

.....
Tableau Methods for Logics
.....

逻辑中的表列方法

孔 红◎著



中国政法大学出版社

作者简介

孔红 1969年生，山东泗水人。2006年在中国社会科学院研究生院获哲学博士学位。现为中国政法大学人文学院哲学系逻辑研究所副教授。从事现代逻辑、法律逻辑研究与教学工作，主要研究方向为道义逻辑。参加编写《法律逻辑学》等教材，译著有《数理逻辑》(合译)，发表“道义逻辑与法律规范推理”等专业论文十余篇。

逻辑中的表列方法

孔 红 著

中国政法大学出版社

2013·北京

图书在版编目 (CIP) 数据

逻辑中的表列方法 / 孔红著. -- 北京: 中国政法大学出版社, 2013.7
ISBN 978-7-5620-4916-6

I. ①逻… II. ①孔… III. ①逻辑方法 IV. ①B81

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第176387号

书 名 逻辑中的表列方法 LUOJIZHONGDEBIAOLIEFANGFA
出版发行 中国政法大学出版社(北京市海淀区西土城路25号)
北京100088信箱8034分箱 邮政编码100088
邮箱 zhengfadch@126.com
<http://www.cuplpress.com> (网络实名: 中国政法大学出版社)
(010) 58908586(编辑室) 58908285(总编室) 58908334(邮购部)

承 印 固安华明印刷厂

规 格 880mm×1230mm 32开本 7.875印张 180千字

版 本 2013年8月第1版 2013年8月第1次印刷

书 号 ISBN 978-7-5620-4916-6/B·4876

定 价 24.00元

声 明

1. 版权所有, 侵权必究。
2. 如有缺页、倒装问题, 由印刷厂负责退换。

中国政法大学人文社会科学研究项目

前 言

表列是一种形式证明方法，基于表列方法的逻辑系统称为表列系统。本书是对逻辑表列方法和表列系统基本内容的介绍。表列方法通用于经典逻辑和各种非经典逻辑，是目前最为流行的形式证明方法之一，对于研究证明理论非常重要。根据 Jon Barwise 在 *What Is a Logical System?* (《什么是一个逻辑系统?》) 中对逻辑系统多样性的阐述，有必要将表列系统作为与公理系统、自然演绎系统等并列的一种重要的逻辑系统类型、将表列作为一种重要的逻辑方法加以研究。

与其他逻辑方法相比，表列在定理证明方面简单高效、便于操作，在元逻辑结果的证明方面也能提供很好的方法。在经典逻辑中，基于表列方法的完全性及紧致性等定理的证明非常直观，类似的证明也可以推广到其他逻辑的表列系统中。表列方法以直接的方式将逻辑证明和逻辑语义两方面结合在一起。因此，对于一些新的逻辑分支来说，构造表列系统比建立其他证明程序更容易，这无疑将为非经典逻辑的研究提供有力的工具。以非单调逻辑为例，尽管表列技术在非单调逻辑中还没有被充分地使用，但由于表列方法易于检查一致性和处理择优问题，它很可能是这个领域最灵活、最有前途的方法。近十几年来表列方法的盛行有两个方面的原因：一是得益于各种非经典逻辑的研究。对可用于非经典逻辑的各种证明方法来说，表列

法是一个非常好的选择。二是逻辑在计算机科学、人工智能和逻辑程序方面的应用不断加强。表列法很适合与用于软件校验的交互定理证明器相结合，在自动定理证明方面有十分广阔的前景。

一年一度的“分析性表列和相关方法的定理证明国际会议”至今已经举行了 20 多届，出版了大量表列研究的学术论文。目前与表列方法相关的研究非常活跃。为了应对表列应用中出现的各种问题，很多新型的表列被提出来。同时，表列法与其他逻辑方法的关系也得到了比较深入的考察。相对而言，表列方法在国内学界还没有受到足够的重视，处于被忽略的状态。希望这本小书的出版，能推动国内学界对于表列方法的研究和应用。

本书有些内容参考了 Marcello D. Agostino 等人所著 *Handbook of Tableau Methods*（《表列方法手册》）。《表列方法手册》是逻辑表列的一部大全和权威之作，有了这本书，似乎任何一本介绍逻辑表列的书其价值都会打折扣。但是，表列方法手册是由每位作者承担一部分共同完成的一本文集，各章之间不仅有内容的重叠，而且缺乏连贯性。例如在“命题逻辑的表列方法”中给出的 KE 系统在其他部分没有进一步的发展和應用。由一位作者完成的书则会更注重各章内容的连贯性。本书中，命题逻辑的 KE 系统在模态逻辑中发展为模态表列系统 KEM，后者在多模态非单调逻辑表列部分又有应用。另一方面，在《表列方法手册》出版后的 10 多年间，表列方法的研究出现了许多新的成果，本书对其中关于非单调逻辑表列的一些研究做了介绍。同时，为适应更多读者的需要，本书所做的叙述力求简明易懂。基于这些考虑，本书仍然有其自身的意义。

受作者能力及写作时间所限，书中会有一些疏漏和错误，敬请读者予以批评指正。

中国社会科学院刘新文博士为本书写作提供了一些重要的资料，中国政法大学出版社丁春晖为本书的出版做了大量工作，在此向他们表示诚挚的感谢！

作 者

2013年7月

目 录

前 言	1
第一章 表列方法及其发展	1
第一节 逻辑证明系统与逻辑语义	1
一、“正确推理”的两种定义	1
二、语言层面的语形和语义	3
三、逻辑层面的语形和语义	5
四、逻辑证明系统	8
五、逻辑证明系统的基本性质	11
第二节 表列系统	13
一、逻辑表列的基本思想	13
二、表列的实施——树	16
三、表列方法的优点	19
第三节 表列方法的发展	21
第二章 命题逻辑的表列方法	28
第一节 命题逻辑的形式语言：句法	28
一、形式语言 \mathcal{L}_p	28

二、公式的构造树	30
三、 \mathcal{L}_p -公式的归纳原理和递归原理	33
第二节 语义：真值指派与赋值	35
一、真值函数	35
二、真值指派与布尔赋值	36
三、饱和集	39
第三节 命题逻辑的 Smullyan 表列	40
一、加标公式表列	40
二、不加标公式表列	43
三、统一记法	44
四、扩充系统	45
第四节 Smullyan 命题逻辑表列的可靠性与完全性	47
一、可靠性	47
二、完全性	48
三、流畅性与紧致性	51
第五节 Smullyan 命题逻辑表列的优化	52
一、简化 Smullyan 表列的若干技巧	52
二、Smullyan 表列的冗余问题	55
三、Smullyan 表列的优化	57
第六节 表列系统 KE	60
第三章 一阶逻辑的表列方法	63
第一节 一阶逻辑的句法	63
一、 \mathcal{L} 的初始符号	64
二、 \mathcal{L} -表达式	64
三、 \mathcal{L} -表达式的唯一可读性	67

第二节 一阶逻辑的语义：模型和赋值	70
一、一阶模型和变元指派	70
二、Herbrand-模型	73
第三节 一阶公式的变形及其语义性质	74
一、变元的代入	75
二、Skolem-公式	77
三、子句公式	78
第四节 一阶句子表列	79
一、一阶句子表列	79
二、一阶句子表列的可靠性和完全性	84
三、一阶句子表列的 Herbrand 优化	88
第五节 自由变元表列	89
一、合一	91
二、自由变元表列	93
第六节 子句表列	101
一、析取子句表列	101
二、蕴涵子句表列	103
第四章 一阶等词理论推理的表列	107
第一节 理论和理论推理	108
一、理论	108
二、理论推理的基本概念	109
第二节 等词理论推理的表列	111
一、句子型等词理论推理表列	111
二、理论推理的自由变元表列	114
三、带全称变元的理论推理表列	116

第三节	理论推理表列的可靠性和完全性	119
一、	可靠性	119
二、	完全性	121
第四节	基于 Reeves 方法的 ε -表列的改进	128
第五章	模态逻辑的表列方法	132
第一节	模态逻辑的形式语言和公理系统	133
一、	模态逻辑的形式语言	133
二、	正规模态逻辑的公理系统	134
第二节	Kripke 语义：模型和框架	136
一、	模型和框架	136
二、	模态公式与和框架性质（一阶公式）的对应	138
第三节	模态语义图	139
一、	Kripke 语义图	139
二、	加标语义图	142
三、	D 、 T 、 S4 、 B 和 S5 的语义图	144
四、	模态语义图的可靠性和完全性	147
第四节	隐性模态表列	149
一、	K 、 D 、 T 、 S4 的分析性表列	150
二、	B 和 S5 的准分析性表列	153
三、	Fitting 模态表列系统的可靠性和完全性	158
四、	似矢列演算的模态表列系统 CK 、 CD 、 CT 、 CS4 、 CB 和 CS5	161
第五节	前缀模态表列	169
第六节	Massacci 的一步模态表列 SST	175
第七节	前缀模态表列系统 KEM	178

一、前缀	178
二、前缀的合一	179
三、KEM 表列规则	182
第六章 非单调逻辑的表列方法	185
第一节 缺省逻辑及其表列方法	186
一、Reiter 的缺省逻辑	187
二、其他缺省逻辑	190
三、缺省逻辑的表列方法	193
第二节 非单调模态逻辑及其表列方法	199
一、Moore 的自认知逻辑	199
二、自认知逻辑的表列证明	202
三、多模态非单调逻辑 \mathcal{H} 的表列	205
第三节 正常条件句逻辑 KLM 的表列演算	209
一、正常条件句逻辑 KLM	209
二、优先逻辑 P	211
三、P 的扩充及其表列演算	213
第四节 限定逻辑的表列方法	216
一、从谓词限定到公式限定	217
二、命题限定逻辑表列	221
三、公式限定逻辑的子句表列	225
参考文献	229
符号索引	233

第一章 表列方法及其发展

表列系统是现代逻辑的一种证明系统。对现代逻辑的一般研究方法有一定的认识，有助于更好地理解、把握逻辑表列的理论和方法。本章第一节旨在对现代逻辑的研究方法作尽可能简要、直观、准确的阐释。

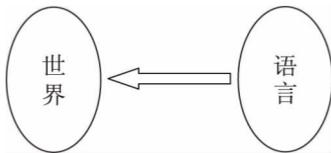
第一节 逻辑证明系统与逻辑语义

一、“正确推理”的两种定义

逻辑是从推理的形式方面研究推理正确性的学科，其目的在于提供一套判定推理以及正确地进行推理的工具。

所谓“正确推理”，最一般的理解就是具有保真性的推理。从前提 A_1, A_2, \dots, A_n 到结论 B 的推理是正确的，当且仅当，只要 A_1, A_2, \dots, A_n 都是真的，那么 B 也一定是真的。正确推理具有保真性，它能将前提的真保持到结论。用“真”来界定“正确推理”，解释了为什么有些学者将“真”这一概念置于逻辑学的核心。既然“真”对于逻辑而言如此重要，似乎有必要追问一句，何谓“真”？谓何“真”？本书遵照通用术语一般使用“命题”一词，但我们实际上将“真”看作是句子的属性，谈论的是句子的真假。根据亚里士多德的经典论述：“否定是

的东西或肯定不是的东西为假，肯定的是的东西或否定不是的东西为真”，“真”不仅涉及作为语言实体的句子，还涉及某种是或不是的东西，对于这种东西，句子做了肯定或否定。我们将这种存在于语言之外的东西归于实在或世界，而并不深究这个世界究竟是什么。那么，一个句子为真，当且仅当它的描述与世界的“是”或“不是”一致、相符。



当我们将语言与语言描述的世界区分开来时，推理显然应归属于语言的范畴⁽¹⁾，因为推理中的每一个前提和结论都是句子。既然推理从前提到结论的过程完全是在语言上发生的，那么，关于从一组给定的前提可以推出什么样的结论，实则是从一组句子能推出一个什么样的句子的问题。因此我们把推理界定为任一组句子与单个句子之间的关系。用 Γ 表示某个语言 \mathcal{L}_i 的一组句子， A 为 \mathcal{L}_i 的任一句子， Γ 为前提、 A 为结论的推理记为： $\Gamma \vdash A$ 。

对于给定的一组句子 Γ ，某个句子 A 是否可由 Γ 推出，或者说 $\Gamma \vdash A$ 是否是一个正确的推理，可以仅仅通过对句子构成的分析来作出回答。这里所说的“句子构成”，是指句子中出现了哪些语言符号以及这些符号是以什么方式排列的，对于这个意义上的句子构成的考察称为“语形的”考察。基于对推理的语形考察可以给出一套推理规则：从语形方面规定从什么样子的前提得出什么样子的结论。句子所描述的东西视为句子的意义，

(1) 逻辑学并不考虑一个推理是如何在推理者的思想中产生和运行的，而只关注一个完成了的、由若干前提和一个结论组成的推理。

真、假是句子的逻辑意义，属于句子的语义。对于“正确推理”这一概念，既可以从语义方面给出一个功能性定义——正确推理就是保真性推理，也可以从语形方面给出一个操作性定义——从前提出发依据推理规则得出结论的推理。逻辑学对于推理的研究，就是分别从这两个方面展开的。而之所以能将两个方面的研究分离开来，得益于现代逻辑的形式语言。与自然语言不同，形式语言的语形和语义是可分离的。

二、语言层面的语形和语义

逻辑研究推理的形式，现代逻辑的形式语言是用于描述推理形式的人工语言。

[例 1] 如果甲是单身汉，那么甲没有妻子，
并非甲没有妻子，
所以，并非甲是单身汉。

如果我们不关心这个推理的具体内容，就可以用字母 p 、 q 分别代替“甲是单身汉”和“甲没有妻子”在推理中的出现，同时保留推理中表示各部分之间关系的语词：“如果……那么……”，“并非”和“所以”，并分别用符号 \rightarrow 、 \neg 、 \vdash 代表这些语词，得到如下的推理形式：

$$p \rightarrow q, \neg q \vdash \neg p$$

其中的 p 、 q 为非逻辑符号， \neg 、 \rightarrow 为逻辑符号。 \vdash 是用来谈论 $p \rightarrow q$ 、 $\neg q$ 和 $\neg p$ 之间的关系，为元逻辑符号。

以下列三类符号为基本语符：

- (1) p, q, r, p_1, \dots ;
- (2) \neg, \rightarrow ;
- (3) 左右括号 ()。

再加上以下两条语法规则（称为形式语言的句子形成规则）：

(1) 第一类符号中的任何一个都是 \mathcal{L}_p 的句子;

(2) 如果 A 和 B 都是 \mathcal{L}_p 的句子, 那么 $\neg A$ 、 $\neg B$ 、 $(A \rightarrow B)$ 也是 \mathcal{L}_p 的句子。

并且仅由 (1)、(2) 得到的才是 \mathcal{L}_p 的句子。

就得到了命题逻辑的一个形式语言 \mathcal{L}_p 。其中 \neg 称为否定词, $\neg A$ 称为否定式。

\mathcal{L}_p 足以表达命题逻辑范围的所有句子和推理的形式, 因此命题逻辑就可以在语言 \mathcal{L}_p 上加以定义, 给出所有正确推理的形式。除了研究者在设计 \mathcal{L}_p 时内心怀有的意图和目的, 并没有以明确的方式赋予 \mathcal{L}_p 中的符号以任何意义, 可以说此时的 \mathcal{L}_p 只有语形, 没有语义。显然, 我们可以赋予 \mathcal{L}_p 中的符号以各种解释, 例如将 p 、 q 、 \dots 解释为任意自然数, 将 \neg 、 \rightarrow 解释为自然数的两种运算。为了研究推理, 逻辑学将 p 、 q 、 \dots 解释为任意具有确定真假的原子句, 将 \neg 、 \rightarrow 解释为句子关联词。更抽象地看, 可以将 p 、 q 、 \dots 视为仅有确定真假的对象, 直接将其中的每个符号指定为“真”或“假”, 而将 \neg 、 \rightarrow 定义为真假值的运算符。逻辑语义的核心部分是针对逻辑符号给出严格的定义。

逻辑符号的定义是由两个部分组成的, 一是语形定义, 二是语义定义。 \neg 、 \rightarrow 的语形定义即 \mathcal{L}_p 形成规则中的第(2)条, 它规定了 \neg 、 \rightarrow 的语法性质: 以什么方式组构句子。 \neg 、 \rightarrow 的语义定义通常以真值表或赋值规则的方式给出, 这里依后者将 \neg 、 \rightarrow 定义为:

$$\neg(t) = f; \quad \neg(f) = t$$

$$\rightarrow(t, t) = t; \quad \rightarrow(t, f) = f; \quad \rightarrow(f, t) = t; \quad \rightarrow(f, f) = t$$

其中 t 代表真、 f 代表假, 且按函数表达的习惯将 \rightarrow 置于括号()之前。由于这种运算关系是单值的, \neg 、 \rightarrow 也称为“真值函数”。同时对所有非逻辑符号指定一种意义的过程称为“解