标准不明确,不能构成集合.故能构成集合的只有②.

【答案】②.

【点拨】判断每个对象是否具有确定性是判断其能否构成集合的关键,而判断一个对象是不是确定的,关键就是要找是否有一个明确标准.

易 知例2-1 若一个集合中的三个元素a,b,c是$\triangle ABC$的三边长,则此三角形一定不是(　　).

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形
C. 钝角三角形　　D. 等腰三角形

2012·山东青岛师大附中高一检测

【解析】欲判断三角形的形状,需判断三边关系或三角关系.由于已知条件涉及三边,故考虑三边之间的关系.由于集合中元素具有互异性,即a,b,c互不相等,因此$\triangle ABC$一定不是等腰三角形.故选D.

【答案】D.

中 知例2-2 已知关于x的方程$x^2+(a-1)x+b=0$的根组成的集合A中仅有一个元素a,求$a+b$的值.

【思路分析】集合A中只有一个元素,即方程$x^2+(a-1)x+b=0$有两个相等的实根,利用根与系数的关系,可求出a,b的值.

【解】由已知得方程$x^2+(a-1)x+b=0$有两个相等的实根a,

由根与系数的关系,得$\begin{cases}2a=-(a-1),\\a^2=b,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=\dfrac{1}{3},\\b=\dfrac{1}{9}.\end{cases}$

（或者说是互异的），这就是说集合中的任何两个元素（对象）都是不同的，相同的对象归入同一集合时只能作为集合的一个元素. 如方程$(x-1)^2=0$的根构成的集合为$\{1\}$，而不能记为$\{1,1\}$.

(3) 无序性

组成集合的元素是没有次序的. 如集合$\{1,2,3\}$和集合$\{3,2,1\}$表示同一个集合.

【点睛】集合中的元素必须具备上述三个特征，反过来，一组对象若不具备这三个特征，则这组对象也就不能构成集合. 集合中元素的这三大特征是我们判断一组对象能否构成集合的依据.

知识点3 集合相等

只要构成两个集合的元素是一样的，我们就称这两个集合是相等的. 如集合$\{-2,3\}$与集合$\{3,-2\}$是相等的.

【注意】(1) 当已知两个集合相等时，这两个集合的元素是完全相同的，即对于其中一个集合的任一个元素，在另一个集合中也都可以找到这个元素.

(2) 两个集合是否相等，不能只从集合的形式上看，应该先确定这两个集合的所有元素，再根据集合相等的定义进行判断. 如集合$A=\{x\mid x^2-5x+6=0\}$，$B=\{2,3\}$，则$A=B$.

知识点4 元素与集合的关系（重点）

元素与集合的关系有属于与不属于两种：如果a是集合A的元素，就说a属于集合A，记作$a\in A$；如果a不是集合A中的元素，就说a不属于集合A，记作$a\notin A$.

【注意】(1) $a\in A$与$a\notin A$取决于元素a是否是集合A中的元素. 根据集合中元素的确定性可知，对任何元素a与元素A，在$a\in A$与$a\notin A$这两种情况中必有一种且只有一种情况成立.

(2) 符号“$\in$”“$\notin$”仅表示元素与集合之间的关系，不能用来表示集合与集合之间的关系，这一点要牢记.

(3) “$\in$”与“$\notin$”的开口方向指向集合.

知识点5 常用数集一览表

常用数集	简称	记法
全体非负整数组成的集合	非负整数集（或自然数集）	$\mathbf{N}$
所有正整数组成的集合	正整数集	$\mathbf{N}^*$或$\mathbf{N}_+$
全体整数组成的集合	整数集	$\mathbf{Z}$
全体有理数组成的集合	有理数集	$\mathbf{Q}$
全体实数组成的集合	实数集	$\mathbf{R}$

【注意】(1) 0是最小的自然数.

(2) 在这些特定集合符号中，$\mathbf{N}$与$\mathbf{N}_+$的区别是$\mathbf{N}$中比$\mathbf{N}_+$中多了一个元素0；$\mathbf{N}_+$与$\mathbf{N}^*$的区别是$\mathbf{N}_+$中的“+”号在下标位置，$\mathbf{N}^*$中的“*”号在上标位置，不能写成$\mathbf{N}^+$或$\mathbf{N}_*$，此种写法是错误的.

$\therefore a+b=\frac{1}{3}+\frac{1}{9}=\frac{4}{9}$.

【点拨】本题中所给方程$x^2+(a-1)x+b=0$是一元二次方程，但它的根组成的集合仅含有一个元素，由此我们借助集合中元素的互异性可得该方程的根的情况——两个相等的实数根$x_1=x_2=a$. 本题的解法不唯一，上述是借助根与系数的关系列方程组求得a,b的值. 我们还可以用判别式$\Delta=0$结合已知条件来列方程组求解，但过程较烦琐，同学们不妨一试.

中 知例3-1 若由“$2,a,b$”三个元素构成的集合与由“$2a,2,b^2$”三个元素构成的集合表示的是同一个集合，求a,b的值.

【解】由集合相等，得$\begin{cases}a=2a,\\b=b^2\end{cases}$或$\begin{cases}a=b^2,\\b=2a,\end{cases}$

解得$\begin{cases}a=0,\\b=1\end{cases}$或$\begin{cases}a=0,\\b=0\end{cases}$或$\begin{cases}a=\frac{1}{4},\\b=\frac{1}{2}.\end{cases}$

再由集合中元素的互异性，得$\begin{cases}a=0,\\b=1\end{cases}$或$\begin{cases}a=\frac{1}{4},\\b=\frac{1}{2}.\end{cases}$

【点拨】本题是利用集合相等列出方程组求解，但要注意检验，看是否符合集合中元素的特征.

中 知例4-1 已知集合A中含有两个元素$a-3$和$2a-1$，若$-3\in A$，试求实数a的值.

【解】$\because -3\in A$，$\therefore -3=a-3$或$-3=2a-1$.

若$-3=a-3$，则$a=0$，此时集合A中含有两个元素$-3,-1$，符合题意.

若$-3=2a-1$，则$a=-1$，此时集合A中含有两个元素$-4,-3$，符合题意.

综上所述，实数a的值为0或-1.

【点拨】根据集合中元素的确定性可以解出字母的所有可能的值，要注意再根据集合中元素的互异性对集合中的元素进行检验. 另外，在利用集合中元素的特征解题时要注意分类讨论思想的运用.

易 知例5-1 用符号“$\in$”和“$\notin$”填空：

(1) 1 ______ $\mathbf{N}^*$； (2) 0 ______ $\mathbf{N}$；

(3) $\sqrt{3}$ ______ $\mathbf{Z}$； (4) π ______ $\mathbf{Q}$.

2012·湖北省武汉市重点中学高一联考试题

【解析】$\mathbf{N}^*$是正整数集，$\mathbf{N}$是自然数集，$\mathbf{Z}$是整数集，$\mathbf{Q}$是有理数集.

【答案】(1) $\in$；(2) $\in$；(3) $\notin$；(4) $\notin$.

【点拨】判断元素与集合的关系，首先要明确集合中元素的共同特征，其次要看元素是否满足集合中元素的共同特征，满足即为属于关系，不满足即为不属于关系.

中 知例6-1 用列举法表示下列集合：

(1) 方程组$\begin{cases}x+y=2,\\x-y=0\end{cases}$的解集；

(2) 不大于10的非负偶数集；

(3) $A=\{(x,y)\mid x+y=3,x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{N}\}$.

【思路分析】解答本题可先弄清集合中元素的性质特点，然后再按要求表示集合.

【解】(1) 由$\begin{cases}x+y=2,\\x-y=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=1,\\y=1,\end{cases}$

故该方程组的解集为$\{(1,1)\}$.

(2) 不大于10即为小于或等于10，非负是大于或等于0，

故不大于10的非负偶数集为$\{0,2,4,6,8,10\}$.

知识点6 集合的表示方法(重点&难点)

(1)自然语言法

自然语言描述集合比较自然、生动,它能将问题所研究的对象的含义更明确地叙述出来. 如不等式 $x-7<3$ 的解集,地球上的四大洋等.

(2)列举法

把集合的元素一一列举出来,并用花括号"{ }"括起来表示集合的方法叫做列举法. 如元素 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 构成的集合,记为 $\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$.

【注意】(1)集合中的元素间用","分隔.

(2)集合中的元素必须满足三个特征(确定性,互异性,无序性).

(3)对于含有有限个元素且个数较少的集合采取列举法表示集合较合适;若元素个数较多或有无限个且构成集合的元素呈现一定的规律,在不会发生误解的情况下,也可以列举出几个元素作为代表,其他元素用省略号表示,如 $\mathbf{N}_+=\{1,2,3,\cdots\}$.

(3)描述法

用集合所含元素的共同特征表示集合的方法称为描述法. 具体方法是:在花括号内先写上表示这个集合元素的符号及取值(或变化)范围,再画一条竖线,在竖线后写出这个集合中元素所具有的共同特征. 用符号表示是 $A=\{x\in I\mid p(x)\}$,其中 x 表示集合中的代表元素,I 表示代表元素 x 的取值范围,$p(x)$ 则表示代表元素 x 的共同特征.

【注意】(1)用描述法表示集合应写清楚该集合中的代表元素,即代表元素是什么:是数,还是有序实数对(点),还是集合,还是其他形式.

(2)准确说明集合中元素的共同特征.

(3)所有描述的内容都要写在集合符号内,并且不能出现未被说明的字母. 但是,如果从上下文的关系看,代表元素的范围是明确的,可以省略. 如 $x\in\mathbf{R}$ 是明确的,则"$\in\mathbf{R}$"可以省略,只写其元素 x.

(4)用于描述的语句力求简明、准确,多层描述时,要准确使用"且""或"等表示描述语句之间关系的词.

知识点7 集合的分类

按集合的元素个数的多少,可分为有限集和无限集.

(1)有限集:含有有限个元素的集合. 例如,集合 $A=\{a,b,c\}$ 是有限集.

(2)无限集:含有无限个元素的集合. 例如,所有自然数组成的集合是无限集.

(3)∵ $x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{N},x+y=3$,

∴ $\begin{cases}x=0,\\y=3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=1,\\y=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=2,\\y=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=3,\\y=0.\end{cases}$

故 $A=\{(0,3),(1,2),(2,1),(3,0)\}$.

【点拨】解答此类问题,关键在于根据集合中元素的特征和它所满足的条件,将集合中的元素一一列举出来. 本题中(1)(3)为点集,(2)为数集.

中 知例6-2 用描述法表示下列集合:

(1)使函数 $y=\dfrac{1}{x^2+x-6}$ 有意义的实数 x 的集合;

(2)坐标平面上第一、三象限内点的集合;

(3)函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图象上所有点的集合;

(4)方程 $x^2+(m+2)x+m-1=0(m\in\mathbf{Z})$ 的解集.

【思路分析】首先要弄清元素的形式,从而写出其代表元素,再确定元素所具有的属性即可.

【解】(1)要使函数 $y=\dfrac{1}{x^2+x-6}$ 有意义,需 $x^2+x-6\neq0$,

即 $x\neq2$,且 $x\neq-3$,

故该集合可用描述法表示为 $\{x\mid x\neq2$ 且 $x\neq-3,x\in\mathbf{R}\}$.

(2)坐标平面上第一、三象限的点的特征是横、纵坐标符号相同,故该集合可用描述法表示为 $\{(x,y)\mid xy>0,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$.

(3) $\{(x,y)\mid y=ax^2+bx+c(a\neq0),x\in\mathbf{R}\}$.

(4) $\{x\mid x^2+(m+2)x+m-1=0(m\in\mathbf{Z}),x\in\mathbf{R}\}$.

【点拨】用描述法表示集合时,需注意此集合的代表元素,它应该具有什么性质,准确理解集合的含义.

中 知例7-1 判断下列集合是有限集还是无限集,并用适当的方法表示.

(1)被3除余1的自然数组成的集合;

(2)由所有小于20的既是奇数又是质数的正整数组成的集合;

(3)二次函数 $y=x^2+2x-10$ 图象上的所有点组成的集合.

【解】(1)由于被3除余1的自然数有无数个,所以此集合是无限集,适合用描述法表示. 又这些自然数常表示为 $3n+1(n\in\mathbf{N})$,所以该集合可表示为 $\{x\mid x=3n+1,n\in\mathbf{N}\}$.

(2)由题意得,满足条件的正整数有3,5,7,11,13,17,19,则此集合中的元素有7个,所以此集合是有限集,该集合用列举法表示为 $\{3,5,7,11,13,17,19\}$.

(3)由于二次函数 $y=x^2+2x-10$ 图象上的点有无数个,所以此集合是无限集,适合用描述法表示. 通常用有序数对 (x,y) 表示点,那么满足条件的点组成的集合可表示为 $\{(x,y)\mid y=x^2+2x-10\}$.

【点拨】一般情况下,常根据集合中所含元素的个数来选择表示集合的方法,对所含元素个数较少的有限集宜采用列举法,如(2);对无限集或元素个数较多的有限集宜采用描述法,如(1)(3).

学法微博 #学习方法#在学习某一章节知识时,先看一遍,对于重要部分用彩笔在下面画上波浪线.

02 拓展要点领悟

业精于勤，行成于思 YEJINGYUQINXINGCHENGYUSI

要点拓展全解

拓展1 利用集合中元素的特征解决与方程有关系的问题（重点 & 难点）

集合与方程有密切的联系，利用集合中元素的特征，即元素的互异性、无序性、确定性，再结合方程的解，可以求出集合中参数的值.求集合中参数的值常与方程的知识相联系，如借助方程的系数或根与系数的关系，再结合集合中元素的特征（互异性、无序性、确定性），通过解方程（组），可以求出集合中参数的值.但对于"方程 $ax^2+bx+c=0$"要分两种情况加以讨论：

（1）当 $a=0, b\neq0$ 时，该方程是一元一次方程；

（2）当 $a\neq0$ 时，该方程是一元二次方程，也只有在这种情况下才能用判别式 Δ 来确定方程实数根的情况.

【注意】 利用集合中的元素特征解决与方程有关的问题，首先是将集合语言具体化，转化为自然语言，使它们描述的语言形象化、直观化，这也是解决此类问题的常用技巧.

题型诠释例解

中 要例 1-1　已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|ax^2-3x+2=0, a\in\mathbf{R}\}$.
（1）若 A 中只有一个元素，求 a 的值，并把这个元素写出来；
（2）若 A 中至多只有一个元素，求 a 的取值范围.

【思路分析】 将求集合中元素的问题转化为求方程根的问题.（1）集合 A 中只有一个元素，说明方程有唯一实数根或两个相等的实数根.要注意方程 $ax^2-3x+2=0$ 可能不是一元二次方程.（2）集合 A 至多只有一个元素，说明方程有两个相等的实数根或没有实数根.

【解】（1）若集合 A 中只有一个元素，则

当 $a=0$ 时，方程化为 $-3x+2=0$，解得 $x=\frac{2}{3}$，$\therefore A=\left\{\frac{2}{3}\right\}$.

当 $a\neq0$ 时，$\Delta=(-3)^2-4\cdot a\cdot2=0$，$\therefore a=\frac{9}{8}$.

这时方程 $ax^2-3x+2=0$ 有两个相等实根，为 $\frac{4}{3}$，$\therefore A=\left\{\frac{4}{3}\right\}$.

（2）若集合 A 中至多只有一个元素，则当 $a\neq0$ 时，方程 $ax^2-3x+2=0$ 的判别式 $\Delta=(-3)^2-4\cdot a\cdot2\leqslant0$，解得 $a\geqslant\frac{9}{8}$.

当 $a=0$ 时，方程 $ax^2-3x+2=0$ 有一个实数根，

故 a 的取值范围是 $\left\{a\,\middle|\,a\geqslant\frac{9}{8}\text{或}a=0\right\}$.

【点拨】"$a=0$"这种情况容易被忽视，本题中方程 $ax^2-3x+2=0$ 有两种情况：一是"$a=0$"，即它是一元一次方程；二是"$a\neq0$"，即它是一元二次方程，只有在这种情况下，才能用判别式"Δ"来解决.

03 考点方法整合

▶▶▶参考答案链接P140

积累知识，胜过蓄金 JILEIZHISHISHENGGUOXUJIN

典例方法解析

考点1 说明集合表示的含义

方法： 以数或点为元素的集合分别叫做数集或点集，这是我们研究的主要对象，因而研究集合必须搞清构成集合的元素是什么.如，对于集合 $A=\{x|y=x^2-2x+5, 0\leqslant x\leqslant3\}$，$B=\{y|y=x^2-2x+5, 0\leqslant x\leqslant3\}$，$C=\{(x,y)|y=x^2-2x+5, 0\leqslant x\leqslant3\}$，集合 A 中的元素是函数 $y=x^2-2x+5, 0\leqslant x\leqslant3$ 中自变量 x 组成的集合，集合 B 中的元素则是上述函数的函数值 y 组成的集合，集合 C 中的元素则是上述函数图象上的点组成的集合.

例1 试说明下列各集合表示的含义：

（1）$A=\left\{y\,\middle|\,y=\frac{1}{x}\right\}$；（2）$B=\left\{(x,y)\,\middle|\,y=\frac{1}{x}\right\}$；

（3）$C=\left\{(x,y)\,\middle|\,\frac{y}{x-3}=1\right\}$；（4）$D=\{(0,1)\}$；

（5）$E=\{(x,y)|x+y=1\text{ 且 }x-y=-1\}$.

【解】（1）集合 A 表示 y 的取值集合，由反比例函数的图象可知，$A=\{y|y<0$ 或 $y>0, y\in\mathbf{R}\}=\{y|y\neq0, y\in\mathbf{R}\}$.

（2）由反比例函数的图象可知，集合 B 表示反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象上的点的集合.

（3）集合 C 的代表元素是点 (x,y)，故集合 C 表示直线 $y=x-3$ 上除去点 $(3,0)$ 的点的集合.

（4）集合 D 只含有一个元素，是以一个实数对 $(0,1)$ 或一个点坐标 $(0,1)$ 为元素的集合.

（5）集合 E 只含有一个元素，即方程组 $\begin{cases}x+y=1,\\x-y=-1\end{cases}$ 的解，故 $E=\{(0,1)\}$.

【点拨】 说明集合的含义的方法有：（1）看代表元素.例如，$\{x|p(x)\}$ 表示数集，$\{(x,y)|p(x,y)\}$ 表示点集；（2）看条件.例如，$\{x|y=x+1\}$ 表示使 $y=x+1$ 有意义的 x 的取值范围，$\{y|y=x^2+1\}$ 表示使 $y=x^2+1$ 有意义的 y 的取值范围.

对应变式题练

题练 1-1　方程组 $\begin{cases}x+y=2,\\x-2y=-1\end{cases}$ 的解组成的集合是(　　).

A. $(1,1)$　　B. $\{1\}$

C. $\{(1,1)\}$　　D. $\{1,1\}$

题练 1-2　给出下列三个集合：

①$A=\{x|y=x^2+1\}$；②$B=\{y|y=x^2+1\}$；

③$C=\{(x,y)|y=x^2+1\}$.

（1）它们是不是相同的集合?

（2）它们各自的含义是什么?

（接上页）再记忆时，就不需要将整个章节的内容从头到尾逐字逐句地看，只要看画重点的地方并在它的启示下就能记住本章节主要内容，这种记忆称为标志记忆.

考点2 集合中元素的特征的应用(必考)

方法:集合中的元素一定具有确定性、互异性、无序性这三个基本特征. 反过来,一组对象若不具备这三个特征,则这组对象也就不能构成集合. 因此,在分析、处理集合问题的过程中,要时刻注意集合元素的三个特征对集合元素的限制.

例2 已知集合 $A=\{a-3,2a-1,a^2-4\}$,若 $-3\in A$,求实数 a 的值.

【思路分析】在利用集合中元素的特征解题时要注意分类讨论思想的运用.

【解】已知 $-3\in A$,由集合中元素的确定性可知 $-3=a-3$ 或 $-3=2a-1$ 或 $-3=a^2-4$.

若 $-3=a-3$,则 $a=0$,此时集合 $A=\{-3,-1,-4\}$,符合题意;

若 $-3=2a-1$,则 $a=-1$. 当 $a=-1$ 时,集合 $A=\{-4,-3,-3\}$,不符合集合中元素的互异性,故 $a=-1$ 舍去;

若 $-3=a^2-4$,则 $a=1$ 或 $a=-1$(舍去). 当 $a=1$ 时,集合 $A=\{-2,1,-3\}$,符合题意.

综上所述,实数 a 的值为0或1.

【点拨】求得参数的值后,要将参数值代回检验,判断其是否满足集合中元素的互异性.

题练2-1 如果 a,b,c,d 为集合 A 的四个元素,那么以 a,b,c,d 为边长构成的四边形可能是( ).

A. 矩形　　B. 平行四边形

C. 菱形　　D. 梯形

题练2-2 设 $A=\{1,1+a,1+2a\}$,$B=\{1,b,b^2\}$,若 $A=B$,求 b 的值.

考点3 元素与集合的关系问题(必考)

方法:元素与集合有"属于"和"不属于"两种关系,判断一个元素是否属于集合,一是明确集合中所含元素的共同特征;二是看元素是否满足集合中元素的共同特征,满足即为属于关系,不满足即为不属于关系.

例3 已知 $A=\{x\mid x=m+n\sqrt{2},m,n\in\mathbf{Z}\}$.

(1)设 $x_1=\dfrac{1}{3-4\sqrt{2}}$,$x_2=\sqrt{9-4\sqrt{2}}$,$x_3=(1-3\sqrt{2})^2$,试判断 x_1,x_2,x_3 与 A 之间的关系;

(2)任取 $x_1,x_2\in A$,试判断 x_1+x_2,x_1x_2 与 A 之间的关系.

【思路分析】要判断 x_1,x_2,x_3 以及 x_1+x_2,x_1x_2 与 A 之间的关系,关键是要判断 $x_1,x_2,x_3,x_1+x_2,x_1x_2$ 是否具备集合 A 中元素的两个特点:(1)满足形式 $m+n\sqrt{2}$;(2)$m,n\in\mathbf{Z}$. 若满足,则属于集合 A;否则不属于集合 A.

【解】(1)$\because x_1=\dfrac{1}{3-4\sqrt{2}}=-\dfrac{3}{23}-\dfrac{4\sqrt{2}}{23}$,$\therefore x_1\notin A$.

$\because x_2=\sqrt{9-4\sqrt{2}}=-1+2\sqrt{2}$,$\therefore x_2\in A$.

$\because x_3=(1-3\sqrt{2})^2=19-6\sqrt{2}$,$\therefore x_3\in A$.

(2)任取 $x_1,x_2\in A$,设 $x_1=m_1+n_1\sqrt{2}$,$x_2=m_2+n_2\sqrt{2}$ $(m_1,n_1,m_2,n_2\in\mathbf{Z})$,

则 $x_1+x_2=(m_1+n_1\sqrt{2})+(m_2+n_2\sqrt{2})=(m_1+m_2)+(n_1+n_2)\sqrt{2}$,

其中 $(m_1+m_2),(n_1+n_2)\in\mathbf{Z}$,则 $x_1+x_2\in A$.

由于 $x_1x_2=(m_1+n_1\sqrt{2})(m_2+n_2\sqrt{2})=(m_1m_2+2n_1n_2)+(m_1n_2+m_2n_1)\sqrt{2}$,

其中 $(m_1m_2+2n_1n_2),(m_1n_2+m_2n_1)\in\mathbf{Z}$,则 $x_1x_2\in A$.

【点拨】判断元素是否在集合中,关键是先判断出集合中所含元素的共同特征,然后再看此元素是否具有这一特征.

题练3-1 设 S 是由满足下列条件的实数所构成的集合:

①$1\notin S$;②若 $a\in S$,则 $\dfrac{1}{1-a}\in S$.

请回答下列问题:

(1)若 $2\in S$,则 S 中必有另外两个数,求出这两个数;

(2)求证:若 $a\in S$,则 $1-\dfrac{1}{a}\in S$;

(3)在集合 S 中元素能否只有一个?若能,把它求出来;若不能,请说明理由.

2011·北京海淀练习题

考点4 集合的表示方法

❶用列举法表示集合

方法:(1)用列举法表示集合的步骤:①求出集合中的元素;②把各元素列举出来,并用花括号括起来.

(2)用列举法表示集合,要求元素不重复、不遗漏、不计次序,且元素与元素间用","隔开.

(3)列举法适合表示有限集,当集合中元素的个数较少时,用列举法表示集合较为方便,而且一目了然.

题练4-1 下列命题中正确的( ).

①0与{0}表示同一个集合;

②由1,2,3组成的集合可表示为{1,2,3}或{3,2,1};

③方程 $(x-1)^2(x-2)=0$ 的所有解组成的集合可表示为{1,1,2};

④集合 $\{x\mid 4<x<5\}$ 可以用列举法表示.

A. 只有①和④　　B. 只有②和③

C. 只有②　　D. 以上都不对

#学习习惯#不论对于哪种层次的学生,边看题边思考才是复习数学的主旋律.

例4 用列举法表示下列集合：

(1)$A=\left\{x\in\mathbf{N}\,\middle|\,\dfrac{6}{6-x}\in\mathbf{N}\right\}$；

(2)$B=\left\{\dfrac{6}{6-x}\in\mathbf{N}\,\middle|\,x\in\mathbf{N}\right\}$；

(3)方程组$\begin{cases}2x+y=2,\\x-y=0\end{cases}$的解集；

(4)由$\dfrac{|a|}{a}+\dfrac{b}{|b|}(a,b\in\mathbf{R}$且$a,b\neq0)$所确定的实数集合.

【解】(1)$\because\dfrac{6}{6-x}\in\mathbf{N},x\in\mathbf{N},\therefore\begin{cases}\dfrac{6}{6-x}\geqslant0,\\x\geqslant0,\end{cases}$即$\begin{cases}6-x>0,\\x\geqslant0,\end{cases}$

$\therefore 0\leqslant x<6,x\in\mathbf{N},\therefore x=0,1,2,3,4,5.$

当x分别为$0,3,4,5$时，$\dfrac{6}{6-x}$相应的为$1,2,3,6$，也是自然数，$\therefore A=\{0,3,4,5\}$.

(2)由(1)，知$B=\{1,2,3,6\}$.

(3)由$\begin{cases}2x+y=2,\\x-y=0,\end{cases}$得$\begin{cases}x=\dfrac{2}{3},\\y=\dfrac{2}{3},\end{cases}$故该方程组的解集为$\left\{\left(\dfrac{2}{3},\dfrac{2}{3}\right)\right\}$.

(4)分$a>0$且$b>0$，$a>0$且$b<0$，$a<0$且$b>0$，$a<0$且$b<0$四种情况考虑，

当$a>0$且$b>0$时，$\dfrac{|a|}{a}+\dfrac{b}{|b|}=2$；

当$a>0$且$b<0$时，$\dfrac{|a|}{a}+\dfrac{b}{|b|}=0$；

当$a<0$且$b>0$时，$\dfrac{|a|}{a}+\dfrac{b}{|b|}=0$；

当$a<0$且$b<0$时，$\dfrac{|a|}{a}+\dfrac{b}{|b|}=-2$，

故该集合用列举法表示为$\{-2,0,2\}$.

【点拨】一般来讲，有限集宜采用列举法，它具有直接明了的特点；无限集和不宜一一列举的集合，宜采用描述法. 若无限集中的元素有规律，也可以用列举法.

❷用描述法表示集合

方法：(1)用描述法表示集合的步骤：①弄清元素所具有的形式；②写出其代表元素；③确定元素所具有的属性.

(2)用描述法表示集合时，若需要多层次描述属性，可选用“且”与“或”连接；若描述部分出现元素记号以外的字母，要对新字母说明其含义或指出其取值范围.

例5 用描述法表示下列集合：

(1)$\{2,4,6,8,10,12\}$；

(2)$\left\{\dfrac{1}{3},\dfrac{2}{4},\dfrac{3}{5},\dfrac{4}{6},\dfrac{5}{7}\right\}$；

(3)正偶数集；

(4)被3除余2的正整数集合；

(5)平面直角坐标系中坐标轴上点的集合；

(6)$\{1,2^2,3^2,4^2,\cdots\}$.

【解】(1)可表示为$\{x|x=2n,n\in\mathbf{N}^*$且$n\leqslant6\}$.

(2)可表示为$\left\{x\,\middle|\,x=\dfrac{n}{n+2},n\in\mathbf{N}^*\text{且}n\leqslant5\right\}$.

(3)可表示为$\{x|x=2n,n\in\mathbf{N}^*\}$. 偶数用式子可表示为$x=2n,n\in\mathbf{Z}$，但此处$x$为正偶

题练4-2 集合$\{x\in\mathbf{N}|2x^2-x-1=0\}$用列举法表示为__________.

2012·山东沂水一中高一月考

题练4-3 用描述法表示图1-1.1-1中阴影部分(含边界)的点的坐标.

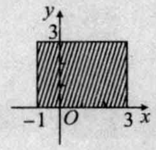


图1-1.1-1

题练4-4 给出下列命题：

(1)方程$\sqrt{x-2}+|y+2|=0$的解集为$\{2,-2\}$；

(2)集合$\{y|y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$与$\{y|y=x-1,x\in\mathbf{R}\}$的公共元素所组成的集合是$\{0,1\}$；

(3)集合$\{x|x-1<0\}$与集合$\{x|x>a,a\in\mathbf{R}\}$没有公共元素.

其中正确的命题的个数为(　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3