高等数学习题课教材之二

线性代数

标准化試題庫

杨子胥 王保华 编著

陈广才 审阅

大连理工大学出版社

线性代数
标准化试题库

付主编

毕克恭　王继相　王　泽　孟繁铎

大连理工大学出版社

线性代数标准化试题库

XianXingDaiShuBiaoZhunHuaShiTiKu

杨子胥　王保华　等编著

大连理工大学出版社出版（邮政编码：116024）

出版社登记证［辽］第16号　　大连日报社印刷厂印刷

开本：787×1092 1/32　　印张：7　字数：154.1千字

1991年4月第1版　　1991年4月第1次印刷

印数：0001—10000

责任编辑：张亚军　　责任校对：高晓凌

封面设计：边峰光

ISBN 7－5611－0381－6/O・62　　定价：2.96元

前　言

在高等数学中，占举足轻重的基本概念、基本理论和基本方法，学生往往掌握的不好，尤其是那些表面看来模棱两可的问题，初学者更是难以辩别是非。教给学生学习方法和应变能力，无疑是每位教师的责任。在当前的考试改革中，高等数学的标准化试题所占比重越来越大，为适应这种新的考试形式，提高学生的应试能力，我们编写了这套习题课辅助教材。

本书编拟设计的是非判断题、填空题和选择题近千道，可入试题库或输入计算机拷出磁盘。本书作为高等数学习题课教材，可供在校的本、专科学生以及电大、夜大、函大、职大和参加自学考试的学生配合教课书使用，又可供报考研究生的读者复习之用。

全书由山东财政学院杨子胥教授、王保华副教授主编。毕克恭、王继相、王译、孟繁铎任副主编。

参加编写工作的有：史慕平、高俊琦、王玉清、周秀珍、张景和、李玉娟、李新华、吴群志、王明生、张世泽、孟玉华、富强和晁阳。

全书由东北财经大学陈广才副教授主审定稿。

限于作者的水平，书中定有错误和挂一漏万之处，恳请同行及读者批评指正。

陈广才

1991 年元旦・大连黑石礁

目 录

第一章 行列式 ……………………………… (1)
1. 是非判断题 ……………………………… (1)
答案……………………………………… (150)
2. 填空题 ……………………………… (5)
答案……………………………………… (152)
3. 单项选择题 ……………………………… (8)
答案……………………………………… (153)
4. 多项选择题……………………………… (15)
答案……………………………………… (153)
第二章 矩阵 ……………………………… (26)
1. 是非判断题……………………………… (26)
答案……………………………………… (154)
2. 填空题……………………………… (27)
答案……………………………………… (158)
3. 单项选择题……………………………… (29)
答案……………………………………… (160)
4. 多项选择题……………………………… (32)
答案……………………………………… (160)
第三章 n维向量……………………………… (37)
1. 是非判断题……………………………… (37)
答案……………………………………… (161)
2. 填空题……………………………… (42)
答案……………………………………… (164)
3. 单项选择题……………………………… (46)
答案……………………………………… (166)
4. 多项选择题……………………………… (51)
答案……………………………………… (166)
第四章 线性方程组 ……………………………… (61)
1. 是非判断题……………………………… (61)

答案…………………………………………（167）
2. 填空题…………………………………………（65）
答案…………………………………………（178）
3. 单项选择题…………………………………………（69）
答案…………………………………………（184）
4. 多项选择题…………………………………………（77）
答案…………………………………………（187）
第五章　矩阵的特征值和特征向量 …………………………………………（85）
1. 是非判断题…………………………………………（85）
答案…………………………………………（189）
2. 填空题…………………………………………（88）
答案…………………………………………（195）
3. 单项选择题…………………………………………（92）
答案…………………………………………（198）
4. 多项选择题…………………………………………（99）
答案…………………………………………（198）
第六章　实二次型…………………………………………（109）
1. 是非判断题 …………………………………………（109）
答案…………………………………………（200）
2. 填空题 …………………………………………（114）
答案…………………………………………（211）
3. 单项选择题 …………………………………………（118）
答案…………………………………………（212）
4. 多项选择题 …………………………………………（124）
答案…………………………………………（213）
第七章　向量空间与线性变换…………………………………………（131）
1. 是非判断题 …………………………………………（131）
答案…………………………………………（214）
2. 填空题 …………………………………………（134）
答案…………………………………………（215）
3. 单项选择题 …………………………………………（137）
答案…………………………………………（216）
4. 多项选择题 …………………………………………（142）
答案…………………………………………（217）

第一章　行列式

1. 是非判断题

（1）二阶行列式等于零的充分必要条件是其两行对应元素成比例.　（✓）

（2）三阶行列式共有 3^2 项. 6项 3!　（×）

（3）四阶行列式共有 4^2 个元素.　（✓）

（4）排列 214365 是奇排列.　（✓）

（5）每行元素之和为零的行列式的值等于零.　（✓）

（6）两个不为零的行列式的和一定不等于零.　（×）

（7）当 n 阶行列式中零元素的个数为 $\frac{n(n-1)}{2}$ 时，行列式的值为零.　（×）

（8）当且仅当 $k\neq0$ 时， $k\neq1$ $\begin{vmatrix}1&1&0\\1&k&1\\0&0&k\end{vmatrix}\neq0$.　（×）

（9）设 $D=\begin{vmatrix}a_{11}&\cdots&a_{1n}\\ \cdots&\cdots&\cdots\\ a_{n1}&\cdots&a_{nn}\end{vmatrix}$，则 $\begin{vmatrix}ka_{11}&\cdots&ka_{1n}\\ \cdots&\cdots&\cdots\\ ka_{n1}&\cdots&ka_{nn}\end{vmatrix}=kD$.

（×）

(10) $\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$

$= \begin{vmatrix} 2a_{11} & \cdots & 2a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 2a_{n1} & \cdots & 2a_{nn} \end{vmatrix}$. (✗)

(11) $2\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$

$= \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$. (√)

(12) 设 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$，则

$\begin{vmatrix} a_{1n} & \cdots & a_{12} & a_{11} \\ a_{2n} & \cdots & a_{22} & a_{21} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{nn} & \cdots & a_{n2} & a_{n1} \end{vmatrix} = -D.$ (✗)

(13) 设 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$，则

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21}+a_{11} & \cdots & a_{2n}+a_{1n} \\ \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots \\ a_{n1}+\cdots+a_{21}+a_{11} & \cdots & a_{nn}+\cdots+a_{2n}+a_{1n} \end{vmatrix}=D.$$

(√)

(14) 同时互换行列式 D 的两行和两列所得到的行列式设为 D_1，则 $D_1=-D$. (×)

(15) 将行列式 D 的第 i 行各元素加于第 i 行的对应元素上，设所得行列式为 D_1，则 $D_1=D$.

(×)

(16) 将行列式 D 的第 j 列各元素乘以 −1 后加于第 j 列的对应元素上，设所得行列式为 D_1，则 $D_1=D$. (×)

(17) 设行列式 D 中元素 a_{ij} 的余子式和代数余子式分别为 M_{ij} 和 A_{ij}，则当 i 和 j 同为奇数或同为偶数时，$A_{ij}=M_{ij}$；而当 i 与 j 奇偶性相反时，$A_{ij}=-M_{ij}$. (√)

(18) 四阶范德蒙行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{vmatrix}$

$=(b-a)(c-a)(c-b)(d-a)(d-b)(d-c).$ （√）

(19) 齐次线性方程组只有零解. D≠0 （×）

(20) 当 $a=b$ 或 $a=-b$ 时，

$$\begin{cases} ax_1+bx_2=0 \\ bx_1+ax_2=0 \end{cases}$$

才有零解. （×）

(21) 当 $a\neq b$ 或 $a\neq -b$ 时，

$$\begin{cases} ax_1+bx_2=0 \\ bx_1+ax_2=0 \end{cases}$$

才有零解. （ ）

(22) 行列式 $D=\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}=\cancel{160}$. 48 （ ）

(23) n 阶行列式 $D=\begin{vmatrix} xaa\cdots a \\ axa\cdots a \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ aaa\cdots x \end{vmatrix}$

$=(x+na)(x-a)^n.$ （ ）

2. 填空题

(1) 线性方程组

$$\begin{cases} -x_1 = -1 \\ -3x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$$

的系数行列式 D=2______.

(2) N (21543687) =___5___，所以排列 21543687 是___奇___排列.

(3) 当 i=______，j=______时，排列 1i25j4897 是奇排列.

(4) 在五阶行列式中，

$(-1)^{N(15423)+N(23145)}a_{12}a_{53}a_{41}a_{24}a_{35}=$ ___—___ $a_{12}a_{53}a_{41}a_{24}a_{35}$.

(5) 如果四阶行列式的一项

$(-1)^{N(i13k)}a_{1i}a_{21}a_{33}a_{4k}=a_{1i}a_{21}a_{33}a_{4k}$，那么 i=___4___，k=___2___

(6) 四阶行列式中带负号且包含因子 a_{23} 和 a_{31} 的项为___$a_{14}a_{23}a_{31}a_{42}$___

(7) 设 $(-1)^t a_{i2}a_{23}a_{34}\cdots a_{n-1n}a_{j1}$ 是 n 阶行列式中的一项，则当 i=___1___，j=___n___时，t=n−1；当 i=___n___，j=___1___时，t=3n−4. $(n-2)+(n-1)+1$

(8) 排列 $p_1p_2\cdots p_{n-1}p_n$ 可经___$\frac{n}{2}$___次对换后变为排列 $p_np_{n-1}\cdots p_2p_1$.

(9) 如果 n (≠1) 阶行列式中负项的个数为偶数，则 n>___3___.

(10) 如果 n 阶行列式中等于零的元素个数大于

n^2-n，那么此行列式的值为 $\underline{\quad 0 \quad}$.

(11) 在 n 阶行列式 $D=|a_{ij}|$ 中，如果 $a_{ij}=-a_{ji}$ (i，j=1，2，……，n)，且 n 为奇数，那么 $D=$ $\underline{\quad -a_{nn} \quad}$.

$-a_{11}a_{11}$

(12) 在 n 阶行列式 $D=|a_{ij}|$ 中，当 $i<j$ 时，$a_{ij}=0$，(i，j=1，2，…，n)，则 $D=$ $\underline{\quad a_{11}a_{22}\cdots a_{nn} \quad}$.

(13) 设 a，b 为实数，则当 $a=$ $\underline{\quad 0 \quad}$ 且 $b=$ $\underline{\quad 0 \quad}$ 时，

$$\begin{vmatrix} a & b & 0 \\ -b & a & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix}=0.$$

(14) 在函数 $f(x)=\begin{vmatrix} 2x & x & -1 \\ -1 & -x & 1 \\ 3 & 2 & -x \end{vmatrix}$ 中，x^3 的系数是 $\underline{\quad 2 \quad}$.

(15) 设 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$；

$$D_1=\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \\ a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \end{vmatrix}，则 D_1=\underline{\qquad} D.$$

(16) 设 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$，则

$$\begin{vmatrix} -a_{11} & \cdots & -a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ -a_{n1} & \cdots & -a_{nn} \end{vmatrix} = \underline{(-1)^n}\,D.$$

(17) 在四阶行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$ 中，元素

a_{31}的余子式 $M_{31}=\underline{\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}}$，元素 a_{23}的代数余子式 $A_{23}=\underline{-\quad\quad}$.

(18) 设 A_{ij}是 n 阶行列式 $|a_{ij}|$ 中元素 a_{ij}的代数余子式，则当 $a_{21},a_{31},\cdots,a_{n1}$与 $A_{21},A_{31},\cdots,A_{n1}$有关系______或 $a_{12},a_{13},\cdots,a_{1n}$与 $A_{12},A_{13},\cdots,A_{1n}$有关系______时，$D=a_{11}A_{11}$.

(19) 关于线性方程组的克莱姆法则，其条件是______，结论是______.

(20) 当 $\lambda=$______时，

$$\begin{cases} \lambda x_1+(2\lambda-1)x_2=0 \\ x_1+\lambda x_2=0 \end{cases}$$

有非零解.

(21) 当 $k=\underline{\ k\ }$时，

$$\begin{cases} (k-1)x_1+kx_2=0 \\ -2x_1+(k-1)x_2=0 \end{cases}$$

仅有零解.

(22) 行列式 $D=\begin{vmatrix} 246 & 427 & 327 \\ 1014 & 543 & 443 \\ -342 & 721 & 621 \end{vmatrix}=$ ______.

3. 单项选择题

(1) 下列排列中是偶排列的有 ( ).

(A) 134782695; (B) 524179386;

(C) 217986534; (D) 523416789.

(2) 排列 $a_1a_2\cdots a_nab_1b_2\cdots b_kbc_1c_2\cdots c_m$ 可做 ( ) 次相邻两数的对换, 变成排列 $a_1a_2\cdots a_nbb_1b_2\cdots b_kac_1c_2\cdots c_m$.

(A) k 次; (B) k+1 次;

(C) 2k 次; (D) 2k+1 次.

(3) 下列命题正确的是 ( ).

(A) 奇排列经过奇数次对换是奇排列;

(B) 奇排列经过偶数次对换是偶排列;

(C) 偶排列经过偶数次对换是偶排列;

(D) 偶排列经过奇数次对换是偶排列.

(4) 下列命题不正确的是 ( ).

(A) 偶排列经过奇数次对换是奇排列;

(B) 偶排列经过偶数次对换是奇排列;

(C) 奇排列经过奇数次对换是偶排列;

(D) 奇排列经过偶数次对换是奇排列.

3 5
1 5 6 8

（5）8 级排列 52143876 对换成标准排列 12345678 的最少对换次数是（ A ）.

（A）3；（B）5；（C）8；（D）10.

（6）设 $(-1)^t a_{i_1j_1}a_{i_2j_2}\cdots a_{i_nj_n}$ 是 n 阶行列式中的一项，则 t（ C ）.

（A）由排列 $i_1i_2\cdots i_n$ 确定；

（B）由排列 $j_1j_2\cdots j_n$ 确定；

（C）由排列 $i_1i_2\cdots i_n$ 和 $j_1j_2\cdots j_n$ 同时确定；

（D）既不由排列 $i_1i_2\cdots i_n$ 确定，也不由 $j_1j_2\cdots j_n$ 确定.

（7）$k=-1$ 是 $\begin{vmatrix} 2 & k-1 \\ k-1 & 2 \end{vmatrix}=0$ 的（ ）条件.

（A）必要；　　（B）充分；

（C）充分必要；（D）无关.

（8）$\begin{vmatrix} 0 & a & 0 \\ a & 0 & 0 \\ -a & -a & 1 \end{vmatrix}<0$ 的充分必要条件是（ C ）.

（A）$a=0$；（B）$a<0$；（C）$a\neq0$；（D）$a>0$.

（9）设 A_{i1}，…，A_{in} 为 n 阶行列式 D 中第 i 行元素 a_{i1}…，a_{in} 的代数余子式，它们间的关系是（ B ）.

（A）$a_{i1}A_{i1}+\cdots+a_{in}A_{in}=0$；

（B）$a_{i1}A_{i1}+\cdots+a_{in}A_{in}=D$；

（C）$a_{i1}A_{i1}-a_{i2}A_{i2}+\cdots+(-1)^{n-1}a_{in}A_{in}=0$；

（D）$a_{i1}A_{i1}-a_{i2}A_{i2}+\cdots+(-1)^{n-1}a_{in}A_{in}=D$.

(10) 当 $\lambda=$ (A) 时，$\begin{vmatrix} \lambda & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 \\ 1 & 1 & \lambda \end{vmatrix}=0$

$\lambda^2-3\lambda+2=0$

(A) -1；(B) -2；(C) -3；(D) -4.

(11) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}=$ (C) $(n\neq 1)$.

(A) $-\begin{vmatrix} -a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & -a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & -a_{nn} \end{vmatrix}$；

(B) $-\begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{n2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$；

(C) $-\begin{vmatrix} -a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn}; \end{vmatrix}$；

$$(D)\ -\begin{vmatrix} -a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & -a_{22} & \cdots & -a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdots & -a_{nn} \end{vmatrix}.$$

$$(12)\ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = (\ \ \text{B}\ \ ).\quad (k\neq 0)$$

$$(A)\ \frac{1}{k}\begin{vmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \cdots & ka_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ ka_{n1} & ka_{n2} & \cdots & ka_{nn} \end{vmatrix};$$

$$(B)\ \frac{1}{k^2}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & ka_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & ka_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ ka_{i1} & ka_{i2} & \cdots & ka_{ij} & \cdots & ka_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & ka_{nj} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix};$$