



大学生数学能力 培养研究

◎任伯许 著

大学生数学能力培养研究

任伯许 著

中国海洋大学出版社
• 青岛 •

图书在版编目(CIP)数据

大学生数学能力培养研究 / 任伯许著. —青岛：
中国海洋大学出版社, 2012. 8
ISBN 978-7-5670-0044-5
I. ①大… II. ①任… III. ①大学生—数学—能力培
养—教学研究 IV. ①O1-42
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 181543 号

出版发行 中国海洋大学出版社
社址 青岛市香港东路 23 号 **邮政编码** 266071
出版人 杨立敏
网址 <http://www.ouc-press.com>
电子信箱 dengzhike@sohu.com
订购电话 0532—82032573(传真)
责任编辑 邓志科 **电话** 0532—85902342
印制 日照报业印刷有限公司
版次 2012 年 8 月第 1 版
印次 2012 年 8 月第 1 次印刷
成品尺寸 148 mm×210 mm
印张 8
字数 230 千
定价 22.00 元

前　言

数学教育作为教育的一个重要组成部分,对人的发展和社会的发展都有着十分重要的作用。严士健、张奠宙、王尚志等教授认为:“数量意识和用数学语言进行交流的能力已经成为公民基本的素质和能力,他们能帮助公民更有效地参与社会生活。实际上,数学已经渗透到人类社会的每一个角落,数学的符号与句法、词汇和术语已经成为表述关系和模式的通用工具。”总之,数学已成为现代社会的一种文化,数学的观念在不同层次上影响着我们的生活方式和工作方式。数学已渗透到各个领域,以致出现了数学社会科学,由于数学科学的特殊地位,使得数学教育与素质教育存在着非同一般的关系,即数学教育蕴涵着重要的素质教育因素,而素质教育只有依附数学内容才能发挥它的巨大功能。数学素质,作为人的素质的重要组成部分,是数学情感、态度、价值观、知识、技能的综合体现。培养学生具有较高的数学素质,不仅能使学生获得知识,增长技能,而且能使其品质行为得到全面发展。

高等院校数学教育中培养学生的数学素质,关键在于培养学生的数学理念与数学精神,同时培养学生探索真理的信念和能力,使他们懂得数学的价值,领悟数学的真谛,学会数学地思考和解决问题。从而使他们形成科学的态度和逻辑化、条理化的思想品质,养成言之有据的良好习惯。因此,我们要树立科学理念、营造浓郁氛围、改进教学手段与教学方式、重视实践活动,全面提高高等院校学生的数学素质。

本书共六章。第一章的主要内容是培养学生数学素质的理论基础,侧重于研究培养高等院校学生数学素质的一般规律和方法;第二、三、四、五、六章是作者结合自己多年的高职院校数学教学实践,分别从数学思想方法素质、数学思维能力培养、数学问题提出

能力培养、数学文化素质培养、数学应用素质培养的角度探寻高职院校学生数学能力培养的教学策略。

由于作者水平有限,书中难免会有错误和不当之处,敬请专家学者及广大读者批评指正。

本书的出版,得到中国海洋大学出版社的热情支持和帮助,在此,表示衷心的感谢!

编者

2012年3月

目 录

第一章 数学素质培养的理论基础	(1)
第一节 数学素质的内涵及其构成	(1)
第二节 数学素质的生成	(16)
第三节 我国学生数学素质的教学现状及影响因素 ...	(32)
第四节 培养学生数学素质的教学策略及教学建议 ...	(37)
第二章 数学思想方法素质培养	(58)
第一节 数学思想方法概述	(58)
第二节 培养学生数学思想方法素质的意义	(62)
第三节 数学思想方法的形成过程及教学原则	(68)
第四节 高等数学中常见的数学思想方法	(76)
第五节 培养学生数学思想方法素质的教学策略	(85)
第三章 数学思维能力培养	(92)
第一节 数学思维概述	(92)
第二节 高等数学教学中应该培养的数学思维能力及教学原 则	(100)
第三节 努力培养学生良好的思维品质	(111)
第四节 培养学生数学思维能力的教学策略	(117)
第四章 数学问题提出能力的培养	(132)
第一节 数学问题提出概述	(132)
第二节 数学问题提出的一般理论研究	(139)
第三节 培养学生数学问题提出能力的教学策略	(149)

第五章 数学文化素质的培养	(168)
第一节 数学文化概述	(168)
第二节 数学文化的教育功能	(179)
第三节 高等数学的人文价值与教育价值	(188)
第四节 培养学生数学文化素质的教学策略	(193)
 第六章 数学应用素质的培养	(208)
第一节 数学应用意识概述	(208)
第二节 影响数学应用意识培养的因素剖析	(213)
第三节 培养学生数学应用意识的教学策略	(216)
第四节 培养学生数学建模能力的教学策略	(230)
 参考文献	(247)

第一章 数学素质培养的理论基础

第一节 数学素质的内涵及其构成

一、数学素质的本质属性

数学素质的含义应该在分析数学素质本质属性的基础上给出,这是因为,一个概念的本质属性能揭示它与其他概念的联系与区别,通过揭示其本质属性可以帮助我们更加明确它,并去理解它。数学素质的本质属性就在于它具有境域性、个体性、综合性、外显性和生成性等特点。

(一)数学素质的境域性

所谓“境域性”是指任何知识都存在于一定的时间、空间、理论范式、价值体系、语言符号等文化因素之中。任何知识的意义不仅仅是由于其本身的陈述来表达的,更是由其所位于的整个意义系统来表达的;离开这种特定的境域,既不存在任何知识,也不存在任何认识主体和认识行为。^① 数学素质更加体现了知识的境域性特点,数学素质离不开数学知识,无论是数学素质的形成还是数学素质的外显均依赖特定的情境,如果没有特定的情境,数学素质是无法外显出来的。我们说某个人具有一定的数学素质,一般都是在特定的情境中,通过观察这个人解决问题时的表现来说的。因此,离开特定的情境判断一个人是否具有数学素质是难以做到的,而且国内外研究趋势也明显突出了学生在真实情境中的表现。

(二)数学素质的个体性

数学素质的个体性是指数学素质具有很强的个性特点。数学

^① 石中英. 教育哲学导论[M]. 北京:北京师范大学出版社,2004:158.

素质外显关键在于个体对已有认知的调整。从心理学的角度来看，“由于每个人的知觉环境是独特的，很明显，虽然两个人会出现在空间和时间的同一位置上（或尽可能的这样相近），但可能具有非常不同的心理环境。而且，面对着相同的‘客观事实’的两个同等智力水平的人的行为，可能由于各自的目的与经验背景的差异而截然不同”。^① 而且，从知识传授的角度来说，能够传授（传递）的常常是知识的表层，这个表层是非本质的。借用叔本华的比喻：这种知识不过是探索者留下的足迹而已，我们也许看清了他走过的路径，但我们不能从中知道他在一路上看到些什么。要想知道探索者看到了什么，就必须深入到知识的深层，即未可言明的，而且是个人化的知识。因为是未可言明的，所以我们无法通过对表层的、可言明知识的了解而看到探索者所看到的知识。因为它是个个人化的，所以它往往只能为本人的感受，如果我想看到它，就必须在某种程度上重复其探索的过程，使自己在某种程度上成为创立这门知识的个人。

数学素质表现出与其他概念明显的不同，正是由于数学素质构成的多样性以及个体的差异。其实，数学本身就是一种人类活动，数学知识体系凝聚着人的智慧、蕴涵着人的思想观念，反映出人的信念、意向、行为准则和思维方式。数学素质与数学的不同之处就在于数学素质融入了个体对数学的体验、感悟和反思的结果。个体对数学所生成不同的体验、感悟和反思便形成了鲜明的个体性。

（三）数学素质的综合性

数学素质是一个系统，具有整体性特点，这也正是数学素质与数学知识的不同之处。从内容上来看，数学素质包含着数学知识、数学情感、数学的思维、数学思想方法以及数学所体现出的科学精神和人文精神。这些内容构成一个相互联系的有机统一体，各个

^① [美]比格. 学习的基本理论与教学实践[M]. 张敷荣，等译. 北京：文化教育出版社，1983：271.

部分与要素之间相互联系、相互影响和相互制约。而数学素质的个体性使得这些要素具备了生命特征,而生命系统的基本特点之一便是相互作用。在生命系统中,各组成部分不是以相互孤立而是以相互联系及与系统整体的关系的角度来界定的。这是生物学独有的特性之一,这一特性使它更适合作为人类发展的模式。从数学素质表征来看我们可以将数学素质描述为稳定的心理状态或者心理属性,也可描述为品质、行为表现以及综合能力。事实上,素质是一种精神,一种品质,一种无形之物。没有任何一种单独的特征能够概括人的素质,然而素质又随时会以某种形式表现出来。素质是一个人的品格、精神、知识、能力、学识、言谈、行为举止等的综合。所以,数学素质具有综合性特征,任何一种单独的特征都难以表征数学素质的特征。

(四) 数学素质的外显性

数学素质的外显性是指作为社会动物的一个人,总处在与他人相互作用的过程中,个人的数学素质需要通过其行为表现出来。数学素质能否生成,需要主体通过其外显性来确认,也就是学生在其现实情境中表现出来的数学行为。这也就是说,一个具有数学素质的人,在现实生活中会表现出其具有数学素质的特征。一个人是否具备数学素质可以通过观察他在真实情境中的行为来判断。无论是国际数学教育研究还是国内数学教育研究都要求学生在真实情境中表现出自身良好的数学素质,并试图寻求各种途径来描述数学素质的行为特征。

(五) 数学素质的生成性

数学素质的生成性是相对数学知识的传授和接受来说的。“素质的基本特点决定了素质的教学方式不同于单纯知识的教学方式。知识可以用传递—接受甚至灌输—记忆的方式进行教学。而素质显然不能用言传口授的方式直接从一个人那里传递给另外一个人,对应地,学习者也不能简单地用接受的方式直接从他人那

里获得现成的素质。”^①因此,数学课堂教学可以将数学知识与数学技能传授给学生,而学生也可以通过数学课堂教学接受。但数学素质只能在主体所经历的数学活动中才能产生,并在真实情境中表现出来,主体只有在数学活动中通过对数学的体验、感悟和反思才能生成数学素质。

总之,数学素质的境域性表明数学素质的养成离不开情境;数学素质的个体性表明数学素质的养成离不开具有主体性的人,如果离开人,数学素质也就不复存在;数学素质的综合性表明对数学素质的描述用任何一种单一特征都是无法做到的;数学素质的外显性表明数学素质能否生成,需要通过学生在现实情境中表现出来的数学行为确认;数学素质的生成性表明在培养学生数学素质的教学中要重视他们对数学的体验、感悟和反思,也表明数学素质的教学方式不同于单纯数学知识的教学方式。

二、数学素质的内涵

在认识数学素质本质属性的基础上,我们从数学素质生成的角度把数学素质界定为:数学素质是指主体在已有数学经验的基础上,在数学活动中通过对数学的体验、感悟和反思,并在真实情境中表现出来的一种综合性特征。广义上来说表现出来的是一个综合性特征,狭义上来说表现出来的是在真实情境中运用数学知识与数学技能理性地处理问题的行为特征。一般来说,科学理论的确立须经过实践的检验,这就需要具备三个条件:^①新理论要能够说明旧理论已经说明的全部现象。^②新理论要能够说明旧理论所不能说明的现象。^③新理论要能够更好地预见事物发展的趋势、动态以及新事物的出现。为此我们可以从国际数学教育研究中来把握数学素质内涵的合理性。

国际数学教育研究是在建立素质概念的基础之上,来给数学素质下定义的:指个人能认识和理解数学在现实世界中的作用,作为一个富于推理与思考的公民,在当前与未来的个人生活中,能够

^① 陈佑清. 论学生素质发展的机制[J]. 教育研究与实验, 2008(3): 30.

作出有根据的数学判断和从事数学活动的能力。我们给数学素质所下的定义则是从数学素质生成的角度出发,更加注重数学素质的生成过程,更加强调学生在真实情境中的数学表现,这其中包括了数学素质的来源、数学素质的具体生成过程以及数学素质生成的标志,从该角度给数学素质下定义更加有助于数学素质的教学和评价。

三、数学素质的构成

(一) 数学素质构成要素的分析框架

用以研究、分析和把握某一领域的基本尺度称为分析框架,它既规定了对这一领域研究的问题的内容和边界,又提供了理解、分析、解决这些问题的基本视角、基本思路、基本原则和基本方法。因此,分析框架的建立极为重要,数学素质构成要素的分析框架的建立应该依据以下几个方面:

1. 社会发展对数学的需求

无论是教育现象学理论,还是现实数学教育理论都明确强调了教育或者数学教育要回归现实生活。所以,数学素质构成要素的分析框架的建立必须考虑社会发展对数学的需求。21世纪是“数字化时代”和“信息时代”,数字化时代对数学素质的要求一方面是由于技术的提高和运用,使社会降低了对一般公民过去的常规数学技能和一些特殊数学技巧方面的要求;另一方面又增强了对公民具有更普遍性的数学概念和数学思想方法的要求,以及运用数学的意识和态度,以便能更有效地运用数学技术来处理信息、发现模式、作出决策,适应数学本身与日俱增的作用。信息时代对数学素质的要求至少表现在以下几个方面:第一,具备信息技术手段与工具运用的技能;第二,具有收集与处理数据的能力;第三,学会数学地观察与思考,具备应用数学解决现实问题的意识以及合理的数学思维方式。郑毓信教授指出:“就现代而言,我们即应努力创造信息时代的数学教育,而其核心就在于我们应当帮助学生学会数学地思维、数学地去观察世界和解决问题。”因此,在现代社会的很多方面,运用数学语言进行交流、解释包含数量讨论的主张

以及对数学模型的批判性评价是数学素质必不可少的。数学素质可分为:为经济发展的数学素质;为文化认同的数学素质;为社会变化的数学素质;为环境意识的数学素质;为数学评价的数学素质(关于测量和考证的推理、形式化转换、柏拉图式的推理、结构化、数系);认为一个具有数学素质的成人应该知道有关数学应用的例子,能够流畅地理解含有数学理论的文献,能利用统计和数学模型的结果参与政治讨论。正是因为数学在现实生活和科技发展中的巨大作用,数学是一种工具的认识已深入人心。实际上,数学有两种品格,其一是工具品格,其二是文化品格。由于数学在应用上的极端广泛性,因而在人类社会发展中,那种挥之不去的短期效益思维模式必然导致数学之工具品格愈来愈突出和愈来愈受到重视。特别是在实用主义观点日益强化的思潮中,更会进一步向数学纯粹工具论的观点倾斜,所以数学之工具品格是不会被人们淡忘的。相反地,数学之另一种文化品格在今天已经不为广大教育工作者所重视,更不为广大受教者所知,几乎到了只有少数数学哲学专家才有所了解的地步。但是,当他们后来成为哲学大师、著名律师和运筹帷幄的将帅时,早已把学生时代所学到的那些非实用性的数学知识忘得一干二净了。但那种铭刻于头脑中的数学精神和数学文化理念,却会长期地在他们的事业中发挥着重要的作用。也就是说,他们当年所受到的数学训练,一直会在他们的生存方式和思维方式中潜在地起着根本性的作用,并且终生受用。这就是数学的文化品格、数学文化理念与文化素质教育的深远意义和至高无上的价值所在。

日本数学家米三国藏认为:“学生们在初中、高中等接受的数学知识,因毕业进入社会后几乎没有什机会应用这种作为知识的数学,所以通常是出校门后不到一两年,很快就忘掉了。然而,不管他们从事什么业务工作,唯有深深铭刻于头脑中的数学的精神、数学的思维方法、研究方法、推理方法和着眼点(若培养了这方面素质的话),却随时随地发生作用,使他们受益终生。这种数学的精神、思想和方法,充满在初等数学、高等数学之中,在各种教材

中大量存在着。如果教师利用教科书向学生传授这样的精神、思想和方法，并通过这些精神活动以及数学思想、数学方法活用，反复锻炼学生们的思维能力，那么学生从小学、初中到高中的 12 年间，通过不同的教材，会成百上千次地接受同一精神、方法、原则的指教和锻炼，所以，纵然是把数学知识忘记了，但数学的精神、思想、方法也会深刻地铭刻在头脑里，长久地活跃于日常的业务中。”

从数学的广泛应用、数学文化品格、数学教学状况以及数学知识与数学精神、数学思想方法、数学的思维等比较来看，数学精神、数学思维、数学思想方法、数学应用和数学知识等构成了稳定的数学素质。特别值得关注的是数学应用素质、数学思想方法素质、数学的思维素质和数学精神素质。

2. 受过教育的人的特征

数学教育是教育的重要组成部分，美国当代教育哲学家彼得斯(R. S. Peters)指出，受过教育的人应具备以下 4 个基本特征。

第一，由于教育必须包含知识与理解，所以一个受过教育的人不能仅仅具有一些专门的技能。一个很出色的钳工、车工不一定是受过教育的人。被称为受过教育的人必须掌握大量的知识或概念图式，这些知识或概念图式构成他的认知结构，因此体育中的教育不同于体育中单纯的身体训练。

第二，一个受过教育的人所掌握的知识不是无活力的知识，这种知识应该能使受教育者形成一种推理能力，进而重组他的经验，并能改变他的思维方式和行动能力。因此，一个有知识的人如果不能使知识产生活力以改变他的信仰和生活方式，那就像放在书架上的百科全书，不能算作受过教育的人。这就是说，教育意味着一个人的眼界经由他所认识的东西发生了改变。一个人可能在课堂上或考试中能够正确地给出有关历史问题的答案，在此意义上他算得上是一个通晓历史的人，但如果他的历史知识从来都不曾影响过他看待其周围的社会事物的方式的话，那么我们可能称此人博学，但不会说他是一个受过教育的人。

第三，一个受过教育的人必须对各种类型的思维形式或意识

形式的内部评价准则有所信奉。一个人不可能真正地理解什么是科学的思维形式,除非他不仅知道必须寻求证据以支持假设,而且还知道,什么东西可以被看做是证据,以及证据的相关性、相容性等。

第四,一个受过相当训练的科学家并不一定就是一个受过教育的人。这并不是因为他所从事的科学活动无价值,也并不是因为此人不了解科学活动的原理,而是因为此人可能会缺乏一种认知的透视力,即此人可能会以一种非常狭隘的眼光来看待他正在从事的活动,他未能意识到他所从事的活动与许多其他的活动之间的关联性以及该活动在整个统一的生活形式中所处的地位。

从受过教育的人的特征中,可以看出一个真正受过教育的人应该体现在真实情境中应用所学习的知识和技能,并将这种知识和技能转化为个人的思维和处理问题的能力。这给数学素质的研究的启示是:一个有数学素质的人应该拥有一定的数学知识,并通过应用使这些数学知识充满活力,而且能在应用中不断改进自己的思维和处理问题的方式。

3. 数学素质与数学课程标准

无论是数学课程标准还是数学教学大纲,通常都这样描述:数学是人类文化的重要组成部分,数学素质是公民所必须具备的一种基本素质。因此,数学课程标准中的数学素质应该是建立在文化基础之上的。这也就是说,数学素质的前提是数学是一种文化。所以,考察人们对数学文化的认识,有助于数学素质的分析框架的建立。

著名数学家徐利治教授认为:“从文化的角度看,数学的思维方法的重要性则又充分体现在以下的事实 上,即我们的大多数学生将来可能用不上任何较为高深的数学知识,然而,数学的思想方法则有着十分广泛的普遍意义,即其不仅可以被用于数学的研究,而且也可被用于人类文化的各个领域。一般地说,这事实上也就是数学的最重要的文化价值。”

数学文化研究者顾沛教授认为:“数学文化主要教授数学的思

想、数学精神和方法。现在的数学课,由于各种原因,常常采取重结论不重证明、重计算不重推理、重知识而不重思想的讲授方法。学生为了应付考试,也常以‘类型题’的方式去学习、去复习。一个大学生虽然从小学、中学到大学,学了多年的数学课,但大多数学生仍然对数学的思想、精神了解得较肤浅,对数学的宏观认识和总体把握较差,数学素质较差;甚至误以为学数学就是为了会做题、能应付考试,不知道数学方式的理性思维的重大价值,不了解数学在生产、生活实践中的重要作用,不理解数学文化与诸多文化的交汇。”并提出“数学素质,是通过数学教学赋予学生的一种学数学、用数学、创新数学的修养和品质,也可以叫数学素质。包括以下五个方面内容:主动探寻并善于抓住数学问题中的背景和本质的数学素质;熟练地用准确、严格、简练的数学语言表达自己的数学思想的数学素质;具有良好的科学态度和创新精神,合理地提出数学猜想、数学概念的素质;提出猜想后以数学方式的理性思维,从多角度探寻解决问题的思路的素质;善于对现实世界中的现象和过程进行合理的简化和量化,建立数学模型的素质。”

张顺燕教授在《数学教育与数学文化》中认为:“数学不仅仅是一种工具,它更是一个人必备的素质。它会影响一个人的言行、思维方式等各个方面。一个人,如果他不是以数学为终生职业,那么他的数学素质并不只表现在他能解多难的题,解题有多快,数学能考多少分,关键在于他是否真正领会了数学的思想,数学的精神,是否将这些思想融会到他的日常生活和言行中去。”从文化的视角看,数学素质应该包括数学知识、数学应用、数学思想方法、数学的思维和数学精神素质。

4. 科学素质构成和科学素质现状的启示

数学素质作为人们主要的素质之一,与科学素质紧密联系,甚至是科学素质的重要组成部分,所以,分析科学素质的构成对数学素质的构成研究极为重要。

国务院 2006 年颁布的《全民科学素质行动计划纲要(2006—2010—2020)》(以下简称《科学素质纲要》)指出:科学素质是公民

素质的重要组成部分。公民具备基本科学素质一般指了解必要的科学技术知识,掌握基本的科学方法,树立科学思想,崇尚科学精神,并具有一定的应用它们处理实际问题、参与公共事务的能力。这是对科学素质内涵作出的定性表述。根据有关调查,我国公民科学素质水平与发达国家相比差距甚大。公民科学素质的城乡差距十分明显,劳动适龄人口科学素质不高;大多数公民对于基本科学知识了解程度较低,在科学精神、科学思想和科学方法等方面更为欠缺。

对我国科学素质的调查表明:我国大多数公众还不具备基本程度的科学精神和科学意识。也就是说,我国大多数公众还不具备分辨科学和伪科学的能力,还不具备基本程度的科学思维方法,还不具备用科学方法思考和解决各种问题的能力。对商品社会中各种信息,他们还不具备分辨真正的科学信息和虚假信息的能力。对影响他们生活和工作的各种因素,还不能用科学的思维方法去看待和解决。他们还远没有形成对科学政策决策的参与力量和影响力量。

通常通过“科学普及”来提高公众的科学素质。“科学普及”分为三个层次,最浅的层次是普及技术,包括实用技术、新技术和高技术。较深层次是普及科学,包括科学知识、科学方法。如果说普及技术增加人们变革世界的能力,改善生活质量的话,那么,普及科学则是要提高人们认识世界的水平。核心层次则是普及科学思想、科学观念和科学精神。科学思想的核心就是规律意识和理性精神,科学精神则具体表现为探索精神、实证精神、原理精神、创新精神和独立精神,它所表达的是一种敢于坚持科学思想的勇气。并且认为前面两个层次的普及“普”不了,也是无需“普”,能向全民普及种子技术、芯片技术吗?需要向全民进行科普的应该是第三个层次。可是多年来,为了我们的生存,比较容易接受表面层次的技术成果,却常常忽略技术之母——科学的探索和研究,更忽视科学之母——科学思想、科学观念和科学精神的传播。而对一个民族来说,科学思想才是最重要的。它是照亮人类心灵的灯塔。