GAODENG SHUXUE LIANXICE

高等数学练习册

（上册）

南昌航空大学高等数学教研组 编

- 函数、连续与极限
- 导数
- 中值定理与导数应用
- 不定积分
- 定积分
- 定积分应用
- 空间解析几何与向量代数

西南交通大学出版社
Http://press.swjtu.edu.cn

高等数学练习册（上）

南昌航空大学高等数学教研组　编

西南交通大学出版社
·成都·

图书在版编目（C I P）数据

高等数学练习册 / 南昌航空大学高等数学教研组编.
—成都：西南交通大学出版社，2011.1
ISBN 978-7-5643-0966-4

Ⅰ.①高… Ⅱ.①南… Ⅲ.①高等数学－高等学校－习题 Ⅳ.①013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2010）第 238111 号

高等数学练习册

（上、下册）

南昌航空大学高等数学教研组　编

责任编辑	黄淑文
封面设计	墨创文化
出版发行	成都西南交大出版社有限公司 （简称　西南交通大学出版社）
发行部电话	028-87600564　87600533
地　　址	成都二环路北一段 111 号
邮政编码	610031
网　　址	http: //press.swjtu.edu.cn
印　　刷	成都蜀通印务有限责任公司
成品尺寸	185 mm×260 mm
总 印 张	13
总 字 数	327 千字
版　　次	2011 年 1 月第 1 版
印　　次	2011 年 1 月第 1 次
书　　号	ISBN 978-7-5643-0966-4
套　　价	20.00 元（本册：10.00 元）

1．设 $f\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=x^2+\dfrac{1}{x^2}$，则 $f(x)=$__________.

2．函数 $y=\sqrt{\sin(\cos x)}$ 的定义域是__________.

3．设 $f(x)=\mathrm{e}^{x^2}, f[\varphi(x)]=1+x$，且 $\varphi(x)\geqslant 0$，则 $\varphi(x)$ 是（　）.

A．有界函数　　B．周期函数　　C．单调增加的函数　　D．单调减少的函数

4．下列各组函数中表示同一函数的是（　）.

A．$f(x)=x$ 与 $g(x)=\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2$　　B．$f(x)=|x|$ 与 $g(x)=\sqrt[3]{x^3}$

C．$f(x)=10^{-2\lg x}$ 与 $g(x)=(\lg 10^x)^{-1}$　　C．$f(x)=\left|\lg\left(\dfrac{1}{2}\right)^x\right|$ 与 $g(x)=|x|\lg 2$

5．设 $f(x)=\begin{cases}0, & x\leqslant 0\\ x, & x>0\end{cases}$，$g(x)=\begin{cases}0, & x\leqslant 0\\ -x^2, & x>0\end{cases}$，求 $f[f(x)], f[g(x)], g[f(x)], g[g(x)]$．

6．设 $f(x)$ 是以 $T=4$ 为周期的函数，且 $f(x)$ 是奇函数．已知当 $0\leqslant x\leqslant 2$ 时，$f(x)=2x-x^2$，求 $f(x)$ 在 $[-2, 6]$ 上的表达式．

7．设 $f(x)=\begin{cases}2x+1, & -2\leqslant x<0\\ 2^x, & 0\leqslant x<1\\ x^2+1, & 1\leqslant x<2\end{cases}$，求 $f(x)$ 的反函数 $\varphi(x)$，并确定 $\varphi(x)$ 的定义域．

1．数列 2，0，4，0，6，0，…的通项 $x_n =$__________．

2．设数列 $x_n = \frac{1}{2^n}$，要使 $|x_n - 0| < \varepsilon$（ε 是任意给定的正数）当 $n > N$ 时恒成立，则 $N =$________（给出最小可能的 N 值）．

3．数列 $\left\{(-1)^n + \frac{1}{10^n}\right\}$ 的极限（　　）．

A．等于 1　　B．等于 − 1　　C．等于 0　　D．不存在

4．观察数列 $x_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n\cdot(n+1)}$，结论正确的是（　　）．

A．发散　　B．收敛于 1　　C．收敛于 2　　D．既不发散也不收敛

5．用数列极限的定义证明：$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n+2}{4n+1}=\frac{1}{4}$．

6．若 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=a(a\neq 0)$，证明：$\lim\limits_{n\to\infty}|a_n|=|a|$，并举例说明反过来未必成立．

7．设数列 x_n 有界，$\lim\limits_{n\to\infty}y_n=0$，证明：$\lim\limits_{n\to\infty}x_n y_n=0$．

1． $f(x)=\frac{x}{x}, g(x)=\frac{|x|}{x}$，则 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=$ _______， $\lim\limits_{x\to 0} g(x)=$ _______.

2．当 $x\to 1$ 时，$y=4x+1\to$ _____．若当 $0<|x-1|<\delta$ 时，恒有 $|y-5|<10^{-4}$，则 $\delta=$ _____（给出最大可能的 δ 值）.

3．设 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x_0$，则函数列 $\{f(x_n)\}$ 极限存在是函数极限 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 存在的（　　）.

A．充分条件　　B．必要条件　　C．充要条件　　D．既非充分也非必要条件

4．设 $f(x)=\begin{cases} 1-x, & x<0 \\ 0, & x=0 \\ 2x-1, & x>0 \end{cases}$，则 $f(x)$ 在 $x=0$ 点处（　　）.

A．有极限　　　　B．左、右极限不存在

C．左、右极限存在但不相等　　　　C．左、右极限存在且相等

5．用函数极限定义证明：$\lim\limits_{x\to 2}(5x+2)=12$.

6．设 $f(x)=\dfrac{1+3^{\frac{1}{x}}}{1-3^{-\frac{1}{x}}}$，求 $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)$， $\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)$ 和 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$.

7．讨论函数 $f(x)\begin{cases} x^2+1, & x<1 \\ 1, & x=1 \\ -1, & x>1 \end{cases}$ 在分段点处的极限是否存在，并作出函数的图形.

1．极限 $\lim\limits_{t\to+\infty} a(1-2^{-bt})\ (b>0)=$________．

2．设 $y=\dfrac{x+a}{x+b}$，且当 $x\to 2$ 时，函数为无穷大量；当 $x\to -1$ 时，函数为无穷小量，则 $a=$__________，$b=$__________．

3．当 $x\to 0$ 时，下列函数为无穷小的是（　　　）．

A．$\lg|\sin x|$　　B．$\cos\dfrac{1}{x}$　　C．$\sin\dfrac{1}{x}$　　D．$a^{-\frac{1}{x^2}}\ (a>1)$

4．已知 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{f(3x)}=2$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(2x)}{x}=$________．

A．3　　B．$\dfrac{1}{3}$　　C．$\dfrac{3}{4}$　　D．$\dfrac{4}{3}$

5．用定义证明：当 $x \to 0$ 时，$y=\dfrac{1-2x}{x}$ 为无穷大．

6．求极限 $\lim\limits_{x\to 1}\left[\dfrac{1}{(x-1)\sqrt{x+1}}-\dfrac{\sqrt{3-x}}{x^2-1}\right]$．

7．已知 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x+1}-ax+b\right)=0$，求常数 a，b．

1．设 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+x}{n-2}\right)^n$，则 $f(x)=$＿＿＿＿.

2．设 $f(x)=\begin{cases}x+1, & x\leqslant 0\\ x-1, & x>0\end{cases}$，则 $f\left[f(-x)\right]=$＿＿＿＿.

3．下列运算过程正确的是（　　）.

A．$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x}{x^2-1}=\dfrac{\lim\limits_{x\to 1}x}{\lim\limits_{x\to 1}(x^2-1)}=\dfrac{1}{0}=\infty$

B．$\lim\limits_{x\to 0}x\sin\dfrac{1}{x}=(\lim\limits_{x\to 0}x)\cdot\left(\lim\limits_{x\to 0}\sin\dfrac{1}{x}\right)=0\cdot\lim\limits_{x\to 0}\sin\dfrac{1}{x}=0$

C．$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}-\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x}=0$

D．$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\cos^3 x=(\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\cos x)^3=\left(\cos\dfrac{\pi}{4}\right)^3=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

4．若 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}{(4x-1)^\alpha}=\beta>0$，则 α，β 是（　　）.

A．$\alpha=1, \beta=\dfrac{1}{5}$　　B．$\alpha=1, \beta=\dfrac{1}{4}$　　C．$\alpha=5, \beta=4^5$　　D．$\alpha=5, \beta=4^{-5}$

5．求极限$\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$．

6．求极限$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1+x\sin x}-\cos x}{x^2}$．

7．求极限$\lim_{x\to\infty}\frac{(2x-3)^{20}(3x+2)^{30}}{(6x+1)^{50}}$．

1．当 $x \to 0$ 时，函数 $x^4 + \sin 2x$ 是 x 的________无穷小．

2．当 $x \to 0$ 时，与 $(\sqrt{1-x+x^2}-1)$ 等价的无穷小量是________．

3．设 $0 < a < b$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a^n+b^n} =$（　　）．

A．1　　B．0　　C．a　　D．b

4．当 $x \to 0^+$ 时，函数 $\ln(1+x+x\sqrt{x})$（　　）．

A．是与 $2x$ 等价的无穷小量　　B．是与 $2x$ 同阶的无穷小量

C．是与 $x^{3/2}$ 等价的无穷小量　　C．不是无穷小量

5．求极限$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\tan x^2}{\sin 2x \cdot (x^2+3x)}$．

6．求极限$\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{\sqrt[3]{n^2} \sin n!}{n+1}$．

7．当$x \to 0$时，$(1-\cos x)\ln(1+x^2)$是比$x\sin x^n$高阶的无穷小，而$x\sin x^n$是比$(e^{x^2}-1)$高阶的无穷小，求正整数n的值．

1．设 $f(x)=\dfrac{\sqrt{2-x}}{(x-1)(x-4)}$，则 $f(x)$ 的间断点是________，属于第________类间断点．

2．当 $a=$________时，函数 $f(x)=\begin{cases}(1-x^2)^{\frac{3}{x^2}}, & x\neq 0\\ a, & x=0\end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续．

3．下列函数在定义域内连续的是（　　）．

A．$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-x^2}{1+x}, & x\neq -1\\ 0, & x=-1\end{cases}$　　B．$f(x)=\begin{cases}\ln x, & x>0\\ x^2, & x\leqslant 0\end{cases}$

C．$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt{x}}, & x>0\\ 0, & x\leqslant 0\end{cases}$　　C．$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin x}{|x|}, & x\neq 0\\ 1, & x=0\end{cases}$

4．下列函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处均无定义，能适当补充定义 $f(0)$ 的值，使得 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续的函数是（　　）．

A．$f(x)=e^{\frac{1}{x}}$　　B．$f(x)=\dfrac{1}{x}\sin\dfrac{1}{x}$　　C．$f(x)=\sin\dfrac{1}{x}$　　D．$f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1}$

5. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin(x-1)}{e^{x-1}-a}, & x\neq 1\\ b, & x=1\end{cases}$ 在 $x=1$ 处连续，且 $b\neq 0$，求 a，b 的值.

6. 求函数 $f(x)=\dfrac{x^2\tan 2x}{(e^x-1)\sin x}$ 在 $(-\pi, \pi)$ 内的间断点，并判断其类型.

7. 讨论函数 $f(x)=\begin{cases}x^2, & 0\leqslant x\leqslant 1\\ 2-x, & 1<x\leqslant 2\end{cases}$ 的连续性，如有间断点，试说明它的类型.