



与人教社最新教材同步

特级教师 点睛丛书

刘建业 编
刘 维

紧扣知识点
点拨能力点
突破重点
解析难点
澄清疑点

初二 数学

大众文艺出版社

特级教师点睛丛书

初二数学

刘建业 刘 维 编

大众文艺出版社

·北 京·

图书在版编目(CIP)数据

特级教师点睛丛书:初二数学/刘建业、刘维编.
-北京:大众文艺出版社,1998.8 (1999.7 重印)
ISBN 7-80094-591-X

I. 特…

II. ①刘…②刘…

III. 数学课-初中-教学参考资料

IV. G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 17946 号

大众文艺出版社出版发行
(北京朝阳区潘家园东里 21 号)

邮编:100021

中国文联印刷厂印刷 新华书店经销

开本 787×1092 毫米 1/32 印张 11.375 字数 254 千字

1998 年 8 月北京第 1 版 1999 年 7 月北京第 2 次印刷

印数 10,001—15,000 册

定 价:12.00 元

特级教师点睛丛书

——解惑释疑的好帮手

北京海淀区、西城区是全国著名的文化教育区,其教育质量居全国前列。为了向全国师生推广他们的经验,挖掘两区教学秘诀,我们组织了海淀教师进修学校、西城教研中心及北大附中、清华附中、人大附中、北师大附中、实验中学等重点中学的部分特、高级教师、教研员,精心编写了特级教师点睛丛书。

丛书以我国九年制义务教育教材为依据,配合 1999 年秋季和 2000 年春季教材的使用而编著,与教材完全同步,按课本内容分章同步进行学习指导,丛书融进了数十位编者数十年的教学经验和最新教学研究成果,充分体现了著名重点中学的教学水平与特色,可迅速提高学生的学习能力与成绩,亦可指导教师的教学。

每册书按人教版教材内容分若干单元,每单元分四部分:

1. **知识点、能力点归纳与分析:**以精辟的语言概括出该部分的知识体系,列出其中的重点和关键。

2. **重点、难点、疑点解析:**通过典型问题分析,教会学生解题思路、技巧,掌握重点,克服难点,澄清疑点。对学习方法和思考方法进行指导,让学生能在较高层次上掌握知识。

3. **解题要诀与能力指导:**应用所学知识解决实际问题,提高解题能力,是当今教学改革和考试改革的一个重要方面,也是丛书之“睛”所在。丛书精选典型例题进行详细剖析,使学生能举一反三、触类旁通。

4. **单元能力训练及期中、期末测试题**:通过对一系列典型试题的练习,检验学生对知识的掌握程度。精选练习题分 A、B 两个层次:A 层次适合巩固基础知识和训练基本解题方法用;B 层次以开阔知识领域,提高灵活运用课本知识综合解题能力为目的。

丛书在编写过程中,对教育部《关于推进素质教育调整中小学教育教学内容、加强教学过程管理的意见》进行了认真研究,将北京市的调整要求即删减的教学内容、适当降低教学要求、部分教学内容改为选学内容、适当缩小考试范围用☆标出,供各地师生选择使用。

丛书内容新,基础扎实,辅导性强,注重能力训练,是海淀等区特、高级教师们的鼎力之作,相信会成为大家学习的好帮手,谬误之处,敬请不吝指正。

编 者

1999 年 6 月

目 录

代数部分

第八章 因式分解	(1)
第一单元 提公因式法和公式法	(1)
知识点、能力点归纳与分析	(1)
重点、难点、疑点解析	(2)
解题要诀与能力指导	(5)
单元能力训练	(10)
参考答案	(18)
第二单元 分组分解法和十字相乘法	(20)
知识点、能力点归纳与分析	(20)
重点、难点、疑点解析	(21)
解题要诀与能力指导	(24)
单元能力训练	(29)
参考答案	(37)
第九章 分式	(40)
第一单元 分式	(40)
知识点、能力点归纳与分析	(40)
重点、难点、疑点解析	(41)
解题要诀与能力指导	(46)
单元能力训练	(55)
参考答案	(67)
第二单元 可化为一元一次方程的分式方程	(69)

知识点、能力点归纳与分析	(69)
重点、难点、疑点解析	(70)
解题要诀与能力指导	(72)
单元能力训练	(79)
参考答案	(88)
第十章 数的开方	(92)
第一单元 平方根和立方根	(92)
知识点、能力点归纳与分析	(92)
重点、难点、疑点解析	(93)
解题要诀与能力指导	(95)
单元能力训练	(99)
参考答案	(104)
第二单元 实数	(106)
知识点、能力点归纳与分析	(106)
重点、难点、疑点解析	(106)
解题要诀与能力指导	(107)
单元能力训练	(109)
参考答案	(112)
第十一章 二次根式	(114)
第一单元 二次根式及二次根式的乘除法	(114)
知识点、能力点归纳与分析	(114)
重点、难点、疑点解析	(115)
解题要诀与能力指导	(118)
单元能力训练	(124)
参考答案	(130)
第二单元 二次根式的化简与计算	(133)
知识点、能力点归纳与分析	(133)
重点、难点、疑点解析	(134)
解题要诀与能力指导	(136)

单元能力训练	(143)
参考答案	(149)
第三单元 二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简	(152)
知识点、能力点归纳与分析	(152)
重点、难点、疑点解析	(152)
解题要诀与能力指导	(153)
单元能力训练	(155)
参考答案	(159)

几何部分

第三章 三角形	(161)
第一单元 三角形	(161)
知识点、能力点归纳与分析	(161)
重点、难点、疑点解析	(162)
解题要诀与能力指导	(170)
单元能力训练	(175)
参考答案	(180)
第二单元 全等三角形	(182)
知识点、能力点归纳与分析	(182)
重点、难点、疑点解析	(183)
解题要诀与能力指导	(192)
单元能力训练	(198)
参考答案	(204)
第三单元 特殊三角形	(206)
知识点、能力点归纳与分析	(206)
重点、难点、疑点解析	(208)
解题要诀与能力指导	(215)
单元能力训练	(224)

参考答案	(230)
第四章 四边形	(232)
第一单元 四边形与平行四边形	(232)
知识点、能力点归纳与分析	(232)
重点、难点、疑点解析	(234)
解题要诀与能力指导	(241)
单元能力训练	(247)
参考答案	(253)
第二单元 梯形	(255)
知识点、能力点归纳与分析	(255)
重点、难点、疑点解析	(256)
解题要诀与能力指导	(265)
单元能力训练	(273)
参考答案	(278)
第五章 相似形	(280)
第一单元 比例线段	(280)
知识点、能力点归纳与分析	(280)
重点、难点、疑点解析	(281)
解题要诀与能力指导	(291)
单元能力训练	(296)
参考答案	(303)
第二单元 相似三角形	(305)
知识点、能力点归纳与分析	(305)
重点、难点、疑点解析	(306)
解题要诀与能力指导	(316)
单元能力训练	(323)
参考答案	(329)
上学期期中试题	(331)
上学期期中试题参考答案	(335)

上学期期末试题	(336)
上学期期末试题参考答案	(341)
下学期期中试题	(342)
下学期期中试题参考答案	(346)
下学期期末试题	(347)
下学期期末试题参考答案	(351)

代数部分

第八章 因式分解

第一单元 提公因式法和公式法

知识点、能力点归纳与分析

一、本单元的主要内容是因式分解的概念和因式分解的两种基本方法.

二、学习本单元,首先要确切掌握因式分解的概念,弄清它与整式乘法的联系与区别,它是正确进行因式分解的基础;还要熟练地掌握因式分解的两种基本方法.

1. 因式分解与整式乘法的区别和联系:

整式乘法是把几个整式相乘,化为一个多项式;而因式分解是把一个多项式化为几个因式相乘,例如,把 $(a+b)(a-b)$ 化为 a^2-b^2 ,是整式乘法,把 a^2-b^2 化为 $(a+b)(a-b)$,是因式分解,可见把整式乘法的过程反过来就是因式分解.

2. 把多项式因式分解,本单元介绍了两种基本方法:

(1) 提公因式法.这是分解因式最基本的方法,只要多项式的各项有公因式,首先把它提出来.

(2) 运用公式法.这种方法的关键是熟悉公式,这些公式

都是把乘法公式反过来得到的,共有五个公式:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

重点、难点、疑点解析

学习因式分解,主要学习的是因式分解如何进行,也就是因式分解的方法问题.所以本单元的重点就应是因式分解的两种基本方法.不掌握因式分解的基本方法,对多项式进行因式分解就无从下手,但正确理解因式分解的意义又是学好因式分解的前提,故在学习本单元时应注意以下几个方面的问题.

一、在学习因式分解的概念时应注意

1. 因式分解变形与乘法变形的关系,这是两种方向相反的变形.

2. 因式分解也是一种恒等变形,即变形前后两式是恒等的.

3. 把一个多项式分解因式应分解到每一个因式都不能再分解为止.而所谓不能分解的多项式如:

(1) 一次式 如 $x - 3$ 、 $x + 5$ 等.

(2) 在某一范围内不能分解的多项式,如: $x^2 + 3$ 、 $x^2 - 2x + 3$ 等在实数范围内都不能分解.又如 $x^2 - 5$ 、 $x^2 - 3x - 2$ 在实数范围内能分解因式,但在有理数范围内却不能分解,所以要注意范围.

4. 单项式不存在因式分解问题,因为单项式已经是积的形式了.

二、学习因式分解的两种基本方法时应注意

1. 提取公因式法

这是因式分解最基本最常用的方法,也是因式分解整体知识环节中的第一环,因此要掌握得十分熟练.所谓提取公因式法就是用提取多项式各项的公因式来分解因式的方法,它是由乘法的分配率反过来而得到的一种因式分解的方法,即 $ma + mb + mc = m(a + b + c)$. 而使用提取公因式法的关键是找准公因式,这个公因式应是最高公因式,其规律是:取各项系数的最大公约数与各项共有字母的最低次幂的乘积. 这里应注意的是:

(1) 提取的公因式一定是各项都有的,而且是最高公因式.

如多项式 $15x^2y + 9x^3y^2 + 6x^2y^3$ 各项的公因式应是 $3x^2y$, 而 $3xy$ 虽是各项均有的因式,但不是最高公因式, $3x^2y^2$ 只是第二、三项的公因式,却不是第一项的因式,故不是原多项式的公因式.

(2) 将多项式的各项公因式提出后,相当于用公因式去除原多项式的每一项. 所得的商就是另一个因式,所以括号内多项式的项数应与原多项式的项数相同,当多项式中的某一项恰为多项式的公因式时,提取公因式后,括号内相应的这项应为 1.

(3) 若提取的公因式带正号,则括号内相应项的符号不变. 若多项式第一项系数为负数或根据需要而所提的公因式带负号时,括号内的各项都应变号.

(4) 公因式也可以是多项式,如多项式 $2x(a + b) - y(a + b)$ 各项公因式就为 $a + b$, 又如多项式 $a(x - 3)^2 - b(3 - x)^3$ 的公因式为 $(x - 3)^2$, 多项式 $a(x - y) - b(y - x)$ 各项公因式可以是 $x - y$, 也可以是 $y - x$, 这里涉及到 $x - y$ 与 y

$-x, (x-3)^2$ 与 $(3-x)^2$ 的关系, 其中 $x-y=-(y-x)$,
 $(x-y)^3=-(y-x)^3, (x-3)^2=(3-x)^2$.

2. 运用公式法

运用公式法分解因式的关键是要弄清各个公式的形式和特点, 熟练地掌握公式, 根据所给多项式的特点选择适当公式. 正确地运用公式是本单元的一个难点.

在运用公式法分解因式时, 应首先注意的是公式中的字母可以表示任何数、单项式或多项式, 其次应注意各个公式的具体特点及使用条件.

(1) 平方差公式:

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$, 这是本单元介绍的第一个公式, 也是今后应用较多的一个公式, 其特点为: 左边是两个数 a 、 b 的平方差, 右边为这两个数的和与差的积, 故得其使用条件为: 其一, 所给多项式共有两项, 其二, 两项符号相反, 其三, 这两项分别可化为一个数(或整式)的平方的形式, 例如: $(x-3)^2 - 4y^2 = (x-3)^2 - (2y)^2 = (x-3+2y)(x-3-2y)$.

(2) 完全平方公式:

$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$, 这也是应用较多的一个公式, 它的应用范围是分解完全平方式, 完全平方式的特点是首、末两项和是两个数的平方和, 而中间的一项是这两个数的积的 2 倍, 故得使用条件为: 其一, 多项式有三项, 其二, 其中有两项的符号相同, 并且这两项可化为两个数(或整式)的平方和, 其三, 另一项为这两个数(或整式)的乘积的 2 倍, 例如: $4a^2 - 12ab + 9b^2 = (2a)^2 - 2(2a)(3b) + (3b)^2 = (2a - 3b)^2$.

(3) 立方和与立方差公式: $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$, 这两个公式的左端较简明, 而右边较复杂, 左端为两数的

立方和(差),右端的一个因式为这两个数的和(差),而另一个因式是三项式;这个三项中的两项为这两数的平方和,另一项为这两项的乘积,而这一项的符号恰与前一个因式(或左端)的和或差的符号相反.其适用条件是:其一,多项式为二项式,其二,这两项可化为两个数(或整式)的立方和(差),如: $x^6 + y^3 = (x^2)^3 + y^3 = (x^2 + y)(x^4 - x^2y + y^2)$.

综合以上分析可知,在对所给多项式进行因式分解时,应首先考虑是否有公因式,如果各项有公因式,一定要先提取公因式,然后再考虑用公式.若多项式为二项式,应考虑用平方差或立方和(差)公式,若多项式为三项式,应考虑用完全平方公式.

解题要诀与能力指导

例 1 下列各式的变形中,是因式分解的是()

A. $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$

B. $x^2 - y^2 + 1 = (x + y)(x - y) + 1$

C. $3ax^2 - 3ax - 3a = 3a(x^2 - x - 1)$

D. $ax + ay + bx + by = a(x + y) + b(x + y)$

【说明】 解答本题的依据是因式分解的定义,A 自左向右的变形是从乘积形式化为多项式,因此它是整式乘法;B 没有完全化为积的形式;C 是由多项式化为乘积的形式,所以 C 是因式分解;D 是分两部分分别化为了积的形式,但整体上它最终没有化为积的形式,因此它不是因式分解.所以本题应选 C.

因式分解必须满足两点:

首先,它必须是由一个多项式化为几个整式积的形式,其次,它必须是恒等变形.

例 2 把下列各式分解因式

$$(1) 5xy - 15x^2yz + 25xy^3z$$

$$(2) -2a^2b^2 + 10a^3b^2c - 6a^3b^3c^2$$

$$(3) a(c-a)(c-b) - c(a-c)(b-c)$$

【解】 (1) $5xy - 15x^2yz + 25xy^3z$

$$= 5xy(1 - 3xz + 5y^2z)$$

$$(2) -2a^2b^2 + 10a^3b^2c - 6a^3b^3c^2$$

$$= -(2a^2b^2 - 10a^3b^2c + 6a^3b^3c^2)$$

$$= -2a^2b^2(1 - 5ac + 3abc^2)$$

$$(3) a(c-a)(c-b) - c(a-c)(b-c)$$

$$= a(a-c)(b-c) - c(a-c)(b-c)$$

$$= (a-c)(b-c)(a-c)$$

$$= (a-c)^2(b-c)$$

【说明】 (1) 中公因式是 $5xy$, 当提取 $5xy$ 之后, 括号中原多项式 $5xy$ 项的位置应由 1 来顶替. (2) 中首项系数为负数, 应先提出负号, 同时括号内各项变号. (3) 中对于两个因式的积 $(c-a)(c-b)$ 来说, 同时改变两个因式的符号时, 积的值不变, 即 $(c-a)(c-b) = (a-c)(b-c)$, 变形后可发现本题的公因式是 $(a-c)(b-c)$.

例 3 把下列各式分解因式

$$(1) \frac{1}{9} - \frac{1}{4}a^2$$

$$(2) 9(x+y)^2 - 4(x-y)^2$$

$$(3) x^4 - 25x^2y^2$$

【分析】 本题中三小题均可看作是两项之差, 并且两项都可化为平方的形式, 所以本题中各式都符合平方差公式.

【解】 (1) $\frac{1}{9} - \frac{1}{4}a^2$

$$= \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}a\right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}a\right)\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}a\right)$$

$$(2) 9(x+y)^2 - 4(x-y)^2$$

$$= [3(x+y)]^2 - [2(x-y)]^2$$

$$= [(3x+3y) + (2x-2y)][(3x+3y) - (2x-2y)]$$

$$= (5x+y)(x+5y)$$

$$(3) x^4 - 25x^2y^2$$

$$= x^2(x^2 - 25y^2)$$

$$= x^2(x+5y)(x-5y)$$

【说明】 (3) 题中有公因式 x^2 , 应先提取公因式, 剩余的多项式再用平方差公式分解因式.

例 4 把下列各式因式分解

$$(1) 4x^2 - 20xy + 25y^2$$

$$(2) (a+b)^2 + 10c(a+b) + 25c^2$$

$$(3) a^3x^4 - 12a^3x^2y + 36a^3y^2$$

$$(4) \frac{1}{2}(a^2 - 2b^2)^2 - 2b^2(a^2 - 2b^2) + 2b^4$$

【分析】 本题的四道小题均可看作是二次三项式, 可考虑是否符合完全平方公式, 但(3)有公因式, 应先提取公因式, (4)需经过变形才能符合完全平方公式.

$$\text{【解】 } (1) 4x^2 - 20xy + 25y^2$$

$$= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 5y + (5y)^2$$

$$= (2x - 5y)^2$$

$$(2) (a+b)^2 + 10c(a+b) + 25c^2$$

$$= (a+b)^2 + 2 \cdot (a+b) \cdot (5c) + (5c)^2$$

$$= (a+b+5c)^2$$