

数理统计与应用概率

Mathematical Statistics and Applied Probability

1988

第三卷 第二期

学术期刊出版社

目 录

应用成果

- 课堂教学心理结构因素的多元统计分析 李蔚 刘韵源 武燕萍 (127)
数量化方法 I 在教学质量管理中的应用 韩之农 (139)
用极点排序法对地震区域进行分类 曹燕东 唐炜 (145)
小批量威布尔寿命型产品可靠性抽样验证方案 周正伐 (152)

综述

- 经验贝叶斯估计 成平 (156)

理论与方法

- 线性模型中线性参数函数可估性的深入探讨 刘双全 (165)
增长曲线模型中回归参数的最小二乘估计及 Gauss—Markov 定理 潘建新 (169)
对因子分析算法的两个改进 陈国光 李明东 (186)
U 统计量的正则函数及 Von-Mises 统计量的自助
(Bootstrap) 和随机加权逼近 姜民奇 (192)
基于刀切虚拟值的 U 统计量的自助和随机加权逼近 涂冬生 施锡铨 (205)
弱大数定律的收敛速度与强极限定理的关系 李德立 (213)
随机化 K—NN 预测条件风险函数 陈桂景 (221)
线性模型中误差方差估计的优良性 刘爱义 (232)
关于概率分布的支撑的一个问题 刘文 (237)
 Γ -分布 n 重卷积的数值计算 陈元深 (240)
球面上均匀分布的刻划 李久坤 (245)
-
- 消息简讯 (250)

Contents

Applications

An Analysis of the Psycho-Structural Factors in the Dynamic System of Class Testing	Li Wei Liu Yuyuan Wu yanping	(127)
The Application of Quantitative Method I in Testing Quality Management.....	Han zhinong	(139)
Classifying Earthquake Region by Method of Polar Ordination.....	Cao Yandong Tang wei	(145)
Sampling plan for Small Lots in Reliability Demonstration of Weibull Life	Zhou zheng fa	(152)

Summary

Empirical Bayes Estimation.....	Chen ping	(156)
---------------------------------	-----------	---------

Theory and Method

Further Research on the Estimability of Linear Parametric Function in Linear Models.....	Liu shang quan	(165)
The Generalized Least Square Estimates of Regression Parameters and Gauss Markov Estimate in the Growth Curve Model	Pan Jian xin	(169)
Improvement on the Algorithm of Factor Analysis	Chen Guo xian Li Mingdong	(186)
Bootstrapping and Randomly Weighting the functionals of U-Statistics and Von-Mises statistics.....	Jiang Ming qi	(192)
Bootstrapping and Random Weighting the U-statistics Based on the Tackknife Pseudo-Values	Tu Dong sheng Shi Xiquan	(205)
The Relation between the Convergence Rate in the Weak Law of Large Number and Strong Limit Theorems.....	Li Deli	(213)
On Estimation of Conditional Risk of K-NN Randomized Prediction Under General Loss.....	Chen Guijing	(221)
On the Best Estimation of Variance in Linear Models.....	Liu Aiyi	(232)
A problem on the Supports of Probability Distributions.....	Liu Wen	(237)
A Numerical Computation of the N-Fold Convolution of Gamma Distribution.....	Chen Yuan shen	(240)
Some Characterizations of Multiple Uniformity.....	Li J, K	(245)

课堂教学心理结构因素 的多元统计分析

——对问卷资料的聚类分析和判别分析

李 蔚 (中央教科所)

刘韵源 武燕萍 (中国医科院)

摘要

本研究把课堂教学看成一个时间序列动态系统。在广泛搜集资料和特尔斐法的基础上，又经两次因子分析处理，得出问卷量表。此量表在62名初中数学教师所教的1937名学生中取得数据。经多因素统计分析表明：本研究提出课堂教学的五个二级子系统和二十五项心理因素的可靠性；突破了以往研究的局限性；探讨了量化和预测的可靠性；增强了评议课堂教学质量的客观性。

前 言

数理统计是心理与教育研究的重要手段，本世纪初不少数理统计理论是伴随心理研究发展起来的。四十年代以后，在欧美各国已普遍将数理统计应用于心理和教育研究之中。我国在二、三十年代就引进了心理与教育统计学。五十年代以后，由于极左思潮的影响，心理教育领域的数理统计工作受到了干扰。直到党的十一届三中全会以后才得以恢复与发展。

近二十年来，由于现代科学技术的发展，使多因素的实验设计和统计研究成为可能。心理研究领域，因子分析，多元回归分析等方面是当今的重要研究课题。

研究教学实际，就需要处理诸多变量的观测数据。如果采用单因素统计方法，势必忽视种变量之间可能存在的相关性，从而会丢失许多重要的信息。实际上，客观事物都是由多因素控制其形成与发展的，而且各因素之间又相互联系。多元统计分析方法，能同时对多变量的观测数据进行分析，揭示出多因素间的联系，为各变量的相对重要性提供有用信息因而本文采用了多元分析方法。

本研究目的为：1. 探索课堂教学系统的心理结构因素。2. 分析课堂教学系统的心理结构因素的特点。在本文中将先介绍研究所用的方法和原理，再叙述实际分析所得的结果。

研究方法

(一)、搜集国内外有关课堂教学系统心理结构因素资料。采用“专家评议调查法”，

收稿日期：1987年8月25日。

本课题由北京市12所中学的62位初中数学教师和35位高中数学教师，以及他们任教的一个班级的学生共3017名提供资料。资料整理工作由刘恒欣，张锦帆，王苏等十几位同志完成。

北京地区邮寄调查表，将收回的意见整理成“课堂教学系统心理结构因素表（87项）”。随后征求教学理论专家和教育心理学工作者、以及若干中小学的领导、优秀教师的意见。根据意见将该表修订为58项因素。

（二）、以因子分析的方法筛选并确定问卷量表。第一次预试对象为：初中二年级52人、高中一年级48人。采用是非法的“是”、“否”应答形成。将所得结果进行因子分析，经此处理从58项因素中筛选出35项因素。第二次预试对象为初中二年级146人、高中一年级139人。将35项因素采用五等级选择法的问卷测验。将所得结果进行因子分析，经此处理从35项因素中再筛选出25项因素。

（三）、搜集和分析处理课堂教学系统心理结构因素的数据。

1. 被试对象

选例标准：中学数学教师，尽可能包括各种不同教龄、性别和学历水平，但不包括教龄不满二年，且无大专学历者。

选例方法：以本市海淀区和西城区的普通中学为对象。凡愿为本课题提供数据的学校，当确定为被调查的学校，尽量使全校数学教师参加。

样本数目：以可信度 $P=0.95$ ，把握度 60%，标准差不超过 10% 计算，被试为 97 名。其中担任初中数学课教师 62 名，高中教师 35 名。因此，样本包括 97 名数学教师任教的所在班级的全体学生。为本研究提供问卷调查的学生有 3017 人，其中初中生 1937 人，高中生 1080 人（此次分析只采用初中 1937 人的资料）。97 名中学数学教师分别属于十二所中学。

2. 数据来源：数据取自 62 名初中数学教师所教的学生 1937 人，除问卷资料外，还有教研组长对教师的教学评价调查资料，以及本课题研究者或该校教导主任的听课记录、评价调查和听课记录标准等。

在广泛搜集教师意见的基础上，再征求教学论等方面专家意见，两次修订，整理后，又经过两次预试和因子分析处理，筛选所得的 25 项心理结构因素。

对上述样本和因素（指标），以简化信息量寻优标准，对各个自变量的水平进行聚类分析，以训练样本和检验样本考察其分析结果的稳定性，还以变量选择方法进行判别分析，方法详见下节。

基 本 原 理

心理研究中经常应用问卷法，国外采用因子分析方法筛选和确定问卷量表，我们则本着下述思想解决问题。

将变量分为若干水平，多个变量按不同水平组合便构成各种状态。例如：取两个二值变量 x_1 和 x_2 ，它们所构成的状态 (x_1, x_2) 包括 $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$ 和 $(1, 1)$ 四种。为描述这两个变量的一次效应项 x_1 , x_2 和二次效应项 $x_1 \cdot x_2$ ，引入状态变量 s_1 , s_2 和 s_3 ：

s_1	s_2	s_3	相应状态 (x_1, x_2)
0	0	0	$(0, 0)$
1	0	0	$(1, 0)$
0	1	0	$(0, 1)$
0	0	1	$(1, 1)$

注意 $S_l (l=1, 2, 3)$ 之间是彼此正交的，且每个 S_l 皆为二值变量。这样，通过引入“状态”概念和状态变量 S_l ，我们便将可能包含二次效应项 $x_1 \cdot x_2$ 的非线性问题化为 S_l 的线性问题处理，又不难把分析结果还原为原变量的表示式，这是状态分析方法的主要优点之一。为实现状态分析，建立了一系列的算法技巧，简介如下。

(一) 信息量寻优标准

若用 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)'$ 表示研究因素的观测值， j_i 表示变量 x_i 的不同水平，分为 $1_i, 2_i, \dots, C_i$ ($i=1, 2, \dots, m$) 共 m 级，用 $\delta_{kg}(j_i)$ 表示属于第 g 组 ($g=1, 2, \dots, G$) 的个体 K 在变量 x_i 的水平 j 上的反应度。令

$$\delta_{kg}(j_i) = \begin{cases} 1, & \text{有反应} \\ 0, & \text{无反应} \end{cases}$$

m 个研究因素的组合水平 (j_1, j_2, \dots, j_m) 就构成了各种暴露状态，记为 $S_v (v=1, 2, \dots, \&)$ ，其中 $\&$ 为非空状态数目。如果 N 为样本大小，当反应变量 y 分为 G 组时，便能得到状态列联表如表 6 所示，其中

$$n_g \cdot = \sum_{v=1}^{\&} n_{gv}, \quad n_{\cdot v} = \sum_{g=1}^G n_{gv}, \quad n_{\cdot \cdot} = N = \sum_{g=1}^G \sum_{v=1}^{\&} n_{gv} \quad (1)$$

这里的 n_{gv} 为格频数。如果只考虑一个变量 x_i 的状态 (j_i) 时， $\&$ 便是 x_i 的非空水平数 C_i 。

[表 6] 状态列联表

	S_1	S_2	S_v	$S_{\&}$	总计
1	n_{11}	n_{12}	n_{1v}	$n_{1\&}$	$n_{1\cdot}$
2	n_{21}	n_{22}	n_{2v}	$n_{2\&}$	$n_{2\cdot}$
\vdots	\vdots					\vdots	\vdots
g	n_{g1}	n_{g2}	n_{gv}	$n_{g\&}$	$n_{g\cdot}$
\vdots	\vdots					\vdots	\vdots
G	n_{G1}	n_{G2}	n_{Gv}	$n_{G\&}$	$n_{G\cdot}$
总计	$n_{\cdot 1}$	$n_{\cdot 2}$		$n_{\cdot v}$		$n_{\cdot \&}$	$n_{\cdot \cdot}$

反应变量 y 中第 g 组出现的概率 $p(g)$ 可用 $n_{g\cdot}/N$ 估计。若以信息熵 (information entropy) 度量事件 y 的不确定性，则有

$$H(y) = - \sum_{g=1}^G p(g) \ln p(g) \quad (2)$$

现在，由于用了一组变量来预测事件 y ，使得实况 y 有了新的不确定性：

$$H_v(y) = - \sum_{g=1}^G \sum_{\gamma=1}^{\&} p(\gamma_v) p_r(g|\gamma_v) \ln p_r(g|\bar{y}) \quad (3)$$

其中 $p(v_y) = n_{v\cdot}/N$ ， $p_r(g|v_y) = n_{gv}/n_{\cdot v}$ 。通过预测变量所获得的信息量 I ，应该是：

$$I = H(y) - H_v(y)$$

$$= \frac{1}{N} \left\{ - \sum_{g=1}^G n_{g*} \ln n_{g*} - \sum_{v=1}^{\&} n_{*v} \ln n_{*v} + N \ln N + \right. \\ \left. \sum_{g=1}^G \sum_{v=1}^{\&} n_{gv} \ln n_{gv} \right\} \quad (4)$$

I 可以评价预测效果。使 I 达到最大(或 $-I$ 达到最小)的变量组合称为最佳预测变量子集。

(4) 中的 $\frac{1}{N}$ 和 $N \ln N$ 在同一问题中为常量, 因而可以删去。多因素交叉分类频数表中, 常有很多频格出现 $n_{gv} = 0$, 对这类组态, 也可因无分析价值而排除, 只考虑 $n_{*v} \neq 0$ 的非空状态。用 $\&$ 表示非空状态总数目。进而约定, 当两个预测变量子集的 I 值相同时, 优先选用自由度小的子集。这样, 使得到信息量寻优标准:

$$IC(G, \&) = - \sum_{g=1}^G \sum_{v=1}^{\&} n_{gv} \ln n_{gv} + n_{g*} \ln n_{g*} + \sum_{v=1}^{\&} n_{*v} \ln n_{*v} \\ + (G-1) \cdot (\&-1) \quad (5)$$

其中 $n_{*v} \neq 0$, $n_{g*} \neq 0$, 当 $n_{gv} = 0$ 时, 用小量 0.5 代替参加运算。使 IC 达到最小的格局为最佳预测格局 (best predictive Configuration)。已经证明, IC 与著名的赤池信息量标准 AIC (Akaike's Information Criterion) 等价, 并有以下关系:

$$IC(G, \&) = \frac{1}{2} \left\{ AIC(G, \&) + N \ln N \right\} \quad (6)$$

为了进一步简化计算, 定义简化信息量标准 (Simplified Information Criterion):

$$SIC_1(G, \&) = - \sum_{g=1}^G \sum_{v=1}^{\&} n_{gv} \ln n_{gv} + \sum_{v=1}^{\&} n_{*v} \ln n_{*v} + (G-1) \& \quad (7)$$

$$SIC_2(G, \&) = - \sum_{g=1}^G \sum_{v=1}^{\&} n_{gv} \ln n_{gv} + \sum_{g=1}^G n_{g*} \ln n_{g*} + (\&-1)G \quad (8)$$

SIC_1 用于 y 的分组固定时, 最佳预测格局的选择; SIC_2 用于预测格局固定时, y 之分组的优选。强调指出, 迄今为止, 我们并未引入任何前提假设, 因而所导出的信息寻优标准可以普遍适用。例如, 可用来实现暴露水平和暴露状态的聚类, 也能用来建立适于各类模型的通用变量选择算法。

(二) 交叉积差和统计量:

在许多研究中, 反应变量的分组往往是有序的, 其交叉积差和统计量为:

$$cpds_v(G) = \sum_{g=2}^G \sum_{h=1}^{g-1} (n_{gv} n_{h*} - n_{hv} n_{g*}) \quad (9)$$

此定义具有下列性质:

① 所有各列交叉积差和之和等于零, 即

$$\sum_{v=1}^{\&} cpds_v(G) = 0 \quad (10)$$

② 各列合并频数表的交叉积差和等于合并各列前交叉积差和之和，即

$$\sum_{r=1}^u cPds_v(G) = \sum_{r=1}^u cPds_{v,r}(G) \quad (11)$$

③ 从第 g 组起的 H_g 合并后的交叉积差和，等于原 G 行的交叉积差和与自第 g 组起的 H_g 行交叉积差和之差，即

$$cPds(G-H_g+1) = cPds(G) - cPds_v(H_g) \quad (12)$$

④ 第 v 列的平均秩 $\bar{R}_{\cdot v}$ 与该列交叉积差和统计量的关系是：

$$\bar{R}_{\cdot v} = \frac{1}{2} \left[(N+1) + \frac{cPds_v(G)}{n_{\cdot v}} \right] \quad (13)$$

⑤ 经同秩(tie)校正后的 Kruskal-Wallis 秩和检验统计量 H_e 可写成：

$$H_e(G, \&) = \frac{3(N-1)}{N^3 - \sum_{g=1}^G n_g^2} \sum_{v=1}^{\&} \frac{[cPds_v(G)]^2}{n_{\cdot v}} \quad (14)$$

$H_e(G, \&)$ 渐近地遵从自由度为 $(\&-1)$ 的卡方分布。

(三) 水平聚类

为减少研究因素的水平数目，可以直接利用 SIC_1 寻优标准，实现水平聚类。当反应变量 y 的分组有序时，可借助交叉积差和统计量，建立加速聚类算法。仅考虑一个变量时，表1简化为单个变量的水平列联表。为实现变量 x_i 各水平 $j_i=1_i, 2_i, \dots, c_i$ 的聚类，每次从 c_i 个水平中取出两个水平 j_i 与 j'_i ，试将其归并为一新水平 j_i^* ，计算交叉积差和的组间方差

$$\sigma_B^2(j, j'_i) = \frac{n_{\cdot j_i} n_{\cdot j'_i}}{n_{\cdot j_i} + n_{\cdot j'_i}} \left[\frac{cPds_{j_i}(G)}{n_{\cdot j_i}} - \frac{cPds_{j'_i}(G)}{n_{\cdot j'_i}} \right]^2 \quad (15)$$

($j_i=1_i, 2_i, \dots, c_i-1; j'_i=2_i, 3_i, \dots, c_i$) 从中找出使 σ_B^2 达到最小的两个水平 j_i^* 与 j'_i^* ：

$$\sigma_B^2(j_i^*, j'_i^*) = \min_{j_i, j'_i} \{ \sigma_B^2(j_i, j'_i) \} \quad (16)$$

进而计算归并水平 j_i^* 与 j'_i^* 后的 $SIC_1(G, C_i-1)$ 值：

$$SIC_1(G, C_i-1) = SIC_1(G, C_i) + \sum_{g=1}^G$$

$$1 = j_i^*, j'_i^* \sum_{g=1}^G n_{g,1} \ln n_{g,1} - \sum_{l=j_i^*, j'_i^*}^{G-1} n_{l,1} \ln n_{l,1} + \left(\sum_{l=j_i^*, j'_i^*}^{G-1} n_{l,1} \right)$$

$$\cdot \ln \left(\sum_{l=j_i^*, j'_i^*}^{G-1} n_{l,1} \right) - \sum_{g=1}^G \left(\sum_{l=j_i^*, j'_i^*}^{G-1} n_{g,l} \right) \ln \left(\sum_{l=j_i^*, j'_i^*}^{G-1} n_{g,l} \right) - (G-1) \quad (17)$$

如果 $SIC_1(G, C_i-1) > SIC_1(G, C_i)$ ，或者已能达到 $C_i=2$ ，终止 x_i 的水平聚类过程；否则正式将 j_i^* 与 j'_i^* 合并为新水平 j_i^0 ，非空水平数 C_1 减1： $C_1^0=C_i-1$ 。相应于水平 j_i^0 积的量如下算出：

$$\begin{aligned} n_{gj_i^0} &= n_{gj_i^*} + n_{gj_i'^*}, \quad n_{sj_i^0} = n_{sj_i^*} + n_{sj_i'^*} \\ cPds_j(G) &= cPds_j^*(G) + cPds_{j'}^*(G) \end{aligned} \quad (18)$$

合并水平 j_i^* 与 $j_i'^*$ 后的 $SIC_1(G, C_i^0)$ 值已由(17)算出。重复上述过程，便能找到变量 x_i 的最佳水平分级方案。对于有序变量，为确保分级的有序性，限制聚类只能在相邻水平间进行。

(四) 变量选择方法

借助信息量寻优标准 SIC ，可以构造变量选择的多种算法，例如前向选择，后向剔除，逐步法及计算部分或全部子集。为说明问题起见，将逐步选择算法概述如下：

- ① 从待选变量中找出变量 x_{i1} ，选入预测变量子集，使得

$$SIC_1(G, C_{i1}^0) = \min_{i \in m} \{ SIC_1(G, C_i^0) \} \quad (19)$$

- ② 从剩余变量中找出变量 x_{i2} ，使得与 x_{i1} 所构成的子集之 SIC_1 达到最小，即满足

$$SIC_1(G, \&_{i2}) = \min_{i \notin L} \{ SIC_1(G, \&_{i2}) \} \quad (20)$$

其中 L 表示入选变量子集， $\&_{i2}$ 与 $\&$ 分别为 x_{i2} 及 x_i 与 x_{i1} 所构成的非空状态数。如果 $SIC_1(G, \&_{i2}) < SIC_1(G, C_{i1}^0)$ ，则将 x_{i2} 引入预测变量子集 L 。

- ③ 当入选变量数目达到 3 后，开始考虑剔除。在入选子集 L 中找出变量 x_{i1}^* ，使得从 L 中剔除 x_{i1}^* 后之 SIC_1 达到最小：

$$SIC_1(G, \&_{i1}^*) = \min_{i^* \in L} \{ SIC_1(G, \&_{i1}^*) \} \quad (21)$$

其中 $\&_{i1}^*$ 与 $\&_{i1}$ 分别为从 L 中剔除 x_{i1}^* 或 x_{i1} 后的非空状态数。如果 $SIC_1(G, \&_{i1}^*) \leq SIC_1(G, \&_{i1})$ ，则将 x_{i1}^* 从 L 中剔除，这儿 $SIC_1(G, \&)$ 是未剔除前入选子集的 SIC_1 值。

- ④ 重复上述过程，直至既不能再选入也不能再剔除变量，转入下步计算。

- ⑤ 若 $G > 2$ ，如有必要，可利用寻优标准 SIC_2 ，考虑反应变量相邻各组合并的可能性。使 SIC_2 达到最小的分组为最佳分组，即能将彼此间无显著差异的组予以合并，聚为一个大组。然后重复②—④的过程，找出 y 的各组聚类之后的最佳预测变量子集。

(五) 最佳非饱和模型拟合

风险状态分析方法在不同模型描述方法中都可得到状态的回归系数与标准回归系数。用 $\hat{\beta}(v)$ 代表状态 S_v 的回归系数估计， $I(v, v')^{-1}$ 表示信息矩阵的逆元。

$$\hat{\beta}_i = \sum_{v=1}^{\&} K_v \hat{\beta}(v) \quad (22)$$

$$\begin{aligned} Var(\hat{\beta}_i) &= \sum_{v=1}^{\&} K_v^2 Var[\hat{\beta}(v)] + 2 \sum_{v<v'}^{\&} \sum_{v'<v''}^{\&} k_v k_{v'}' COV[\hat{\beta}(v) \hat{\beta}(v')] \\ &= \sum_{v=1}^{\&} k_v^2 I(v, v)^{-1} + a \sum_{v<v'}^{\&} \sum_{v'<v''}^{\&} k_v k_{v'}' I(v, v')^{-1} \end{aligned} \quad (23)$$

其中 $\hat{\beta}_i$ 为入选变量 x_i 的回归系数估计， k_v 为取值为 1，0 或 -1 的常数。相应的标准回归系数 $\hat{b}_i = \hat{\beta}_i / \sqrt{Var(\hat{\beta}_i)}$ 。

饱和模型未必是好的拟合，通常希望得到最佳非饱和拟合模型。由(22)式知，若非饱和模型中不包含 x_j 的拟合项，则 $\hat{\beta}_j = 0$ ，从而有：

$$\sum_{v=1}^{\&} K_v \hat{\beta}(v) = 0$$

即状态回归系数 $\hat{\beta}(v)$, ($v=1, 2, \dots, \&$), 至少有一个是非独立参数, 存在多重共线性。通过求解信息矩阵之逆阵的本征值问题, 可以方便地确定此种多重共线关系, 从而找到最佳非饱和拟合模型。我们采用赤池信息标准 AIC 来评价模型拟合优度:

$$AIC = -2\ln(\text{likelihood}) + 2(\text{参数数目}) \quad (24)$$

likelihood 为似然函数。使 AIC 达到最小的模型为最佳拟合模型。

结 果 分 析

(一)、问卷项目的重测信度

在××中学同一个班, 用同样问卷内容, 相隔两个月分别进行两次测验。问卷项目采用五个等级的等级评定, 因有相同等级分数, 相关系数 r_R 的计算方法, 采用下式:

$$r_{RC} = \frac{\sum X^2 - \sum Y^2 - \sum D^2}{2\sqrt{\sum X^2 \cdot \sum Y^2}}$$

其中 $\sum X^2 = \frac{N^3 - N}{12} - \sum C_x \quad (\sum C_x = \sum \frac{n^3 - n}{12})$

$$\sum Y^2 = \frac{N^3 - N}{12} - \sum C_y$$

N : 等级数目, n : 相同等级数目。

通过计算, 结果表明 25 项因素的两次测试相关系数均在 0.95 以上, 说明问卷项目的特性是稳定的。而且, 不受两次测试之间其它因素的影响。

(二)、单一因素的水平聚类分析

为探究课堂教学系统的 25 项心理因素与教学效果, 即学习成绩之间的关系, 在设计时, 赋予每一个因素以五种等级水平, 因变量 y (学习成绩) 则分为四个水平。各因素与 y 的交叉分类数据均以列联表形式表示。为了揭示出每个因变量与因变量间的显著关联, 采用文献 [4] 中的方法, 借助简化信息量寻优标准, 对各个自变量的水平进行聚类, 并对关联强度显著性作卡方 (χ^2) 检验。为考察分析结果的稳定性, 从 1937 名初中生调查数据中, 随机抽取 70%, 即 1356 人的数据作为训练样本, 所余 581 人的数据作为检验样本, 先后进行分析。部分结果如下:

1. X_2 (学习的近期目标)

$$Y = \begin{cases} 90 \text{分以下} \\ 89-80 \\ 79-65 \\ 65 \text{分以下} \end{cases} \quad X = \begin{cases} (5) \text{ 非常希望} \\ (4) \text{ 比较希望} \\ (3) \text{ 不清楚是否希望} \\ (2) \text{ 不太希望} \\ (1) \text{ 很不希望} \end{cases}$$

水平聚类过程

(原水平)

(聚类后水平)



[表1-1] 训练样本 X_2 列联表

	(1)	(3)	合计
90	53	314	367
89-80	97	296	393
79-65	118	210	328
65以下	76	192	268
合计	344	1012	1356

$$\chi^2 = 29.72 \quad df = 1 \quad P < 0.001$$

2. X_4 (学习量(份量与速度)适应程度)

$$Y = \begin{cases} 90\text{分以上} \\ 89-80 \\ 79-65 \\ 65\text{分以下} \end{cases}$$

$$X = \begin{cases} (5) \text{ 非常合适} \\ (4) \text{ 比较合适} \\ (3) \text{ 说不清合适不合适} \\ (2) \text{ 不太合适} \\ (1) \text{ 完全不合适} \end{cases}$$

水平聚类过程:

(原水平)

5 ——————。(5)

4 ——————。(4)

3 ——————

2 ——————

1 ——————

。(1)

(聚类后水平)

[表2-1] 训练样本 X_4 列联表

	(1)	(4)	(5)	合计
90分以上	75	225	67	367
89-80	72	248	73	393
79-65	87	199	42	328
65分以下	85	155	28	368
合计	919	827	210	1356

$$\chi^2 = 19.67 \quad df = 2 \quad P < 0.001$$

[表2-2] 检验样本 X_4 列联表

	(1)	(4)	(5)	合计
90分以上	33	101	33	167
89-80	27	105	28	160
79-65	32	102	18	152
65分以下	27	65	10	102
合计	119	373	89	581

$$\chi^2 = 7.24 \quad df = 2 \quad P < 0.05$$

其他因素的详细聚类结果从略, 现将25项心理因素经 χ^2 检验所得 P 值显著性列表如下:

[表3] 25项心理因素经 χ^2 检验的 P 值显著性

因 素	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
P	<0.001	<0.001	<0.01	<0.01	<0.01	<0.001	<0.01	<0.1

X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}	X_{17}
<0.001	<0.001	<0.001	<0.01	<0.01	<0.001	<0.05	<0.001	<0.001
X_{18}	X_{19}	X_{20}	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	X_{25}	
<0.01	<0.001	<0.1	<0.01	<0.05	<0.1	<0.1	<0.1	

不难看出，25项因素中除 X_8 、 X_{20} 、 X_{23} 、 X_{24} 和 X_{25} 的差别不显著外，其他20因素都具有显著意义。其中尤以 X_1 、 X_2 、 X_4 、 X_6 、 X_9 、 X_{10} 、 X_{11} 、 X_{14} 、 X_{16} 、 X 和 X_{19} 等差别异常显著，说明这些心理因素对学习成绩的效应显著。且此结论对训练样本检验样本稳定一致，因而更具有说明力。而这11种因素也恰恰是广大教师根据教学经验为重要的因素。

(三) 多因素状态判别分析

如上所述，课堂教学动态系统有25项心理因素，当观察一位教师的教学时，能否根据该教师本人教学表现，该班级学生的学习特点，以及学习的教材等信息来评价教师的教学量、水平，或预测学生的学习效果呢？为深入考察上述心理指标与教学效果的因果关联或关系，我们采用了文献[4]中的方法，尝试作了 Logistic 判别分析。主要步骤和结果如下

1. 选择因素（指标）

借助变量选择方法，从25项心理因素中选出三个因素 X_2 、 X_{11} 和 X_{16} ，构成对因量 y 的“最佳”预测子集。这三个变量与 y 构成的交叉分类表列在下表中，同时给出了应的判别系数及显著性水平(P 值)。各判别系数均异常显著，表明确实有一定的判别能力

2. 判别与预测效果

利用所得的 Logistic 判别方程，对训练样本的1141名学生的学习成绩进行判别分析结果列于表5—1中，与这些学生的实际成绩分类的符合率为61.88%，错分率为38.12%进而用此判别方程对检验样本的488名学生的学习成绩进行预测，与这些学生的实际成绩类符合率达66.19%，错分率为33.81%，与训练样本所得结果接近，表明判别方程稳定

[表5—1] 训练样本的判别矩阵

	1	2	合计
80分以上	545	326	871
80分以下	109	161	270
合计	654	487	1141

错分率：38.12%，符合率：61.88%，
不可判别的样本有215个。

[表5—2] 检验样本的判别矩阵

	1	2	合计
80分以上	244	128	327
80分以下	37	79	116
合计	281	207	488

错分率：33.81%，符合率：66.19%，
不可判别的样本为93个。

鉴于我们仅用了 X_2 、 X_{11} 和 X_{16} 三个心理指标来进行判别和预测，已能达到这样结果，因此再次表明用本研究提出的25项心理因素分析课堂教学，在一定程度上是符合客观实际的。也提示我们，采用心理指标来探讨中学的教学效果值得深入研究，因为心理指标不仅可以量化，甚至能尝试用来进行预测。

[表4] 交叉分类表

	1	2	3	4	5	6	7	8	合计
80分以上	232	22	35	256	100	6	66	43	760
80分以下	94	14	26	192	102	7	82	79	596
合计	326	36	61	448	202	13	148	122	135.6
判别系数	0.1	0.3	0.5	0.5	0.9	0.9	1.1	1.4	
P 值	<0.01	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	

选择变量 X_2 、 X_{11} 、 X_{16} 三个变量各有聚类后的不同状态，而每个变量又各有两个（80分以上和80分以下）水平，共8种状态如下：

- $\times X_2(2), X_{11}(2), X_{16}(2)。$
- $\times X_2(2), X_{11}(1), X_{16}(2)。$
- $\times X_2(1), X_{11}(2), X_{16}(2)。$
- $\times X_2(2), X_{11}(2), X_{16}(1)。$
- $\times X_2(2), X_{11}(1), X_{16}(1)。$
- $\times X_2(1), X_{11}(1), X_{16}(2)。$
- $\times X_2(1), X_{11}(2), X_{16}(1)。$
- $\times X_2(1), X_{11}(1), X_{16}(1)。$

讨 论

1. 本研究的结果表明通过调查和问卷测验取得的心理因素资料，在很大程度上是可靠的。研究表明，以广大教师的教学实践经验为基础，经过反复加工整理，又征求教学论专家和教育心理学工作者的意见，并进行了多元统计分析后所获得结果，与教学实际相当一致。

2. 本研究拓宽了以往研究的范围。自本世纪六十年代以来，心理学在课堂教学的结构因素研究中的作用有了很大的发展。本研究是在前人研究的基础上，提出了目标、学生、教师、教材和教学方法与形式等五个二级子系统，并对每个二级子系统又进一步划分，从而提出 25 项心理因素。研究表明，提出的五个二级子系统和 25 项心理因素符合当前我国的教学实际，用这些因素分析课堂教学效果，是有效的。

3. 本研究探讨了量化和预测的可能性。本项研究不仅把收集的资料转换成数量，还包括了表现课堂教学中各种因素发生作用的数学模型（请参阅本课题研究的第二篇论文），指出了预测的可能性。研究表明，这两种量化问题都获得了初步成绩。

4. 本研究对于评价课堂教学提供了依据与客观性。

我国自建国以来，在中小学的教学质量检查方面，一直以听课为主，并组织观摩教学课活动和评议工作。本研究提出了五个方面、二十五项因素的客观指标，从而增强了评议课堂教学的客观性。不但如此，还可以集中参加评议人员的评定分数，将各因素的评分输入计算机，运行计算后即可得出系统、各二级子系统和各因素的三级综合评价结果。

参 考 文 献

- [1] 张厚梁等，心理与教育统计，北师大教材。
- [2] 王学仁等，多元分析，云南大学数学系，1985 年版。
- [3] 李家治，人工智能与心理学，《心理学参考资料》，1977 年第 5 期。
- [4] 刘韵源等，危险状态分析方法及其应用，《中国公共卫生杂志》，1986 年 6 期第 22 页。

An Analysis of the Psycho-Structural Factors in the Dynamic System of Class Teaching

Li wei

Liu Yunyuan and wu Yanping

(The Central Institute of
Educational Research)

(Caneer Institute Chinese Academy of
Medical Sciences.)

Abstract

This research views class teaching as a time-sequence dynamic system. A questionnaire scale was determined based upon widely collected materials and expert appraisal as well as a double process of factor analysis. Data for this scale was acquired from among 1,937 junior middle school students taught by 62 teachers in classes of mathematics. The result of the multi-factor statisticat analysis showed the reliability of the five second-order subsystem and twenty-five psychological factors in class teaching proposed by the research, made a breakthrough in the limitations of previous research work, explored the feasibility of quantification and prediction and strengthened objectivity in the appraisal of the quality of class teaching.

数量化方法 I 在教学质量管理中的应用

韩之农

(吉林化工学院)

摘要

本文用数量化方法 I 预测和估计学生成绩，并通过各项目对预测的贡献，抓住主要因素，解决主要矛盾，达到提高教学质量的目的。

一 引言

学生的成绩受种种定性和定量因素的影响。作者用数量化方法 I，根据一九八六级某班的《高等数学》成绩及有关调查资料，指定定性变量和定量变量，通过计算机计算出学生成绩的预测值、各项目对预测的贡献、各科目对预测的得分，为教学质量管理提供了定量的科学依据。

二 数学模型及计算步骤

数量化方法 I 在文献[1]中给出，本文不予赘述，这里只给出与教学质量管理有关的简单数学模型及计算步骤。

设有自变量 X_j , $j=1, 2, \dots, m$, 和因变量 y 。这里，自变量 X_j , $j=1, 2, \dots, m$ 叫做项目， y 叫做基准变量。一个项目又可分许多类目。

不妨设我们观测到了几个样品， y_i 是 y 在第 i 个样品中的测定值。记：

$$\delta_{ij}(j, k) = \begin{cases} 1 & \text{当第 } i \text{ 个样品中 } j \text{ 项目的定性数据为 } k \text{ 类目时} \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

$$i=1, 2, \dots, n; \quad j=1, 2, \dots, m; \quad K=1, 2, \dots, r_j;$$

$\delta_{ij}(j, k)$ 称为第 j 个项目的第 k 个类目在第 i 个样品中的反应。

本方法的计算步骤是：

第一步 计算衡量预测精度的复相关系数。复相关系数大时预测精度高。

第二步 计算各项目、基准变量之间的相关矩阵。各项目间的相关系数比较小，认为各项目、类目的选择是合理的。

第三步 计算各项目对预测的贡献大小。衡量这一指标的方法有如下三个方面：

- (1) 偏相关系数
- (2) 方差比

(3) 范围

当偏相关系数（或方差比、范围）越大，表明项目对预测的贡献越大。

三 举例与评价

作者在学期中和学期末对86级某班进行了两次调查，以期末考试成绩为基准变量、学生人数为样本容量，得到了反应表，列表为2。

利用表2，可算出复相关系数为0.5，这是容许的精度。进一步算出相关矩阵，列表为3。表3中各项目间的相关系数比较小，这表明项目、类目的选择是比较合理的。

表2

学 生 代 号	项 目 基 准 变 量	数学基础情况		教 学 进 度		预 习 情 况		作 业 情 况		作 业 方 法		看 参 考 书 情 况		笔 情 况		操 课 外 题 情 况		学习数学 兴 趣					
		好	一般	适	快	预	不	独	基	独	先	急	看	不	笔	不	多	少	不	很	一	没	
1	60	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0
2	72	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
3	64	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
4	83	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
5	74	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
6	48	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
7	85	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
8	76	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
9	63	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0
10	79	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
11	83	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
12	77	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0
13	58	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
14	63	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0
15	65	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0
16	43	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0
17	67	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
18	74	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0
19	69	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
20	66	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
21	80	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
22	74	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
23	46	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
24	84	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0