

民國叢書

第二編

· 89 ·

中算史論叢

Z121/071:2(89)

上海書店

江南大学图书馆



91154282

民國叢書

第二編
· 89 ·

科學技術史類

中算史論叢

李儼著

無錫教育學院
圖書館藏單

上海書店

李儼著

中算史論叢
(一)

本書據商務印書館1931年版影印

序

年來研治中算史，其論文之發表於各雜誌者，計有十餘篇。意在廣徵海內明達之見，俾獲折衷之說。惟各文刻非一時，收集爲難。而初稿遺譌及印刷錯誤之處，又往往而有。茲特輯錄成冊，以便就正當世。此冊所收者，計有下列各篇：

中算家之 Pythagoras 定理研究 (學藝雜誌 第八卷第二號，十五年十月，第一至二七頁)；重差術源流及其新註 (學藝雜誌 第七卷第八號，十五年四月，第一至一五頁)；大衍求一術之過去與未來 (學藝雜誌 第七卷第二號，十四年九月，第一至四五頁)；敦煌石室「算書」 (中大季刊 第一卷第二號，十五年六月，第一至四頁)；明代算學書志 (圖書館學季刊 第一卷第四期，十五年十二月，第六六七至六八二頁)；明清之際西算輸入中國年表 (圖書館學季刊 第二卷第一期，十六年十二月，第一至三四頁)；對數之發明及其東來 (科

學雜誌第十二卷第二號,第三號,第六號,十六年二月,三月,六月,第一〇九至一五八頁,第二八五至三二五頁,第六八九至七〇〇頁);中算輸入日本之經過(東方雜誌第二二卷第一八號,十四年九月,第八二至八八頁);梅文鼎年譜(清華學報第二卷第二期,十四年十二月,第六〇九至六三四頁)。

中華民國十七年二月十日

李儼記於靈寶

目次

<u>中算家之 Pythagoras 定理研究</u>	1
<u>重差術源流及其新註</u>	39
<u>大衍求一術之過去與未來</u>	61
<u>敦煌石室「算書」</u>	123
<u>明代算學書志</u>	129
<u>明清之際西算輸入中國年表</u>	149
<u>對數之發明及其東來</u>	195
<u>中算輸入日本之經過</u>	349
<u>梅文鼎年譜</u>	363

中算家之 Pythagoras 定理研究

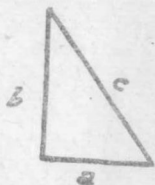
目 次

1. Pythagoras 定理本事。
2. 周髀算經 與 Pythagoras 定理。
3. 九章算經 與 Pythagoras 定理。
4. 句股方圓圖注。
5. 劉徽九章注。
6. 漢唐 算家之論述。
7. 宋元 算家之論述。
8. 明清 算家之論證上。
9. 明清 算家之論證下。
10. 餘論。

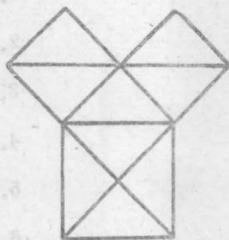
1. Pythagoras 定理本事

畢達哥拉斯 (Pythagoras) 定理者,句羈股羈合成弦羈,如圖句 $=a$, 股 $=b$, 弦 $=c$, 則 $a^2+b^2=c^2$ 是也。德國數學史家 Mortitz Cantor 在所著 Vorlesungen über

Geschichte der Mathematik, Vol. I (三版), Leipzig, 1907, p. 108 謂埃及於公元二千年前已知正三角形勾股弦之比爲 $a:b:c=3:4:5$. Pythagoras (公元



前580?-500?) 生於希臘薩摩斯 (Samos), 曾遊埃及, 其 $a:b:c=3:4:5$ 之說或亦得諸埃及. 嘗立學校於南意大利之克洛吞 (Croton), 後爲政客所忌, 逃亡而被殺於麥塔逢坦 (Metapotum). Pythagoras 氏定理證法今已無傳, 或以爲如右圖以等邊三角爲計算. 至幾何原本之證法, 則出於歐幾里 (Euclid). 希臘以後證



此定理實繁有人. 其詳可觀 Joh. Jos. Jgn. Hoffmann, Der Pythagoräische Lehrsatz mit zwey und dreysig theils bekannten, theils neuen Beweisen. Mainz, 1819, 及 Jury Wipper, Sechsvierzig Beweisen des Pythagoräischen Lehrsatzes. Aus dem Russischen von F. Graap, Leipzig, 1800. 而收羅較富, 則爲 F. Yanney 及 J. A. Calderhead 見於 Am. Math. Monthly, Vols. 3 及 4, 1896 及 1897 者. 北京高師數理雜誌 第二卷第一至四號 (1920-1921)

王邦珍君「Pythagoras 定理之證明」一文，亦載有六十法，惜於吾國算家對此定理之研究，未嘗收錄，此篇之作，則介紹國中研究此定理之經過耳。

2. 周髀算經與 Pythagoras 定理

周髀算經約爲戰國前著作，其原因茲不具述，僅言其與 Pythagoras 定理之關係，按周髀本文：「商高曰，數之法出於圓方，圓出於方，方出於矩，矩出於九九八十一，故折矩以爲句廣三，股修四，徑隅五，既方其外半之一矩，環而共盤得成三，四，五，兩矩共長二十有五，是謂積矩，……」。此言 $a:b:c=3:4:5$ 也。又曰：「周髀長八尺，夏至之日晷一尺六寸，髀者股也，正晷者句也，……故以句爲首，以髀爲股，……若求邪至日者，以日下爲句，日高爲股，句股各自乘，并而開方除之，得邪至日，從髀所旁至日所十萬里」，此言 $c=\sqrt{a^2+b^2}$ ，即 $a^2+b^2=c^2$ 也。又曰：「法曰周髀長八尺，句之損益寸千里，……榮方曰，周髀者何？陳子曰，古時天子治周，此數望之從周，故曰周髀。」關於周髀二字之考據，大都以髀爲股。如廣韻卷三，紙第四，「髀股也，又步米切」，唐·房玄齡晉書卷十一，「髀股也，股者表也」，唐·長孫無忌隋書卷十九，亦言「髀股

也，股者表也」，說文段注，「股髀也，又曰髀骨猶言股骨」是也。日本飯島忠夫支那古代史論第七章(1925)因鄭玄注儀禮聘禮「宮必有碑，所以識日景引陰陽也」，謂碑與髀通。惟漢劉熙釋名「釋典藝第二十」明言「碑，被也。此本王莽時所設也，施其轆轤，以繩被其上，以引棺也，……」，似此則飯島之說不能成立。至周之爲解則周髀本文明言「古時天子治周，此數望之從周，故曰周髀」，唐房玄齡晉書，唐長孫無忌隋書并言「其本庖犧氏立周天曆度，其所傳則周公受於殷商，周人志之，故曰周髀」，宋李籍周髀算經音義稱「周天曆度，本庖犧氏立法，其傳自周公受之於大夫商高，故曰周髀」，宋陳振孫直齋書錄解題卷十二「曆象類」周髀算經二卷，音義一卷條下稱「周髀者蓋天之書也，稱周公受之商高，而以句股爲術，故曰周髀」，此一說也。亦有以周爲環，如唐房玄齡晉書，及宋李籍周髀算經音義并言「……每衡周經里數，各依算術用句股重差，推晷影極游，以爲遠近之數，皆得於表股者也，故曰周髀。」清陳杰算法大成上編(1844金望欣序)卷二「句股」稱「句股之法，始於周髀算經……周，環也，髀

股也，環其股以爲法，遂名爲句股云，[句者曲也……]。此又一說也。

3. 九章算經與 Pythagoras 定理.

九章算經所述 Pythagoras 定理問題見卷九句股章。清·陳杰以爲句股出於周髀說見前節。漢·鄭玄釋周禮地官保氏九數云：「九數：方田，粟米，差分，少廣，商功，均輸，方程，贏不足，旁要；今有重差，夕桀，句股」，此言漢時有重差，夕桀，句股各術，即九章算經卷九句股章亦爲漢時所增也。魏·劉徽注九章於句股稱「短面曰句，長面曰股，相與結角曰弦，句短其股，股短其弦，將以施於諸率，故先具此術以見其源也。」，宋·李籍九章算術音義句股注稱「句短面也，股長面也，短長相推以求其弦，故曰句股」，九章本文句股「術曰，句股各自乘，并而開方除之，即弦」，即 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ ，由此化得 $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ ， $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ ， $\frac{a^2}{c-b} = c+b$ ， $\frac{b^2}{c-a} = c+a$ ，四式，其餘和較雜糅，則未及也。至句股弦相與之率，於 $3^2 + 4^2 = 5^2$ 外，并知 $5^2 + 12^2 = 13^2$ ， $7^2 + 24^2 = 25^2$ ， $8^2 + 15^2 = 17^2$ ， $20^2 + 21^2 = 29^2$ 焉。劉徽圖注，僅存其注，舊圖已佚。

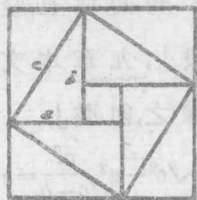
九章又言帶從開方，如第二十問爲 $x^2 + (14+20)$

$x=2(1775 \times 20)$ 是也。

4. 句股方圓圖注。

趙爽字君卿，一曰名嬰，宋·李籍謂「不詳何代人」，宋·鮑澣之疑爲「魏、晉之間人」，清·阮元因「本周髀算經題」云漢·趙君卿注，故系於漢代，日本·三上義夫因其周髀注有法出九章之語，知其習知九章算經之法，茲將其「句股方圓圖注」分左右兩列解釋如下。

「趙君卿曰，句股各自乘，併之爲弦實，開方除之，卽弦也。」



(弦圖)

「案弦圖，又可以句股相乘爲朱實二，倍之爲朱實四，以句股之差自乘爲中黃實，加差實，亦成弦實。」

令 $a = \text{句}$, $b = \text{股}$, $c = \text{弦}$,

如題意

$$a^2 + b^2 = c^2, \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}, \dots (1)$$

如弦圖, $2ab + (b-a)^2 = c^2, \dots$

$$\dots\dots\dots (2)$$

此與印度·巴斯卡刺·阿剌雅 (Bhaskara Acarya) 在一一五〇年所證明者相類。

「以差實減弦實，半其餘，以差爲從法，開方除之，復得句矣，加差於句即股。」

「凡并句股之實，即成弦實，或矩於內，或方於外，形詭而量均，體殊而數齊」

「句實之矩，以股弦差爲廣，股弦并爲袤，而股實方其裏，減矩句之實於弦實，開其餘即股。倍股在兩邊爲從法，開矩句之角，即股弦差，加股爲弦。」

「以差除句實，得股弦并，以并除句實，亦得股弦差。」

$$\text{從(2)得 } \frac{c^2 - (b-a)^2}{2} = ab = A \dots$$

$$\dots\dots\dots (3)$$

$$\text{令 } b-a=p, \quad a=x.$$

$$\text{則 } x^2 + px - A = 0 \dots\dots\dots (4)$$

$$x+p=b.$$

$$(c-b)(c+b) = c^2 - b^2 = a^2 = B$$

$$\dots\dots\dots (5)$$

$$\sqrt{c^2 - (c-b)(c+b)} = b,$$

$$\text{令 } 2b=q, \quad a-b=y,$$

$$\text{則 } y^2 + qy - B = 0 \dots\dots\dots (6)$$

$$y+b=c$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a^2}{c-b} = c+b \\ \frac{a^2}{c+b} = c-b \end{array} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

「令并自乘，與句實爲實，倍并爲法，所得亦弦，句實減并自乘，如法爲股。」

.....

「兩差相乘，倍而開之，所得以股弦差增之爲句，以句弦差增之爲股，兩差增之爲弦。」

「倍弦實，列句股差實見弦實者，以圖考之；黃實之多，卽句股差實，以差實減之，開其餘，得外大方，大方之面卽句股并也，令并自乘，倍弦實，減之，開其餘，得中黃方，黃方之面，卽句股差。」

「以差減并，而半之爲句，加差於并，而半之爲股。」

$$\left. \begin{aligned} \frac{(c+b)^2 + a^2}{2(c+b)} &= c, \\ \frac{(c+b)^2 - a^2}{2(c+b)} &= b, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

$$\sqrt{2(c-a)(c-b)} = a + b - c \dots\dots\dots (9)$$

$$2c^2 - (a+b)^2 = (b-a)^2 \dots (10)$$

$$\sqrt{2c^2 - (b-a)^2} = a + b = s \dots\dots\dots (11)$$

$$\sqrt{2c^2 - (a+b)^2} = b - a = t \dots\dots\dots (12)$$

$$\frac{s-t}{2} = a \dots\dots\dots (13)$$

$$\frac{s+t}{2} = b \dots\dots\dots (14)$$

「其倍弦爲廣袤合，而令句股見者自乘爲其實，四實以減之，開其餘，所得爲差，以差減合，半其餘爲廣，減廣於弦，即所求也。」

$$\text{因 } 2c = y (=c-b) + y_1 (=c+b) \dots\dots\dots (15)$$

$$\text{而 } yy_1 = a^2 \dots\dots\dots (16)$$

$$\text{則 } \sqrt{4c^2 - 4a^2} = y_1 - y \dots\dots (17)$$

$$y = \frac{2c - \sqrt{4c^2 - 4a^2}}{2} \dots\dots (18)$$

$$\text{則 } b = c - y.$$

5. 劉徽九章注.

魏陳留王景元四年(263)注九章算術，於「句股術」注曰「句股幂合以成弦幂」，又曰，「句自乘爲朱方，股自乘爲青方，令出入相補，各從其類，因就其餘不移動也，合成弦方之幂，開方除之即弦也。」，又曰，「……句長而股短，故術以木長謂之句，圍之謂之股，言之倒互，句與股求弦，亦如前圖；句三自乘爲朱幂，股四自乘爲青幂，合朱青二十五爲弦五自乘幂，出上，第一圖句股幂合爲弦幂明矣。然二幂之數謂倒互於弦幂之中，而已可更相表裏，居裏者則成方幂，其居表者則成矩幂，二表裏形訛而數均。又按此圖句幂之矩，朱卷居裏，是其幂以股弦差爲實，股弦并爲表，而股幂方其裏，股幂之矩，青卷居表，是其

冪以句弦差爲廣，句弦并爲表，而句冪方其裏。是故差之與并除之，短長互相乘也。」以上據宋楊輝詳解九章算法，文與算經十書本略異。

劉徽於「今有戶高多於廣六尺八寸，兩隅相去適一丈，門戶高廣各幾何。答曰，廣二尺八寸，高九尺六寸。」題注曰：「令戶廣爲句，高爲股，兩隅相去一丈爲弦，高多於廣六尺八寸爲句股差冪，開方除之，其所得卽高廣并數，以差減并而半之，卽戶廣，加相多之數，卽戶高也。」

「今此術先求其半一丈自乘，爲朱冪四，黃冪一，半差自乘又倍之，爲黃冪四分之一，減實半其餘，有朱冪二，黃冪四分之一，其於大方乘四分之一，適得四分之一，故開方除之，得高廣并數之半，減差半得廣，加得戶高。」

如弦圖

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left[c^2 - 2 \left(\frac{b-a}{2} \right)^2 \right] \\ &= 2 \times \frac{ab}{2} + \frac{(b-a)^2}{4} \\ &= \left(\frac{b+a}{2} \right)^2 \end{aligned}$$

