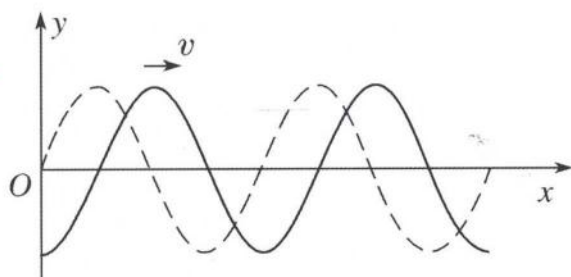


QIDONGZHONGXUEAOSAIJINGTIXIANGJIE

丛书主编 王 生

本册主编 王建忠



启东中学

奥赛 精题详解

高中
物理

启东中学

QIDONGZHONGXUEAOSAIJINGTIXIANGJIE

奥赛 精题详解

高

中

物

理

主 编 王建忠

副 主

作

编

邱成新 王健森 晓 觉

王兴周 黄鹤松 张 辉

薛 辉 郁红京 陆建红

王建忠

第四版修订 王建忠

图书在版编目(CIP)数据

启东中学奥赛精题详解. 高中物理 / 王建忠主编. --- 4
版. -- 南京 : 南京师范大学出版社, 2013. 4
ISBN 978-7-5651-1133-4

I. ①启… II. ①王… III. ①中学物理课—高中—题
解 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 310223 号

书 名 启东中学奥赛精题详解·高中物理
主 编 王建忠
责任编辑 倪晨娟
出版发行 南京师范大学出版社
地 址 江苏省南京市宁海路 122 号(邮编:210097)
电 话 (025)83598919(传真) 83598412(营销部) 83598297(邮购部)
网 址 <http://www.njnu.edu.cn>
E-mail nspzbb@163.com
印 刷 扬中市印刷有限公司
开 本 787 毫米×1092 毫米 1/16
印 张 23.25
字 数 566 千
版 次 2013 年 4 月第 4 版 2013 年 4 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5651-1133-4
定 价 45.00 元

南京师大版图书若有印装问题请与销售商调换
版权所有 侵犯必究

王建忠 1960年2月生,1982年1月毕业于南京师范学院物理系,教授级中学高级教师。现执教于国家级示范高中——江苏省启东中学。荣获“全国教育系统劳动模范”,江苏省有突出贡献的中青年专家,江苏省物理特级教师,南通市首批“名教师”,南通市人民政府首届“园丁奖”,南通市“优秀共产党员”等荣誉。担任中国物理学会第九、十届教学委员会委员,江苏省物理学会理事,南通市物理学会副理事长,南通市高中物理教育专家组成员。在全面提高教学质量的前提下,注重对学生个性特长的培养。1995年至2007年,所带四届高中理科实验班就有四人人选国家代表队。陈宇翱同学参加第29届(1998年)国际中学生物理奥林匹克竞赛,以“实验第一”、“总分第一”



摘取金牌,国际竞赛委员会授予他“绝对冠军”称号,取得了中国学生参加国际物理竞赛以来的个人最好成绩,填补了中国学生国际物理竞赛个人实验成绩第一的空白;施陈博、李真、钱秉玺同学分别夺得第32届(2001年)、35届(2004年)、38届(2007年)国际中学生物理奥林匹克竞赛的金牌。是江苏省第一个培养出四位学生夺得国际中学生物理奥林匹克竞赛金牌的指导老师。主编了《高中物理总复习教与学》《特级教师教学优化设计》等多部教辅材料,参与教育科学出版社的课标教材的编写,并曾在《物理教学》《中学物理》《物理通报》等杂志上发表教育教学论文二十多篇。

出版说明

江苏省启东中学是一所面向启东市(县级市)招生的四星级高中,也是中国百强中学之一,近年来取得的累累硕果引起教育界乃至全社会的关注。

1995年“世界第一才女”毛蔚同学夺得了第26届国际中学生物理奥林匹克竞赛金牌,成为该项赛事开赛以来第一位获得金牌的女生;1996年蔡凯华同学在第37届国际中学生数学奥林匹克竞赛中夺得银牌,周璐同学获第28届国际中学生化学奥林匹克竞赛银牌;1998年陈宇翱同学在第29届国际中学生物理奥林匹克竞赛中荣获金牌;2001年施陈博同学夺得第32届国际中学生物理奥林匹克竞赛金牌,同年,陈建鑫同学夺得第42届国际中学生数学奥林匹克竞赛金牌;2002年樊向军同学获第33届国际中学生物理奥林匹克竞赛金牌,同张峰一起获亚洲物理奥林匹克竞赛金牌;2003年倪犇博同学获第35届国际中学生化学奥林匹克竞赛金牌;2004年李真同学获第35届国际中学生物理奥林匹克竞赛金牌;2006年朱力获第37届国际中学生物理奥林匹克竞赛金牌;2007年钱秉玺获第38届国际中学生物理奥赛金牌,并被授予“全国优秀共青团员”称号;2012年李天然同学获第44届国际中学生化学奥林匹克竞赛金牌。

一所长江北岸、黄海之滨的农村中学,连续多年在不同学科的竞赛中摘金夺银,学校高考成绩也是令人惊讶的出色,被誉为“奥赛金牌的摇篮,清华北大的生源基地”。

“启东中学现象”自然也成为出版界瞩目的焦点,与“黄冈”一样,“启东”很快成为教辅出版的热门题材。南京师范大学出版社较早注意到了启东中学教育、教学方面取得的卓然成绩,应该说,建社以来的多套双效图书中都有启东中学教学成果的反映,如《向45分钟要效益》《特级教师优化设计》《奥林匹克竞赛指导》《一课一练》等。把启东中学奥赛作为一个系列出版发行,是我社依托名校名师,实施“名品”战略迈开的又一新步伐。

迈开这一步,是我社与启东中学多年合作的结果,倚天时地利人和的优势,水到而渠成。

迈开这一步,是广大读者对南京师范大学出版社的热切期盼。读者对南京师范大学出版社“理念教辅”、“名品教辅”的关心与厚爱以及他们的需求,已成为我们的第一动力。

初中、高中各科《启东中学奥赛训练教程》以相应教材内容为基础,根据竞赛大纲并结合启东中学学生使用的新教材和各科竞赛辅导经验而编写,将竞赛与升学结合起来,尤其重视基础知识的学习和基本思维方法的培养,由浅入深,循序渐进。《启东中学奥赛精题详解》则将《启东中学奥赛训练教程》中的包括原创题目在内的对应习题给出详尽的解答,方便配套使用。

本丛书主编为启东中学校长王生博士,各分册的主编均是启东中学金牌教练,参加编写的老师长期从事一线教学和竞赛辅导工作,有丰富的经验和成功的方法。

我们期待广大读者能从这套书中感受启东中学的努力,领略启东中学的风采,解读启东中学的奥秘,欣赏启东中学的智慧,分享启东中学的成功!

南京师范大学出版社

目 录

第一章 力 物体的平衡

§ 1.1	力 共点力作用下物体的平衡	(1)
§ 1.2	有固定转动轴物体的平衡	(4)
§ 1.3	一般物体的平衡	(10)
§ 1.4	物体平衡的种类	(15)
§ 1.5	液体静平衡	(18)
§ 1.6	综合题解	(19)

第二章 物体的运动

§ 2.1	运动学的基本概念 直线运动	(28)
§ 2.2	运动的合成与分解 相对运动	(32)
§ 2.3	抛体运动	(37)
§ 2.4	质点的圆周运动 定轴转动	(43)
§ 2.5	综合题解	(48)

第三章 运动定律

§ 3.1	牛顿定律	(55)
§ 3.2	牛顿定律在曲线运动中的应用	(60)
§ 3.3	惯性力	(66)
§ 3.4	万有引力 天体运动	(70)
§ 3.5	转动定律	(75)
§ 3.6	综合题解	(78)

第四章 动量 角动量

§ 4.1	动量与冲量 动量定理	(85)
-------	------------------	------

§ 4.2	动量守恒定律	(89)
§ 4.3	角动量 角动量守恒定律	(97)
§ 4.4	综合题解	(100)

第五章 机械能

§ 5.1	功和功率	(110)
§ 5.2	动能 动能定理	(114)
§ 5.3	势能	(118)
§ 5.4	功能原理和机械能守恒定律	(122)
§ 5.5	碰撞	(127)
§ 5.6	质心与质心运动定理	(131)
§ 5.7	综合题解	(137)

第六章 机械振动和机械波

§ 6.1	简谐运动	(147)
§ 6.2	振动能量与共振	(151)
§ 6.3	机械波	(155)
§ 6.4	综合题解	(159)

第七章 分子运动论与热力学定律

§ 7.1	分子运动论	(170)
§ 7.2	热力学第一定律	(172)
§ 7.3	热传递 热力学第二定律	(174)
§ 7.4	综合题解	(176)

第八章 物体的性质

§ 8.1	固体的性质	(182)
§ 8.2	液体的性质	(184)
§ 8.3	气体的性质	(187)
§ 8.4	理想气体状态变化的特殊过程	(192)
§ 8.5	综合题解	(196)

第九章 物态变化

§ 9.1 汽化和液化	(202)
§ 9.2 空气的湿度	(205)
§ 9.3 熔解和凝固 升华和凝华	(208)
§ 9.4 综合题解	(210)

第十章 静电场

§ 10.1 电场与电场强度	(214)
§ 10.2 电势	(217)
§ 10.3 电容器	(219)
§ 10.4 静电场的能量	(223)
§ 10.5 电场中的导体与电介质的极化	(227)
§ 10.6 综合题解	(229)

第十一章 稳恒电流

§ 11.1 部分电路欧姆定律	(241)
§ 11.2 含源电路欧姆定律	(244)
§ 11.3 电表、惠斯通电桥与补偿电路	(248)
§ 11.4 物质的导电性	(253)
§ 11.5 综合题解	(255)

第十二章 磁场

§ 12.1 磁场对电流的作用	(265)
§ 12.2 磁场对运动电荷的作用力	(269)
§ 12.3 综合题解	(274)

第十三章 电磁感应

§ 13.1 法拉第电磁感应定律	(280)
§ 13.2 自感与互感	(287)
§ 13.3 综合题解	(291)

第十四章 交流电 电磁波

§ 14.1	交流电	(308)
§ 14.2	交流电路 整流与滤波	(310)
§ 14.3	电磁振荡 电磁波	(313)
§ 14.4	综合题解	(315)

第十五章 光 学

§ 15.1	光的反射	(319)
§ 15.2	光的折射	(322)
§ 15.3	薄透镜成像	(326)
§ 15.4	简单光学仪器	(330)
§ 15.5	波动光学	(333)
§ 15.6	光的粒子性	(336)
§ 15.7	不确定关系	(337)
§ 15.8	综合题解	(338)

第十六章 原子和原子核

§ 16.1	原子的结构	(348)
§ 16.2	原子核	(351)
§ 16.3	综合题解	(352)

第十七章 狭义相对论初步

§ 17.1	狭义相对论运动学	(356)
§ 17.2	狭义相对论动力学	(358)
§ 17.3	综合题解	(360)

第一章 力 物体的平衡

§ 1.1 力 共点力作用下物体的平衡

1. 半径为 R 的光滑圆环固定在某竖直平面内, 三边长分别为 $2R, \sqrt{3}R, R$ 的匀质三角板放在环内, 静止地处于平衡状态, 如图 1-1-1 所示, 则三角板 $2R$ 长边与圆环水平直径的夹角 $\theta =$ _____.

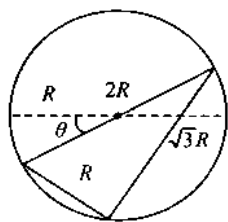


图 1-1-1

解析 所给三角板是锐角为 30° 和 60° 的直角三角板, $2R$ 长边中点位于圆环中心, 重心在环心与直角顶点的连线上, 此连线与 $2R$ 长边夹角为 60° , 与水平直径夹角为 $(\theta + 60^\circ)$. 三角板受四个外力, 其中由环施于三个顶点的力都过环心, 因此, 第四个力即重力也必过环心. 这要求环心与直角顶点连线垂直于水平直径, $\theta + 60^\circ = 90^\circ$, 得 $\theta = 30^\circ$.

2. 如图 1-1-2 所示, 一根绳子铺在两个均与水平面成 θ 角的斜面上 (θ 值任意). 绳子的质量均匀分布, 且其与斜面的摩擦因数为 1. 此系统具有左右对称性, 平衡时不接触斜面部分占据整条绳子份额的最大可能值是 _____, 此时的 θ 值是 _____.



图 1-1-2

解析 设系统的右侧悬空部分绳子长为 l , 铺在斜面上的绳子长度为 L , 绳子线密度为 λ , 斜面对绳子的支持力为 N , 摩擦力为 f .

对于铺在斜面上的绳子, 垂直斜面受力平衡, 则有

$$N = \lambda L g \cos \theta, \quad (1)$$

$$f = \mu N. \quad (2)$$

右半部分绳子整体受力平衡, 竖直方向有

$$N \cos \theta + f \sin \theta = \lambda(l + L)g. \quad (3)$$

记

$$x = \frac{l}{l + L}, \quad (4)$$

联立①②③④式, 得

$$\begin{aligned} F(x) &= \frac{1}{1-x} = \cos^2 \theta + \mu \cos \theta \sin \theta = \cos^2 \theta + \sin \theta \cos \theta \\ &= \frac{1}{2} (\cos 2\theta + 1 + \sin 2\theta) = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(2\theta + 45^\circ). \end{aligned}$$

当 x 最大时 $F(x)$ 亦最大, 等式右边最大值为 $\theta = 22.5^\circ$ 时, $x = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = 0.172$.

3. 不同材料制成的两个物体 m_1 、 m_2 的质量相等, $m_1 = m_2 = m$. 两物体用轻杆相连, 放在斜面上, 轻杆与斜面不接触, 如图 1-1-3 所示. 两物体与斜面间的摩擦因数分别为 μ_1 、 μ_2 , μ_1 、 μ_2 与斜面倾角的关系为 $\tan \alpha = \sqrt{\mu_1 \mu_2}$. 试求: 两物体同时有最大静摩擦力时, 杆与斜面上最大倾斜线 AB 的夹角 θ 的余弦值.

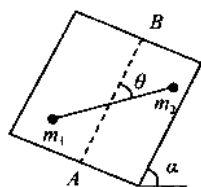


图 1-1-3

解析 两物体在斜面上受力如图 1-1-4. 令

$$a = \mu_2 mg \cos \alpha,$$

$$b = \mu_1 mg \cos \alpha,$$

$$c = mg \sin \alpha.$$

设 m_2 受的摩擦力的作用线与 AB 间夹角为 φ . 在 $\triangle A_1 EC$ 中, 由余弦定理, 知

$$b^2 = (2c)^2 + a^2 - 2a \cdot 2c \cos \varphi,$$

即
$$\cos \varphi = \frac{4c^2 + a^2 - b^2}{4ac},$$

则有
$$\sin \varphi = \frac{\sqrt{(4ac)^2 - (4c^2 + a^2 - b^2)^2}}{4ac}.$$

在 $\triangle EB_1 A_1$ 中, 由余弦定理, 有

$$\left(\frac{a \sin \varphi}{\sin \theta} \right)^2 = a^2 + c^2 - 2acc \cos \varphi,$$

得
$$\begin{aligned} \sin^2 \theta &= \frac{a^2 \sin^2 \varphi}{a^2 + c^2 - 2acc \cos \varphi} \\ &= 1 - \frac{(a^2 - b^2)^2}{8c^2 (a^2 + b^2 - 2c^2)}, \end{aligned}$$

所以
$$\cos \theta = \frac{a^2 - b^2}{\sqrt{8c^2 (a^2 + b^2 - 2c^2)}}.$$

将 a 、 b 、 c 及 $\tan \alpha = \sqrt{\mu_1 \mu_2}$ 代入上式, 得

$$\cos \theta = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2\sqrt{2\mu_1 \mu_2}}.$$

4. 三个半径均为 r 、质量相等的球放在一个半球形碗内, 现把第四个半径也为 r 、质量也相等的相同球放在这三个球的正上方, 要使四个球都能静止, 半球形碗的半径应满足什么条件? (不考虑各处摩擦)

解析 若半球形碗的半径太大, 第四个球放上去后会使得下面三个球互相散开, 因此, 本题求碗半径的最大值, 临界情况出现在放上第四个球后, 下面三个球之间的弹力恰减为零.

把上面的球记为 A , 下面三球记为 B 、 C 、 D , 则四个球的球心构成一个正四面体, 正四面体的边长均为 $2r$, 如图 1-1-5 所示. 设 A 、 B 两球球心连线与竖直方向夹角为 α , 则

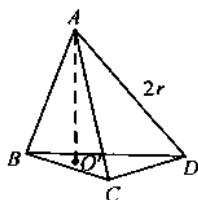


图 1-1-5

$$\tan \alpha = \frac{BO'}{AO'} = \frac{BO'}{\sqrt{AB^2 - BO'^2}}$$

由几何关系, 知 $\overline{BO'} = \frac{2\sqrt{3}}{3}r$.

代入得 $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

设 A、B 两球作用力为 N , 对 A 球有

$$3N\cos \alpha = mg.$$

对 B 球, 根据图 1-1-6 所示, 有

$$F\cos \beta = mg + N\cos \alpha,$$

$$F\sin \beta = N\sin \alpha,$$

由②③两式消去 F , 得

$$\tan \beta = \frac{N\sin \alpha}{mg + N\cos \alpha}.$$

将①式代入④式, 得

$$\tan \beta - \frac{1}{4}\tan \alpha = \frac{1}{4\sqrt{2}}.$$

于是在临界条件下球形碗的半径为

$$\begin{aligned} R &= \overline{BO'} + r = \frac{\overline{BO'}}{\sin \beta} + r \\ &= \overline{AB}\sin \alpha \sqrt{1 + \cot^2 \beta} + r \\ &= 7.633r, \end{aligned}$$

所以半球形碗的半径必须满足 $R \leq 7.633r$.

5. 有一半半径为 R 的圆柱体水平地横架在空中, 有质量为 m_1 与 m_2 ($m_1 = 2m_2$) 的两个小木块, 用长为 $\frac{\pi}{2}R$ 的细线相连, 成为一个系统. 木块的大小可以忽略, 它与圆柱表面的静摩擦因数为 μ ($\mu < 1$). 细线无质量、柔软且不可伸长. 系统横跨在圆柱上, m_1 在右边, 细线贴在圆柱面上, 与圆柱表面无摩擦, 横截面如图 1-1-7 所示.

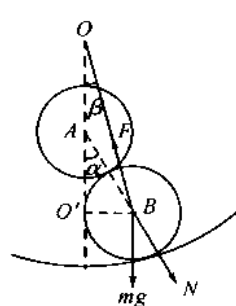


图 1-1-6

现使圆柱绕轴线沿顺时针方向极缓慢地旋转, 直至某一位置时, 柱上系统将要开始滑落, 由此位置开始, 再极缓慢地沿逆时针方向转动圆柱体, 问转过多大角度后, 系统开始从左边滑落? (角度可用反三角函数表示)

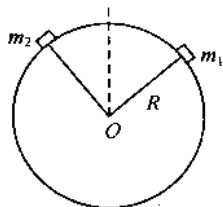


图 1-1-7

解析 (1) 先求系统向右将要滑落的位置. 因为 $m_1 > m_2$, $\mu < 1$, 因此 m_2 不可能到达圆柱体的最高点. 设系统向右开始滑落的位置如图 1-1-8 所示, 由平衡条件, 有

$$m_1 g \sin \theta_1 = m_2 g \sin \theta_2 + \mu(m_1 g \cos \theta_1 + m_2 g \cos \theta_2).$$

因为 $m_1 = 2m_2$, $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$, 可得

$$\tan \theta_1 = \frac{2\mu + 1}{2 - \mu}, \theta_1 = \arctan \left(\frac{2\mu + 1}{2 - \mu} \right).$$

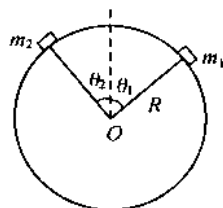


图 1-1-8

(2) 讨论系统向左开始滑落的位置. 因为 $m_2 < m_1$, 所以向左的滑落位置可能有图 1-1-9 中所示的三种情况, 下面分别加以讨论.

(a) 当 m_1 处于圆柱体最高点时, 系统恰好平衡, 如图 1-1-9(a) 所示, 此时有

$$m_2 g = \mu m_1 g.$$

即当 $\mu = \frac{1}{2}$, $\theta_2 = 90^\circ$ 时, 系统开始向左滑落.

(b) 若 $\mu < \frac{1}{2}$, 系统必将在 $\theta_2 < 90^\circ$ 时开始滑落. 此时情况与图 1-1-9(b) 类似, 可得

$$\theta_2 = \arctan \frac{\mu m_2 + m_1}{m_2 - \mu m_1} = \arctan \frac{\mu + 2}{1 - 2\mu}.$$

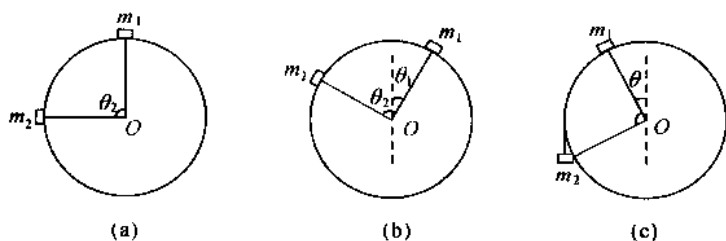


图 1-1-9

(c) 若 $\frac{1}{2} < \mu < 1$, 系统向左滑落的位置如图 1-1-9(c) 所示 (m_2 已悬垂), 此时有

$$m_1 g \sin \theta - \mu m_1 g \cos \theta + m_2 g = 0,$$

则根据题意, 得 $\sin \theta - \mu \cos \theta = -\frac{1}{2}$,

所以 $\sin \theta \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}} - \cos \theta \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} = -\frac{1}{2\sqrt{1+\mu^2}}$,

$$\sin \theta \cos \varphi - \cos \theta \sin \varphi = -\frac{1}{2\sqrt{1+\mu^2}},$$

$$\sin(\theta - \varphi) = -\frac{1}{2\sqrt{1+\mu^2}},$$

$$\theta - \varphi = \arcsin \frac{-1}{2\sqrt{1+\mu^2}} = -\arcsin \frac{1}{2\sqrt{1+\mu^2}},$$

故 $\theta = \varphi - \arcsin \frac{1}{2\sqrt{1+\mu^2}} = \arctan \mu - \arcsin \frac{1}{2\sqrt{1+\mu^2}}$.

从本题的解题过程中可看出, 有些物理题目的答案是随条件的变化而变化的, 也就是常说的需要讨论的. 这种情况在物理竞赛中尤为常见, 请同学们务必注意.

§ 1.2 有固定转动轴物体的平衡

1. 现有一个弹簧测力计(可随便找地方悬挂), 一把匀质的长为 l 的有刻度、零点位于端点的直尺, 一个木块及质量不计的细线. 试用这些器件设计一实验装置(要求画出示意图), 通过一次测量(弹簧测力计只准读一次数), 求出木块的质量和尺的质量.(已知重力加速度为 g)

解析 找个地方把弹簧测力计悬挂好, 取一段细线做成一环, 挂在弹簧测力计的挂钩上, 让直尺穿在细环中, 环与直尺的接触点就是直尺的悬挂点, 它将尺分为长短不等的两段.

用细线拴住木块挂在直尺较短的一段上,细心调节直尺悬挂点及木块悬挂点的位置,使直尺平衡在水平位置(为提高测量精度,尽量使两悬挂点相距远些),如图 1-2-1 所示.设木块质量为 m ,直尺质量为 M ,记下两悬挂点在直尺上的读数 x_1 、 x_2 ,弹簧测力计读数 G .由平衡条件和图中所设的直尺零刻度线的位置,有

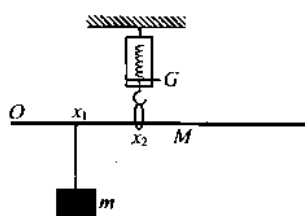


图 1-2-1

$$(m+M)g=G, \quad ①$$

$$mg(x_2-x_1)=Mg\left(\frac{l}{2}-x_2\right), \quad ②$$

联立①②式,可得

$$m=\frac{G(l-2x_2)}{g(l-2x_1)},$$

$$M=\frac{2G(x_2-x_1)}{g(l-2x_1)}.$$

2. 如图 1-2-2 所示,一个轮轴,大轮半径为 25 cm,小轮半径为 20 cm,在小轮上绕有绳子,绳子下端挂一个重为 500 N 的物体,在大轮上方有一杠杆压在大轮边缘上.若 $AB=40$ cm, $BC=60$ cm,杠杆和大轮边缘的动摩擦因数 $\mu=0.4$,则当重物匀速下落时,要在 C 点加一个多大的竖直向下的力?(杆、绳、轮质量不计)

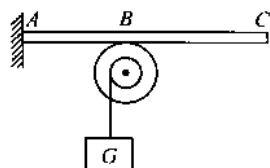


图 1-2-2

解析 设 C 点所加竖直向下的力为 F ,此时 B 处杆与轮之间的弹力为 N ,摩擦力为 f ,则取杆为研究对象,以 A 点为轴,根据固定转动轴物体的平衡条件,得

以轮为研究对象,有 $fR=Tr=Gr$.

$$F \cdot \overline{AC} = N \cdot \overline{AB}.$$

又 $f=\mu N$,

联立以上各式,并将 $R=25$ cm, $r=20$ cm 等数据代入后得 $F=400$ (N).

3. 有一水果店,所用的秤是吊盘式杆秤,量程为 10 kg. 现有一个较大的西瓜,超过此秤的量程. 店员 A 找到另一秤砣,与原秤砣完全相同,把它与原秤砣连在一起作为秤砣进行称量. 平衡时,双砣位于 6.5 kg 刻度处,他将此读数乘以 2 得 13 kg,作为此西瓜的质量. 店员 B 对这种称量结果表示怀疑,为了检验,他取另一西瓜,用单秤砣正常称量得 8 kg,用双秤砣称量计数是 3 kg,乘以 2 后得 6 kg. 这证明店员 A 的办法是不可靠的. 试问店员 A 卖给顾客的那个西瓜的实际质量是多大?

解法一 杆秤的原理图如图 1-2-3 所示. 设吊盘中没有重物时,单秤砣在 C 点平衡,则 C 点为杆秤的刻度零点. 如果盘中放了重物 x kg,则秤砣必须右移 l 才能平衡. 设秤砣质量为 m kg,支点 O 与挂物点 E(挂秤盘点)的距离为 d ,要达到新的平衡,有

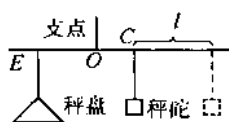


图 1-2-3

$$x \cdot gd = mg \cdot l.$$

不难看出 l 与 x 成正比,这正是杆秤刻度为等距的根本道理. 如果用两个秤砣,即秤砣的质量变为 $2m$,则刻度应比单秤砣的密一倍,但刻度零点则不一定与原来的刻度零点是一

样的. 我们可以把用双秤砣称出来的质量 x_2 表示成为单秤砣的刻度 x_1 乘 2 倍, 再加上零刻度飘移, 即

$$x_2 = 2x_1 + m_0.$$

式中 m_0 为零刻度移动造成的, 因空盘时单秤砣或双秤砣的平衡点都是固定的, 即两者之间的距离 Δl 固定, 所以可用定值 m_0 来代表这一段差距.

秤砣质量翻倍以后, 原刻度 1 kg 表示现在的 2 kg, 但零点位置与原来有差别, 所以现在称出来的质量 x_2 可用刻度 x_1 表示, 即

$$x_2 = 2x_1 + m_0,$$

其中 m_0 为零刻度差异.

店员 B 帮了一个忙, 使我们可以确定 m_0 , 则有

$$8 = 2 \times 3 + m_0,$$

即

$$m_0 = 2(\text{kg}),$$

所以店员 A 卖给顾客的那个西瓜的实际质量为

$$\begin{aligned} x_2 &= 2 \times 6.5 + 2 \\ &= 15(\text{kg}). \end{aligned}$$

如果老板知道其中道理, 恐怕要指责店员 A 做赔本生意了. 学生对杠杆原理和杆秤可能都熟悉, 但通过解这一个题目, 不仅可以加深他们对两者联系的理解, 还可以体会到理论和实践之间千丝万缕的关系.

解法二 设杆秤的每千克刻度为 l_0 , 支点 O 与秤盘悬挂点 E 的距离为 d .

当秤盘中没有重物时, 单秤砣在 C 点平衡, 秤盘中每增加 1 kg 的重物, 单秤砣应向右移动距离 l_0 .

如果换成双秤砣, 秤的零刻度点将发生变化, 显然新的零刻度点应在 C 点的左侧. 在平衡的基础上, 秤盘中增加 1 kg 的物体, 双秤砣应向右移动 $\frac{1}{2}l_0$ 的距离.

店员 B 用双秤砣称 8 kg 西瓜时读数为 3 kg. 由上面的讨论知, 秤盘中每减少 1 kg 的物体, 双秤砣应向左移动 $\frac{1}{2}l_0$ 距离, 这样很容易得到秤盘中不放物体时, 秤砣应在原零刻度的左侧 l_0 (新的零刻度位置). 店员 A 用双秤砣称得西瓜读数为 6.5 kg, 这一读数相对于新的零刻度距离为 $7.5l_0$. 根据盘中每增加 1 kg 的物体, 双砣应向右移动距离 $\frac{1}{2}l_0$, 说明西瓜的质量为 15 kg.

4. 用两根直径均为 $d=0.02$ m 且相互平行的小圆棒 A 和 B 水平地支起一根长为 $L=0.64$ m、质量均匀分布的木条. 木条与二圆棒之间的静摩擦因数 $\mu_s=0.4$, 动摩擦因数 $\mu_k=0.2$. 先使 A 棒和木条不动, B 棒向左慢慢移动(图 1-2-4). 试讨论木条以后的运动情况.

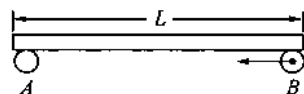


图 1-2-4

解析 随着 A、B 两棒位置的变化, 它们对木条的支持力也在变化. 随着两棒对木条支持力的变化, 两棒和木条之间的摩擦有静摩擦和滑动摩擦两种可能, 需要作具体的分析.

设两棒对木条的支持力分别为 N_A 和 N_B .

(1)一开始 B 棒和木条有相对运动,对木条的摩擦力为 $\mu_k N_B$, A 处的静摩擦力大小也是 $\mu_k N_B$,随着 B 棒向木条重心移动, N_B 变大, $\mu_k N_B$ 也增大, A 处的静摩擦力也增大,但由于 N_A 变小, A 处的最大静摩擦力 $\mu_s N_A$ 也变小,当 B 棒移到离木条重心的距离为 x_1 时,有

$$\begin{aligned}\mu_s \cdot N_{A_1} &= \mu_k \cdot N_{B_1}, \\ N_{A_1} \cdot \frac{L}{2} &= N_{B_1} \cdot x_1,\end{aligned}$$

可求得
$$x_1 = \frac{L}{4} = 0.16(\text{m}).$$

(2)此后 B 棒对木条的滑动摩擦力将大于 A 棒对木条的最大静摩擦力,木条开始向左运动.木条一旦移动, A 棒对木条的静摩擦力突变为滑动摩擦力 $\mu_k N_A$. 为了保持木条缓慢移动,作用于 B 棒的作用力必须变小(否则木条将向左做加速运动), B 处变成静摩擦力. 当 A 棒到木条重心的距离为 x_1' 时, A 棒对木条的滑动摩擦力等于 B 棒与木条之间的静摩擦力,即

$$\begin{aligned}\mu_k \cdot N_{A_1}' &= \mu_s \cdot N_{B_1}', \\ N_{A_1}' \cdot x_1' &= N_{B_1}' \cdot x_1,\end{aligned}$$

可求得
$$x_1' = \frac{1}{2}x_1 = \frac{1}{8}L = 0.08(\text{m}).$$

(3)此后由于 B 处发生相对滑动,摩擦力突然减小,因而木条立即减速. 当它的速度减为零时, A 处的摩擦变为静摩擦,大小等于 B 处的滑动摩擦力,木条静止,而 B 继续向左移动,重复出现上述(1)、(2)的情况. 整个运动情况如下:

①木条不动, B 棒支点距木条重心 O 点由 $\frac{L}{2}$ 到 x_1 ,

$$x_1 = \frac{1}{2} \times \frac{L}{2} = \frac{L}{4} = 0.16(\text{m}).$$

②木条随 B 棒运动, A 棒支点距 O 点由 $\frac{L}{2}$ 到 x_1' ,

$$x_1' = \frac{1}{2}x_1 = \frac{L}{8} = 0.08(\text{m}).$$

③木条不动, B 棒支点距 O 点由 $\frac{L}{4}$ 到 x_2 ,

$$x_2 = \frac{1}{2}x_1' = \frac{L}{16} = 0.04(\text{m}).$$

④木条随 B 棒运动, A 棒支点距 O 点由 $\frac{L}{8}$ 到 x_2' ,

$$x_2' = \frac{1}{2}x_2 = \frac{L}{32} = 0.02(\text{m}).$$

⑤木条不动, B 棒支点距 O 点由 $\frac{L}{16}$ 到 x_3 ,

$$x_3 = \frac{1}{2}x_2' = \frac{L}{64} = 0.01(\text{m}).$$

⑥木条随 B 棒运动, A 棒支点距 O 点由 $\frac{L}{32}$ 到 x_3' ,

$$x_3' = 0.01(\text{m}).$$

此时, A、B 两棒已碰到, 过程结束, 这时木条处于平衡状态, O 点正对两棒的接触点.

5. 如图 1-2-5 所示, 底边长为 a 、高度为 b 的匀质长方形物体置于斜面上, 斜面和物块之间的静摩擦因数为 μ , 斜面的倾角为 θ . 当 θ 足够小时, 物块静止于斜面上, 如逐渐将倾角增大, 当 θ 取某个临界值 θ_0 时, 物块或将开始滑动, 或将翻倒. 试分别求出发生滑动和翻倒时的 θ_0 , 并说明在什么条件下出现的是滑动, 在什么条件下出现的是翻倒.

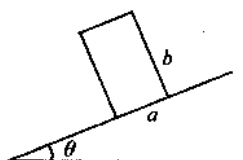


图 1-2-5

解析 物块要滑动须满足

$$mg \sin \theta > \mu mg \cos \theta,$$

即

$$\mu < \tan \theta.$$

物块将要翻倒时, 重力的作用线必过物块与斜面接触的下端点, 即

$$\tan \theta = \frac{a/2}{b/2} = \frac{a}{b},$$

故 $\mu < \frac{a}{b}$ 时物块将滑动, $\mu > \frac{a}{b}$ 时物块将翻倒.

若 $\mu < \frac{a}{b}$, 只须满足 $mg \sin \theta_0 = \mu mg \cos \theta_0$, 即 $\theta_0 = \arctan \mu$ 时物块会滑动;

若 $\mu > \frac{a}{b}$, 只须满足 $\tan \theta_0 = \frac{a}{b}$, 即 $\theta_0 = \arctan \frac{a}{b}$ 时物块即会翻倒.

6. 有一木板可绕其下端的水平轴转动, 转轴位于一竖直墙上, 如图 1-2-6 所示, 开始时木板与墙面的夹角为 15° , 在夹角中放一正圆柱形木棍, 截面半径为 r , 在木板外侧加一力 F , 使其保持平衡, 在木棍端面上画一竖直向上的箭头, 已知木棍与墙面之间和木棍与木板之间的静摩擦因数分别为 $\mu_1 = 1.00$, $\mu_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.577$. 若缓慢地减小所加的力 F , 使夹角慢慢张开, 木棍下落, 问当夹角张到 60° 时, 木棍端面上的箭头指向什么方向?



图 1-2-6

棍下落, 问当夹角张到 60° 时, 木棍端面上的箭头指向什么方向?

解析 当所加外力 F 逐渐减小时, 木棍与板、墙接触处的摩擦力方向均向上(如图 1-2-7), 大小逐渐增加, 当其中一方增大到最大静摩擦力后, 再减小外力, 平衡将被破坏, 木棍将在这一方开始向下滑动, θ 角张大, 而另一方则保持无滑动滚动, 因此, 本题的关键是确定哪一方首先开始滑动.

解法一 设木棍的质量为 m , 木板与墙面夹角为 θ , 则有

$$f_1 + N_2 \sin \theta + f_2 \cos \theta = mg,$$

$$N_1 = N_2 \cos \theta - f_2 \sin \theta,$$

$$f_1 R = f_2 R.$$

要使木棍在墙面上先滑(左滑), 这时,

$$f_1 = f_{1\max} = \mu_1 N_1.$$

而

$$f_2 \leq f_{2\max} = \mu_2 N_2,$$

由③式, 左滑条件④⑤两式可合写为

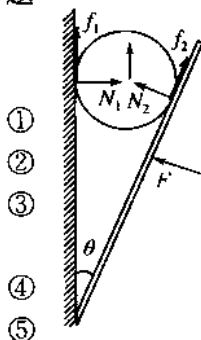


图 1-2-7