

数学

中考 夺魁



100

天

柯 普 秦家达 主编
乔荣凝 刘增佑 编写
朱靖英 傅小平
张 云

陕西人民教育出版社

中考夺魁 100 天

数 学

柯 普	秦家达	主 编
乔荣凝	刘增佑	
朱靖英	傅小平	合 编
张 雲		

陕 西 人 民 教 育 出 版 社

(陕)新登字 004 号

中考夺魁 100 天

数 学

柯 普 秦家达 主编
乔荣疑 刘增佑 朱靖英
傅小平 张 云 合编

陕西人民教育出版社出版发行

(西安长安路南段 376 号)

各地新华书店经销 蒲城县印刷厂印刷

787×1092 毫米 1/32 开本 15 印张 322 千字

1994 年 12 月第 1 版 1994 年 12 月第 1 次印刷

印数:1—10100

ISBN 7—5419—5965—0/G·5136

定 价:7.80 元

出版说明

这套书可以帮助初三毕业班学生在三个月左右的时间内系统地复习和牢固地掌握初中语文、数学、英语、物理、化学五个学科的基础知识和基本技能,达到最佳的应试状态,从而在升学和就业考核中夺取最理想的成绩。

如何使学生以最快捷有效的方式吃透初中课程,掌握知识要点,提高解决问题的实际能力,是初中毕业班遇到的一个实际问题。本套书的最大特点就是系统、集中、简要、实用,特别适合于毕业班学生时间紧,复习量大的实际情况。

本套书包括语文、数学、英语、物理、化学各一册,每册书分作三大部分。第一部分是学科内容的系统化复习,分做若干单元。每个单元又包括五个方面:(1)知识精要——把本学科的基本知识、基本概念和基本规律以最简练而有条理的方式归纳成一个系统,组成知识网络,便于学生记忆和应用。(2)例题示范——选择典型例题进行示范分析,帮助学生掌握分析问题、解决问题的思路,提高解题的准确性。(3)疑难指点——对一些疑难概念尽可能进行透彻分析,以指点迷津。(4)常见错误分析——对考试中的常见错误,进行分析,指出原因,提出防止办法,帮助学生少丢分。(5)单元练习——配备适量的多种题型的练习,举一反三地提高学生运用知识的能力。第二部分包括综合测试题2~3份,难度不等的模拟试卷和1994年北京市中考统一试卷。第三部分为单元练习、测试题及试卷的参考答案,部分难度较大的题给出简略解法或提示。

参加本书编写的是北京师范大学附属中学和实验中学的部分高级教师，书中体现了他们多年来从事教学和指导毕业班复习的宝贵经验。本书是初三学生、教师和家长必备的优秀复习指导书。

目 录

第一部分

第一章	实数	(1)
第二章	整式	(21)
第三章	分式	(40)
第四章	二次根式	(56)
第五章	方程	(74)
第六章	方程组	(107)
第七章	列方程(组)解应用题	(124)
第八章	指数与对数	(141)
第九章	函数及其图象	(157)
第十章	不等式和不等式组	(178)
第十一章	三角函数和解直角三角形	(195)
第十二章	解斜三角形	(211)
第十三章	统计初步	(226)
第十四章	直线、相交线和平行线	(238)
第十五章	三角形	(257)
第十六章	四边形	(286)
第十七章	比例线段和相似三角形	(312)
第十八章	圆	(341)
第十九章	圆与正多边形、圆的有关计算	(367)
第二十章	命题与轨迹	(378)

第二部分

综合测试(一).....	(390)
综合测试(二).....	(394)
综合测试(三).....	(400)
综合测试(四).....	(404)
综合测试(五).....	(408)

第三部分

单元练习答案.....	(413)
综合测试(一)答案.....	(436)
综合测试(二)答案.....	(440)
综合测试(三)答案.....	(445)
综合测试(四)答案.....	(446)
综合测试(五)答案.....	(450)

附:北京市 1994 年初中毕业、升学统一考试数学试卷	(455)
北京市 1994 年初中毕业、升学统一考试数学试卷答案及 评分标准	(460)

第一部分

第一章 实数

一、知识精要

本章的主要内容是数的概念、运算性质和运算定律,其中重点内容是有理数的概念及其运算.

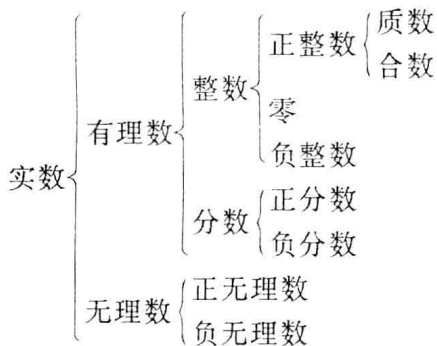
1. 实数的概念及其分类

有理数和无理数统称为实数.

整数和分数统称为有理数.任何有理数都可以表示为 $\frac{p}{q}$ (p, q 均为整数, $q \neq 0$).如果把有理数表示成小数的形式,那么一定是有限小数或无限循环小数.

无限不循环小数叫无理数.

实数的分类如下:



其中整数又可按其奇、偶性分为奇数与偶数. 奇数的一般表达式为 $2n - 1$, 其中 n 是整数; 偶数的一般表达式为 $2n$, 其中 n 为整数.

2. 与实数有关的几个概念

(1) 数轴

规定了原点、正方向和长度单位的直线叫数轴, 原点、正方向和长度单位是数轴的三要素.

对于数轴上的每一个点都可以找到唯一的实数与它对应; 反之, 对于每一个实数, 也总可以在数轴上找到一个确定的点与之对应. 数轴上的点与实数之间有一一对应的关系. 有了这种对应关系, 就把直线上的点与数联系起来, 为应用数形结合的思想方法研究问题奠定了基础.

(2) 相反数

只有符号不同的两个数, 我们把其中的一个叫做另一个的相反数, 零的相反数是 0.

数 a 的相反数是 $-a$, 这里 a 表示任意一个数, 可以是正数、负数或 0.

两个互为相反数的数的特征是它们的和为零, 即 a, b 互为相反数 $\Leftrightarrow a + b = 0$.

(3) 绝对值

实数 a 的绝对值是数轴上表示实数 a 的点与原点的距离. 若 a 表示实数, 由绝对值的意义有

$$|a| = \begin{cases} a, & (\text{当 } a > 0 \text{ 时}) \\ 0, & (\text{当 } a = 0 \text{ 时}) \\ -a, & (\text{当 } a < 0 \text{ 时}) \end{cases}$$

由绝对值的意义可知: $|a| \geq 0$, 即一个实数 a 的绝对值是

一个非负实数.

(4) 倒数

1 除以一个数的商叫做这个数的倒数,零没有倒数.

若 a 表示一个不等于 0 的实数,则 a 的倒数为 $\frac{1}{a}$.

两个互为倒数的特征是乘积为 1,即 a, b 互为倒数 $\Leftrightarrow a \cdot b = 1$.

3. 实数大小的比较

两个任意的实数 a, b 均可比较大小.

在数轴上表示两个数的点,右边的点所表示的数总比左边的点所表示的数大.

由此可知:正数都大于 0;负数都小于 0;正数大于一切负数;两个正数,绝对值较大的正数大;两个负数,绝对值较大的反而小.

4. 实数的运算

(1) 有理数的运算

① 在有理数范围内,加、减、乘、除(零不能作除数)运算全能实施.

② 运算法则

运算法则	同 号		异 号	
	符号	绝对值	符号	绝对值
加 法	取原来的符号	相加	取绝对值较大的符号	相减
减 法	减去一个数等于加上它的相反数,即 $a - b = a + (-b)$			
乘 法	取正	相乘	取负	相乘
除 法	取正	相除	取负	相除

说明: i) 有理数的加法、减法可统一为求代数和的运算.

ii) 一个数除以另一个数, 等于这个数乘以另一个数的倒数, 因此, 乘、除法也是可以统一的.

iii) 有理数的乘方(指数为正整数)是特殊的乘法运算, 它的意义是求 n 个相同因数的积的运算, 即 $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \uparrow}$ (n 为正整数). 求一个数的平方或立方可查平方表或立方表.

③ 运算定律

在进行有理数运算时, 灵活运用以下定律可以使计算简便.

加法交换律: $a + b = b + a$

加法结合律: $(a + b) + c = a + (b + c)$

乘法交换律: $a \cdot b = b \cdot a$

乘法结合律: $(ab)c = a(bc)$

分配律: $a(b + c) = ab + ac$.

(2) 实数的运算

在实数范围内, 加、减、乘、除、乘方的运算全能实施, 运算结果仍是实数, 而开方的运算结果不一定是实数, 负实数的开偶次方的运算在实数范围内不能实施.

有理数的运算性质、定律在实数范围内都适用.

在实数范围内进行运算的顺序是: ① 在没有括号的运算中, 遇到加、减、乘、除、乘方、开方这六种运算时要先乘方、开方(三级运算)再乘、除(二级运算)最后加、减(一级运算); 在同一级运算中, 在没有括号时, 严格按照自左向右顺序进行; ② 如果有括号, 先作括号内的运算; ③ 可依据运算定律变更上述运算顺序减轻计算量.

在实数的运算中经常会遇到近似数,注意按要求的精确度进行计算.对绝对值较大的数可用科学记数法正确表示,注意对有效数字的要求.

二、例题示范

[例1]将下列各数填在相应的大括号内. $\frac{23}{6}$ 、 $\sqrt{27}$ 、 $0.\dot{2}1$ 、 $-\frac{\pi}{3}$ 、 $\frac{1}{\pi}$ 、 -1 、 0.7 、 $\sqrt{4}$.

有理数集合: { }.

无理数集合: { }.

实数集合: { }.

分析:根据有理数的定义是整数、分数的统称,又如果把有理数表示成小数形式是有限小数或无限循环小数,所以 $\frac{23}{6}$ 、 $0.\dot{2}1$ 、 -1 、 0.7 、 $\sqrt{4}$ 是有理数;无理数是无限不循环小数,所以 $\sqrt{27}$ 、 $-\frac{\pi}{3}$ 、 $\frac{1}{\pi}$ 是无理数,实数是有理数与无理数的统称,所以上述这些数全是实数.

这里要注意 $\sqrt{4}$ 虽然形式上是二次根式形式,但它实质上等于 2,是有理数. $-\frac{\pi}{3}$ 、 $\frac{1}{\pi}$ 形式上是 $\frac{p}{q}$ 的形式,但分子或分母是 π , π 是无理数而不是整数,因此 $-\frac{\pi}{3}$ 、 $\frac{1}{\pi}$ 是无理数而不是有理数.

解:略.

[例2] a 、 b 、 c 三数在数轴上对应的点如图 1—1—1,试求 $|a-b| + |b| + |a-c| - |a-|a|| - |c|$ 的值.

分析:由图观察: $c > 0, a < b < 0$;因此可得所求式中各绝对值符号内各式的符号.

再由绝对值的意义去掉绝对值符号,化简即可求值.

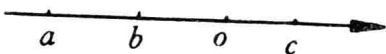


图 1-1-1

解: $\because c > 0, a < b < 0$,

$$\begin{aligned}\therefore a - b < 0, a - c < 0, a - |a| &= a + a \\ &= 2a < 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore |a - b| + |b| + |a - c| - |a - |a|| - |c| \\ &= -(a - b) + (-b) + (c - a) - (-2a) - c \\ &= b - a - b + c - a + 2a - c = 0\end{aligned}$$

[例 3] 已知 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, e 是绝对值为 0 的数, f 表示数轴上与原点距离为 1 的点所对应的实数.

求: $\frac{a+b}{cd} + f^{100} - e^2 - 2cd$ 的值.

分析:本题主要考查相反数、倒数、绝对值、数轴等概念, 由于 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, 根据相反数与倒数的特点有 $a + b = 0, cd = 1$. e 是绝对值为 0 的数, 所以有 $e = 0$. f 是数轴上与原点距离为 1 的点所对应的实数, 这样的数有两个, $+1$ 或 -1 , 所以 $f = \pm 1$. 但所求式中有 f 的地方只是 f^{100} , $(\pm 1)^{100}$ 都等于 1. 因此本题的结果只有一个. 把以上分析的结果代入所求式即可求值.

解:由已知得: $a + b = 0, cd = 1, e = 0, f = \pm 1$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{a+b}{cd} + f^{100} - e^2 - 2cd \\ &= \frac{0}{1} + (\pm 1)^{100} - 0^2 - 2 \cdot 1 \\ &= -1\end{aligned}$$

[例 4] 下列各式中正确的个数是().

$$(1) |-0.8| > |-0.9| \quad (2) |-\frac{1}{2}| < \frac{1}{3}$$

$$(3) |-\frac{3}{5}| > \frac{4}{7} \quad (4) -|-\frac{1}{5}| > -|-\frac{1}{3}|$$

(A) 0 个

(B) 1 个

(C) 2 个

(D) 3 个

分析: 本题是加入了绝对值概念的比大小的问题. 比较时要先求出各绝对值, 然后按照实数比大小的原则进行比较. 要特别注意第(4) 小题求出绝对值后要比较的是 $-\frac{1}{5}$ 与 $-\frac{1}{3}$ 的大小, 根据两负数绝对值较大的反而小的比大小原则, 有 $-\frac{1}{5} > -\frac{1}{3}$, 即有 $-|-\frac{1}{5}| > -|-\frac{1}{3}|$, 所以(4) 式对.

解: 由于(3)、(4) 式正确, 所以应选(C).

[例 5] 计算

$$(1) \quad (-5\frac{2}{3}) - (-2) - (+6.5) - (-\frac{1}{3})$$

$$+ (-3.5) + (-3\frac{1}{3})$$

$$(2) \quad 5\frac{1}{2} \div (-3\frac{1}{2}) \times (-5\frac{1}{2}) \div (-1\frac{1}{3}) \times (-\frac{2}{11})$$

分析: 由于加法、减法可统一成省略加号的代数和, 因此第(1) 小题要先根据法则把减法转化成加法写成省略加号的代数和形式, 然后利用加法交换律与结合律将相同分母的分数和是小数的加数分别相加得到整数后再和别的加数相加, 这样做可使运算简化.

第(2) 小题可根据除一个数等于乘上这个数的倒数的法则将本题的乘、除法混合运算统一为乘法运算. 统一为乘法

后,要注意符号问题,由于本题中负因数的个数为偶数,所以乘积的符号为正,此外本题还要注意运用乘法的交换律使运算简便.

$$\text{解: (1) } (-5\frac{2}{3}) - (-2) - (+6.5) - (-\frac{1}{3})$$

$$+ (-3.5) + (-3\frac{1}{3})$$

$$= -5\frac{2}{3} + 2 - 6.5 + \frac{1}{3} - 3.5 - 3\frac{1}{3}$$

$$= -5\frac{2}{3} + \frac{1}{3} - 3\frac{1}{3} - 6.5 - 3.5 + 2$$

$$= -5\frac{1}{3} - 3 - 10 + 2$$

$$= -18\frac{1}{3} + 2$$

$$= -16\frac{1}{3}$$

$$(2) \quad 5\frac{1}{2} \div (-3\frac{1}{2}) \times (-5\frac{1}{2}) \div (-1\frac{1}{3})$$

$$\times (-\frac{2}{11})$$

$$= \frac{11}{2} \times (-\frac{2}{7}) \times (-\frac{11}{2}) \times (-\frac{3}{4}) \times (-\frac{2}{11})$$

$$= + (\frac{11}{2} \times \frac{2}{11} \times \frac{2}{7} \times \frac{11}{2} \times \frac{3}{4})$$

$$= \frac{33}{28} = 1\frac{5}{28}$$

[例 6] 计算

$$\{0^3 - 3^2 - [(-\frac{3}{2})^3 \times (-\frac{4}{3})^2 \div (-\frac{1}{2}) - 1]\}$$

$$\div (-20)$$

分析:本题计算时要注意有理数运算顺序,先做括号内的

运算,做时要先里后外,即先做小括号,再做中括号,最后做大括号内的运算.在同一括号内先三级、再二级、最后做一级运算.如果是同级运算,严格按照自左至右的顺序进行运算.此外本题还要注意乘方的运算中 $-3^2 = -9$,它与 $(-3)^2 = 9$ 不同.

解:原式

$$\begin{aligned}
 &= \{0^3 - 3^2 - [(-\frac{27}{8}) \times (+\frac{16}{9}) \times (-2) - 1]\} \\
 &\quad \div (-20) \\
 &= [0 - 9 - (12 - 1)] \div (-20) \\
 &= (0 - 9 - 11) \div (-20) \\
 &= (-20) \div (-20) \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

[例 7] 求 1 、 $-\frac{2}{3}$ 、 $+\frac{3}{4}$ 、 $-\frac{5}{6}$ 的代数和除以 -12 的倒数所得的商.

分析:本题应先列式再求值,列式中注意代数和与倒数的概念.在进行计算时要注意正确应用运算定律简化计算.

解:由题意,列算式得:

$$\begin{aligned}
 &(1 - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6}) \div (-\frac{1}{12}) \\
 &= (1 - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6}) \times (-12) \\
 &= 1 \times (-12) - \frac{2}{3} \times (-12) + \frac{3}{4} \times (-12) \\
 &\quad - \frac{5}{6} \times (-12) \\
 &= -12 + 8 - 9 + 10 \\
 &= -3
 \end{aligned}$$

[例8]已知: $2.58^2 = 6.656$, $9.584^3 = 880.3$, 求: $25.8^2 + 0.9584^3$ 的值(保留三个有效数字)

分析:此题要先求出 25.8^2 , 0.9584^3 的值才能按要求的值. 在求 25.8^2 与 0.9584^3 的值时要注意小数点的移动.

解: $\because 2.58^2 = 6.656$, $9.584^3 = 880.3$

$$\therefore 25.8^2 = 665.6, \quad 0.9584^3 = 0.8803$$

$$\therefore 25.8^2 + 0.9584^3$$

$$= 665.6 + 0.8803$$

$$= 666.4803$$

$$\approx 666$$

三、疑难指点

题1 在实数范围内有没有相反数等于它本身的数?有没有倒数等于它本身的数?有没有绝对值等于它本身的数?如果有,请指出是哪些数?如果没有,请说明理由.

分析:解此题要求对相反数、倒数、绝对值的概念有明确的认识,可通过列式求解.如所求的数存在,设它为 a ,由题意求的应是满足 $a = -a$, $a = \frac{1}{a}$, $|a| = a$ 的数.由所涉及到的概念易求 a 应是什么数.

解:设所求数为 a .

如果 a 的相反数等于它本身,则应有 $a = -a$,可求得 $a = 0$.因此相反数等于它本身的数为 0.

如果 a 的倒数等于它本身,则应有 $a = \frac{1}{a}$,因此有 $a^2 = 1$,可求得 $a^2 = 1$, $a = \pm 1$,因此倒数等于它本身的数有两个,它们是 ± 1 .