黑龙江省高等工科院校统编教材

物理学解题指导与标准化自我检测题选编

杨学栋　张敬民　主编

哈尔滨工业大学出版社

黑龙江省高等工科院校统编教材

物理学解题指导与标准化自我检测题选编

杨学栋　张敬民　主　编
祁恩云　曹玉乾　副主编
曹茂盛　秦世明　主　审

哈尔滨工业大学出版社

物理学解题指导与标准化

自我检测题选编

Wulixue Jietizhidao Yu Biaozhunhua

Ziwojianceti Xuanbian

杨学栋　张敬民　主编

*

哈尔滨工业大学出版社出版发行

哈尔滨师范大学印刷厂印刷

*

787×1092　1/32　印张 4.75　字数 101 千字

1997 年 2 月第 2 版　1997 年 2 月第 2 次印刷

印数 7 001—11 000

ISBN 7-5603-1191-1/O・82　定价 5.00 元

前　言

《物理学解题指导与标准化自我检测题选编》是黑龙江省高等工科院校联合编写的《物理学简明教程》教材的配套指导书，可供教师和学生使用。本书便于教师教学，便于学生自学，特别有益于提高学生分析问题和解决问题的能力。

参加本书编写的有哈尔滨工业大学杨学栋，东北重型机械学院房晓勇，燕山大学宋伟，哈尔滨理工大学刘鹏，哈尔滨工业高等专科学校韩桂华，黑龙江矿业学院张敬民。

由于水平有限，编写中出现的缺点和疏漏在所难免，敬请读者批评指正。

编者

1996 年 12 月

目 录

第一部分　解题指导

第一章　质点力学预备知识

一、题型分析及解题示范

本章题目类型主要有：(1)已知质点的运动方程，求质点的位移、路程、速度和加速度；(2)已知质点速度、加速度的表达式，求质点的运动方程和轨道方程；(3)应用牛顿定律列微分方程求解力学问题。下面举例说明上述三类题目的分析、计算方法及解题步骤。

1. 已知运动方程求位移、路程、速度和加速度

求解这类问题时，首先要确定研究对象，分析运动特征，然后采用求导运算解题。解题步骤：(1)分析研究对象；(2)将给定时刻 t 代入运动方程得该时刻质点的位置，进一步求解一段时间内的位移或路程；(3)对运动方程求导，求解速度和加速度；(4)由 v、a 与 t 的关系说明质点的运动规律。

例 1　已知运动方程为 $x = 10 + 4t - 4t^2$(SI)。试求(1)第一秒末和第二秒末的位置；(2)第三秒内的位移；(3)质点在第四秒初的速度和加速度；(4)说明质点的运动情况。

解　已知运动方程

$$x = 10 + 4t - 4t^2 \qquad ①$$

(1)第一秒末和第二秒末的位置分别是

$$x_1 = 10 + 4 \times 1 - 4 \times 1^2 = 10(\mathrm{m})$$

$$x_2 = 10 + 4 \times 2 - 4 \times 2^2 = 2(\mathrm{m})$$

(2)第三秒内(2～3 秒)的位移

$$\Delta x = x_3 - x_2 = -14 - 2 = -16(\mathrm{m})$$

另一种求位移的方法是写出通式，再代入相应的数值，即

$$\Delta x = x(t + \Delta t) - x(t) = 4\Delta t - 8t\Delta t - 4(\Delta t)^2$$
$$= 4 \times 1 - 8 \times 2 \times 1 - 4 \times 1^2 = -16(\mathrm{m})$$

(3)质点在第四秒初($t = 3$ s)的速度和加速度为

$$v = \left.\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right|_{t=3\,\mathrm{s}} = 4 - 8 \times 3 = -20(\mathrm{m/s}) \quad ②$$

$$a = \left.\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}\right|_{t=3\,\mathrm{s}} = -8(\mathrm{m/s^2}) \quad ③$$

(4)由①、②、③可知，$t = 0$ 时质点的位置、速度和加速度分别为

$$x_0 = 10(\mathrm{m}), \quad v_0 = 4(\mathrm{m/s}), \quad a_0 = -8(\mathrm{m/s^2})$$

由于初速度 v_0 与加速度 a 反号，且加速度为常量，所以在开始一段时间质点作匀减速运动，到某时刻 $t = 0.5$ s 时，由②式可知 $v = 4 - 8 \times 0.5 = 0$，即质点瞬时静止，此时质点在 $x =$ 11m 处；当 $t > 0.5$ s 时，质点沿 x 负方向作匀加速直线运动。

2. 已知速度、加速度求运动方程和轨道方程

求解这类问题采用积分运算。解题步骤：(1)选择研究对象；(2)由速度、加速度定义式写出 $\mathrm{d}\boldsymbol{v} = \boldsymbol{a}\mathrm{d}t$ 及 $\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \boldsymbol{v}\mathrm{d}t$ 形式；(3)写出有关矢量的分量式；(4)由初始条件确定上、下限，积分得运动方程；(5)由运动方程消 t 得质点运动的轨道方程。

例 2 具有恒定加速度 $\boldsymbol{a} = 6\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{j}(\mathrm{m/s^2})$ 的质点在 $t =$ 0 时，$\boldsymbol{v}_0 = 0$ 且 $\boldsymbol{r}_0 = 10\boldsymbol{i}(\mathrm{m})$。求(1)质点在任意时刻的速度和位置矢量；(2)质点在 xy 平面上的轨道方程，并画出轨道示意图。

解 由于加速度是矢量，故选分量积分形式

$$\mathrm{d}v_x = a_x \mathrm{d}t \qquad \mathrm{d}v_y = a_y \mathrm{d}t \tag{①}$$

$$\mathrm{d}x = v_x \mathrm{d}t \qquad \mathrm{d}y = v_y \mathrm{d}t \tag{②}$$

(1)质点在任意时刻的速度和位置矢量为

$$v_x = \int_0^t a_x \mathrm{d}t = 6t \qquad \text{(SI)} \tag{③}$$

$$v_y = \int_0^t a_y \mathrm{d}t = 4t \qquad \text{(SI)} \tag{④}$$

$$x = \int_0^t v_x \mathrm{d}t = 10 + 3t^2 \ \text{(SI)} \tag{⑤}$$

$$y = \int_0^t v_y \mathrm{d}t = 2t^2 \qquad \text{(SI)} \tag{⑥}$$

即质点在任意时刻的速度和位置矢量分别为

$$\boldsymbol{v} = 6t\boldsymbol{i} + 4t\boldsymbol{j} \qquad \text{(SI)}$$

$$\boldsymbol{r} = (10 + 3t^2)\boldsymbol{i} + 2t^2\boldsymbol{j} \ \text{(SI)}$$

(2)质点在 xy 平面的轨道方程

由⑤、⑥式消去 t，得

$$y = \frac{2}{3}(x - 10) \tag{⑦}$$

⑦式即是质点轨道方程。质点运动轨道如图 1-1所示，因$x>0$且 $y \geqslant 0$，故运动限在第Ⅰ象限，图中用实线表示；此外，由于质点初速 $v_0 = 0$，故质点作匀加速直线运动。一般而言，具有恒加速度的质点，只有当初速度 $\boldsymbol{v}_0$ 与加速度 $\boldsymbol{a}$ 有一夹角时，质点才作曲线运动，如抛体运动。

3. 应用牛顿定律求解力学问题

这类问题与中学内容的区别在于物体受变力作用，因而需用微积分运算求解。解题步骤：(1)把研究对象隔离出来进行受力分析；(2)选取合适的坐标系；(3)建立牛顿运动方程在

相应坐标上的分量式；(4)对所有结果进行必要的分析。

例 3 在光滑水平面上固定有一半径为 R 的圆环围屏，质量为 m 的滑块沿环型内壁运动，滑块与壁间摩擦系数为 μ。(1)当滑块速度为 v 时，求它与壁间的摩擦力及滑块的切向加速度；(2)求滑块速度由 v 变为 $v/3$ 所要的时间。

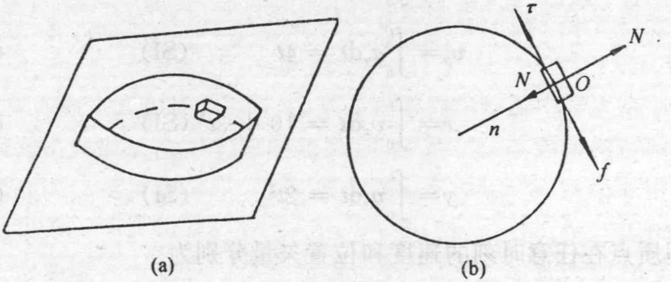


图 1-1

解 这是圆周运动问题，应选取自然坐标系如图 1-1(b)所示。把滑块隔离开，发现它只受摩擦力 f 和壁的支承力 N 作用，其中 N 提供向心力使滑块作圆周运动。由牛顿运动方程有

$$m\frac{v^2}{R}=N \quad ①$$

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-f \quad ②$$

(1)由摩擦力公式及①式得滑块速度为 v 时，滑块与壁间的摩擦力和滑块切向加速度分别为

$$f=\mu N=m\mu v^2/R \quad ③$$

$$a_\tau=-\mu v^2/R \quad ④$$

(2)由②和③式可得微分方程式

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mu}{R}v^2 \qquad ⑤$$

分离变量,并由初始条件($t=0$ 时 $v_0=v$)确定积分上、下限,则有

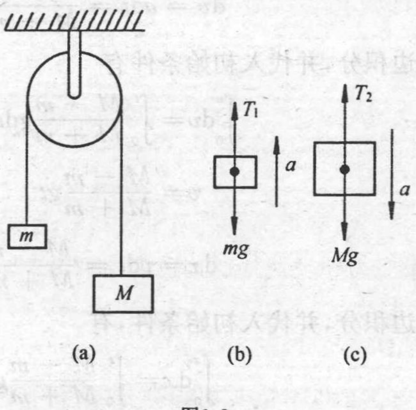
$$\int_v^{v/3}\frac{\mathrm{d}v}{v^2}=-\frac{\mu}{R}\int_0^t \mathrm{d}t$$

积分得滑块速度由 v 变为 $v/3$ 所需时间

$$t=2R/\mu v \qquad ⑥$$

在力学中还有一类常见的题型,即多个质点的连体问题。求解这类问题需解方程组,其关键是根据题意正确列出物体间相互联系的辅助方程。解题步骤:(1)把研究对象分别隔离出来进行受力分析;(2)建立合适的坐标系,取其中一个坐标的正方向为加速度方向,从而使解题简化;(3)对各隔离体建立牛顿运动方程,必要时列出物体间相互联系的辅助方程及运动学方程,使方程数与未知量数相等;(4)对所得结果进行必要的分析。

例4 一根不可伸长的轻绳跨过一个定滑轮后,两端分别挂有质量不等的物体 m 和 M ,如图1-2所示。已知 $M>m$,用手托住物体 M ,使 m 、M 静止不动,然后释放。试求物体 M 的运动方程(假定绳



(a) (b) (c)

图1-2

与滑轮间无摩擦)。

解 由题设知,绳子两端的张力大小相等,两物体位移的大小和加速度的大小也相等,绳与滑轮间无摩擦,故本题仅涉及 m 和 M 的平动。

物体从静止开始运动,以此处为坐标原点。初始条件是:$t=0$ 时,$v_0=0$,$x_0=0$。分别取 m 和 M 为研究对象,受力情况如图1-2(b)、(c)所示。取 m 向上为坐标正方向,则牛顿运动方程为

$$\begin{cases} T_1 - mg = ma \\ Mg - T_2 = Ma \\ T_1 = T_2 \end{cases}$$

解以上方程组得

$$a = (M-m)g/(M+m) \qquad ①$$

$$T = 2Mmg/(M+m) \qquad ②$$

由 $a=\dfrac{dv}{dt}$ 和 $v=\dfrac{dx}{dt}$ 知

$$dv = a dt = \frac{M-m}{M+m} g dt$$

两边积分,并代入初始条件有

$$\int_0^v dv = \int_0^t \frac{M-m}{M+m} g dt$$

$$v = \frac{M-m}{M+m} gt$$

$$dx = v dt = \frac{M-n}{M+m} gt dt$$

两边积分,并代入初始条件,有

$$\int_0^x dx = \int_0^t \frac{M-m}{M+m} gt dt$$

$$x=\frac{1}{2}\frac{M-m}{M+m}gt^2$$

二、部分习题简解

1-4 解 物体在任意时刻 t 的速度为

$$v=\sqrt{15^2+g^2t^2}$$

由切向加速度的定义式可得 $t=1\ \mathrm{s}$ 时

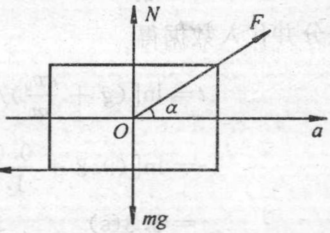
$$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=g^2t/\sqrt{g^2t^2+15^2}$$

$$=9.8^2/\sqrt{9.8^2+15^2}=5.36\quad(\mathrm{m/s^2})$$

因为总加速度为 g，所以法向加速度为

$$a_n=\sqrt{g^2-a_\tau{}^2}=\sqrt{9.8^2-5.36^2}=8.20\quad(\mathrm{m/s^2})$$

1-6 解 对隔离体受力分析，如图所示，取水平向右为坐标轴正向。



题1-6图

(1)由牛顿定律，有

$$N+F\sin\alpha=mg \quad ①$$

$$ma=F\cos\alpha-\mu N \quad ②$$

①、②联立得物体加速度

$$a=(F\cos\alpha+F\mu\sin\alpha-mg\mu)/m \quad ③$$

当 $\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}=(-F\sin\alpha+F\mu\cos\alpha)/m=0$ 时，即 $\mu=\mathrm{tg}\,\alpha$ 时，加速度有最大值，此时绳与水平方向夹角

$$\alpha=\mathrm{arctg}\mu=\mathrm{arctg}0.20=11°18'35''$$

(2)由③式可得此时物体的加速度

$$a=(8\cos 11°18'+0.2\times 8\sin 11°18'-2\times 9.8\times 0.2)/2$$

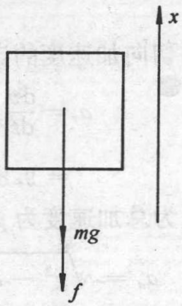
$$= 2.12(\text{m/s}^2)$$

及地面对物体的作用力

$$N = mg - F\sin\alpha = 2 \times 9.8 - 8\sin 11°18' = 18.03(\text{N})$$

$$f = \mu N = 0.2 \times 18.03 = 3.61(\text{N})$$

1-7 解 对物体进行受力分析，并取向上为坐标轴正向，如图所示。由牛顿定律，可列微分方程



题1-7图

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -mg - kv \qquad ①$$

(1)物体升到最高点所需的时间

由①式得

$$\int_{v_0}^{0} \frac{\mathrm{d}v}{g + \frac{k}{m}v} = -\int_0^t \mathrm{d}t$$

积分并代入数据得

$$t = \ln\left[\left(g + \frac{kv_0}{m}\right)/g\right]\frac{m}{k}$$

$$= \ln\left[\left(9.8 + \frac{0.03}{1.5} \times 60\right)/9.8\right]^{\frac{1.9}{0.03}}$$

$$= 5.8(\text{s})$$

(2)物体上升的最大高度

利用关系式 $a = v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$ 和①式得

$$v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} = -g - \frac{k}{m}v, \quad \int_{v_0}^{0} \frac{v\mathrm{d}v}{g + \frac{k}{m}v} = -\int_0^x \mathrm{d}x$$

积分并代入数据得

$$x = \frac{m}{k}v_0 - \frac{m^2}{k^2}g\ln\frac{g + \frac{k}{m}v_0}{g}$$

$$= \frac{1.5}{0.03} \times 60 - \frac{1.5^2}{0.03^2} \times 9.8\ln \frac{9.8 + \frac{0.03}{1.5} \times 60}{9.8}$$

$$= 169.93(\mathrm{m})$$

注：习题1-3，1-8见解题示范。

第二章　质点力学的普遍定律

一、解题举例

本章的题目大致可分为三种类型：(1)关于功和功率的计算；(2)关于冲量和平均冲力的计算；(3)应用动量守恒定律、机械能守恒定律解题。

1. 关于功和功率的计算

根据解题思路的不同，这类问题又可以细分为两类，现分别介绍。

根据功和功率的定义式求解　这类题目常见的是变力的功，解题步骤：(1)根据题意确定研究对象，进行受力分析；(2)写出力的表达式；(3)由力的作用点始末位置确定上下限并积分。

例1　一质量为 2 kg 的质点受外力 $F = 6t$(SI) 的作用从静止开始运动，试计算力在第一秒内、第二秒内作的功及第三秒末的功率。

解　由于外力只与 t 有关，且质点初速度为零，故质点作直线运动。由功的定义式有

$$A = \int F\mathrm{d}x = \int 6t\,\mathrm{d}x = \int 6tv\,\mathrm{d}t \qquad ①$$

①式中质点速度 v 可通过对加速度积分求得

$$v = \int_0^t a\,dt = \int_0^t \frac{6t}{2} dt = \frac{3}{2} t^2 \qquad ②$$

由①、②式得

$$A = \int 9t^3 dt \qquad ③$$

利用③可得第一秒内、第二秒内力作的功

$$A_1 = \int_0^1 9t^3 dt = 2.25(\mathrm{J})$$

$$A_2 = \int_1^2 9t^3 dt = 33.75(\mathrm{J})$$

第三秒末的功率可由③式得出

$$P = \left.\frac{dA}{dt}\right|_{t=3} = 9 \times 3^3 = 243(\mathrm{W})$$

该题也可以利用关系式 $P = Fv$ 求解。由②式可得

$$P = 6t\,\frac{3}{2}t^2 = 9t^3$$

$$A = \int P dt = \int 9t^3 dt$$

则第一秒内、第二秒内力的功及第三秒末的功率分别为

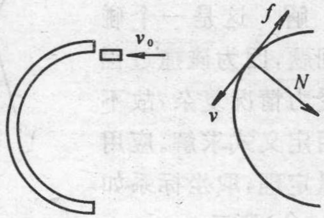
$$A_1 = 2.25(\mathrm{J}) \quad A_2 = 33.75(\mathrm{J}) \quad P = 243(\mathrm{W})$$

利用动能定理、功能原理求解 当质点所受外力仅与速度有关时，虽然无法直接从定义式计算力的功，但通过求解速度并利用功能关系计算力作的功。解题步骤：(1)根据问题的需要和计算方便确定研究对象；(2)进行受力分析；(3)明确物理过程及特点；(4)确定始末状态的能量；(5)根据定律或原理列出方程求解。

例2 在光滑的水平桌面上固定有如图2-1所示的半圆形屏障，质量为 m 的滑块以初速度 v_0 沿屏障一端的切线方向进入屏障内，滑块与屏障间摩擦系数为 μ。证明：当滑块从屏障

另一端滑出时，摩擦力对它作的功为 $W=\frac{1}{2}mv_0^2(e^{-2\mu\pi}-1)$。

证 取自然坐标系，对滑块进行受力分析如图2-1(b)所示。建立运动方程得



(a)　　(b)

图2-1

$$m\frac{v^2}{R}=N \quad ①$$

$$m\frac{dv}{dt}=mv\frac{dv}{ds}=-\mu N \quad ②$$

①、②联立得微分方程

$$\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v}=-\frac{\mu}{R}\int_0^{R\pi}ds$$

解得

$$v=v_0e^{-\mu\pi} \quad ③$$

由动能定理，即有

$$W=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv_0^2(e^{-2\mu\pi}-1)$$

2. 关于冲量和平均冲力的计算

冲量和冲力可以利用定义式直接求得，但在这类问题中，通常是力的形式无法确定，因而总是应用动量定理来求解。解题步骤：(1)通过对研究对象的分析，确定是否能用定义式求解；(2)若能用定义求解，则把力代入 $I=\int F dt$ 确定积分限求解；(3)若力的表达式无法确定，但却可以确定质点的速度，可用动量定理求解冲量和冲力。

例3 质量为 20 g，速率为 5 m/s 的弹性小球以 60° 的入射角撞击在竖直墙壁上，并以相同的速率及角度弹回，如