

固体裂断研究

GUTI LIEDUAN YANJIU

刘汉池 著

防工业出版社

ional Defense Industry Press

固体裂断研究

刘汉池 著



国防工业出版社

· 北京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

固体裂断研究 / 刘汉池著. —北京: 国防工业出版社,
2013. 1

ISBN 978 - 7 - 118 - 08445 - 0

I. ①固... II. ①刘... III. ①固体力学 - 断裂力学 -
研究 IV. ①0346. 1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 256484 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

国防工业出版社印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 880 × 1230 1/32 印张 9 1/4 字数 266 千字

2013 年 1 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2000 册 定价 48.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店: (010) 88540777

发行邮购: (010) 88540776

发行传真: (010) 88540755

发行业务: (010) 88540717

序

基于经典裂纹断裂研究存在严重问题,例如,在线弹性范围,用线性方程处理非线性裂纹断裂问题,采用的应力函数不符合实际情况,给出的裂纹尖端应力为无限值的结果违背客观事实,引出的所谓常数 K_I 和测定的所谓材料固有常数 K_{Ic} 都不是常数;在弹塑性范围, J 积分成立的小变形不卸载条件不存在,裂纹张开位移法只是半经验方法,等等。因此,裂纹断裂问题仍然未能解决。

为防止构件低应力裂纹脆断,结合材料的力学性能用受力分析方法,对裂纹断裂问题进行了研究,提出用裂纹断裂时的外加应力,即裂断应力预测裂纹断裂,分析了裂纹断裂机制,阐明了超静定和静定裂纹断裂,发现了裂断应力不变定律、裂纹承载守恒定律和裂断应力定比定律,给出了用材料强度计算裂断应力的方程、公式和测定裂断应力的试验方法。

裂断应力是判断裂纹断裂最直接最可靠的依据,裂纹体裂断应力的求得表明,困扰人们近百年的裂纹断裂问题得到了解决。

应说明,在此项研究的初期,钱伟长就肯定了这种研究方法^①,这不只是科学家的真知灼见,更是致力于科学发展崇高思想的体现。

结合材料的力学性能用受力分析方法研究裂纹断裂问题,是一种新的研究方法,难免有不足和错误,敬请广大读者指正。

中航工业起落架燎原分公司

刘汉池

2012 年 1 月

^① 刘汉池,应用数学和力学,16(8),(1995),727。

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 裂纹断裂研究概况	1
1.2 K_I 、 K_{IC} 非常数证明	3
1.3 研究对象、目的和方法	11
第 2 章 基本概念、规律和试验	13
2.1 基本概念	13
2.1.1 裂纹断裂机制	13
2.1.2 超静定和静定裂纹断裂	15
2.2 基本规律	17
2.2.1 裂断应力不变定律	17
2.2.2 裂纹承载守恒定律	19
2.2.3 裂断应力定比定律	22
2.3 基本试验	25
2.3.1 试验基础	25
2.3.2 裂纹试样制备和试验	26
2.3.3 典型试样裂断应力—裂纹相对深度曲线的测定	26
第 3 章 超静定裂纹断裂	29
3.1 弯曲变形超静定裂纹断裂	29
3.1.1 纯弯曲弹塑性梁单边裂纹裂断应力方程	29
3.1.2 纯弯曲矩形杆单边裂纹	33
3.1.3 弯曲矩形杆双边裂纹	41
3.1.4 纯弯曲圆柱直线表面裂纹	45

3.1.5	弯曲圆柱外圆周裂纹	48
3.1.6	弯曲矩形杆半椭圆表面裂纹	53
3.1.7	弯曲矩形板圆弧表面裂纹	57
3.1.8	弯曲圆柱圆弧表面裂纹	60
3.2	拉伸变形超静定裂纹断裂	63
3.2.1	均匀拉伸矩形杆单边裂纹	63
3.2.2	均匀拉伸矩形杆双边裂纹	65
3.2.3	均匀拉伸矩形杆中心裂纹	67
3.2.4	单向拉伸圆柱外圆周裂纹	69
3.2.5	均匀拉伸圆柱内同心圆裂纹	72
3.2.6	裂纹面受均匀内压圆盘单边裂纹	74
3.2.7	裂纹面受均匀内压圆盘中心裂纹	77
3.2.8	均匀拉伸半无限大体三角形表面裂纹	79
3.2.9	均匀拉伸半无限大体圆弧表面裂纹	81
3.2.10	均匀拉伸半无限大体半椭圆表面裂纹	84
3.2.11	均匀拉伸圆杆半椭圆表面裂纹	87
3.2.12	周向均匀拉伸圆柱壳纵向裂纹	90
3.2.13	轴向均匀拉伸圆柱壳周向裂纹	93
3.3	扭转变形超静定裂纹断裂	95
3.3.1	扭转空、实心回转体外圆周裂纹裂断应力方程	95
3.3.2	扭转圆柱外圆周裂纹	99
3.3.3	扭转圆柱纵向穿透径向单边裂纹	103
3.3.4	扭转圆柱纵向穿透径向双边裂纹	106
3.3.5	均匀平行剪切矩形截面梁中性面单边裂纹	108
3.3.6	均匀平行剪切矩形杆双边裂纹	111
3.3.7	均匀平行剪切矩形杆中心裂纹	113
3.3.8	集中剪力平行剪切矩形杆双边裂纹	115
3.3.9	集中剪力平行剪切矩形杆中心裂纹	118

3.3.10	均匀平行剪切矩形板半椭圆表面裂纹	120
3.4	剪切变形超静定裂纹断裂	123
3.4.1	均匀垂直剪切矩形板中心裂纹	123
3.4.2	集中力垂直剪切矩形板中心裂纹	126
3.4.3	集中力垂直剪切矩形板双边裂纹	128
3.4.4	均匀垂直剪切矩形板单边裂纹	131
3.4.5	集中力垂直剪切矩形板单边裂纹	134
3.4.6	三点弯曲矩形梁端部纵向裂纹	136
3.4.7	均布力弯曲矩形梁端部纵向裂纹	139
3.4.8	四点集中力剪切矩形板单边裂纹	141
3.4.9	四点集中力剪切矩形板中心裂纹	144
3.4.10	四点集中力剪切矩形板双边裂纹	147
3.4.11	扭转圆柱壳纵向裂纹	149
3.4.12	扭转圆柱壳周向裂纹	152
第4章	静定裂纹断裂	155
4.1	弯曲变形静定裂纹断裂	155
4.1.1	弯曲矩形管单边裂纹	155
4.1.2	弯曲矩形管外壁半椭圆表面裂纹	160
4.1.3	弯曲矩形管内壁半椭圆表面裂纹	162
4.1.4	弯曲圆管外壁直线表面裂纹	165
4.1.5	弯曲圆管外圆周裂纹	168
4.1.6	弯曲圆管内圆周裂纹	172
4.1.7	弯曲圆管外壁半椭圆表面裂纹	175
4.1.8	弯曲圆管内壁半椭圆表面裂纹	177
4.1.9	弯曲圆管外壁部分圆周裂纹	180
4.1.10	弯曲圆管内壁部分圆周裂纹	183
4.1.11	弯曲矩形杆中心裂纹	186
4.1.12	弯曲圆柱内同心圆裂纹	189

4.2	拉伸变形静定裂纹断裂	191
4.2.1	均匀拉伸矩形管单边裂纹	191
4.2.2	均匀拉伸矩形管外壁半椭圆表面裂纹	194
4.2.3	均匀拉伸圆管直线表面裂纹	197
4.2.4	均匀拉伸圆管外同心圆裂纹	199
4.2.5	均匀拉伸圆管内同心圆裂纹	202
4.2.6	均匀拉伸圆管外壁半椭圆表面裂纹	205
4.2.7	均匀拉伸圆管内壁半椭圆表面裂纹	208
4.2.8	均匀拉伸圆管外壁部分圆周裂纹	211
4.2.9	均匀拉伸无限大板半椭圆表面裂纹	214
4.2.10	均匀拉伸圆柱内偏心圆形裂纹	216
4.3	扭转变形静定裂纹断裂	219
4.3.1	扭转圆管外圆周裂纹	219
4.3.2	扭转圆柱内同心圆裂纹	223
4.3.3	扭转圆管内同心圆裂纹	227
4.3.4	平行剪切圆管外壁直线表面裂纹	230
4.3.5	扭转圆管外壁半椭圆表面裂纹	233
4.3.6	平行剪切圆管内壁半椭圆表面裂纹	236
4.3.7	扭转圆管外壁部分圆周裂纹	239
4.3.8	扭转圆管内壁部分圆周裂纹	242
4.3.9	扭转圆管外壁轴向半椭圆表面裂纹	245
4.3.10	平行剪切矩形管单边裂纹	248
4.3.11	平行剪切矩形管外壁半椭圆表面裂纹	251
4.4	剪切变形静定裂纹断裂	254
4.4.1	垂直剪切矩形管单边裂纹	254
4.4.2	垂直剪切矩形管外壁半椭圆表面裂纹	256
4.4.3	垂直剪切圆管直线表面裂纹	259
4.4.4	垂直剪切圆管外壁半椭圆表面裂纹	262

4.4.5 垂直剪切圆管内壁半椭圆表面裂纹	265
4.4.6 垂直剪切圆管外壁圆弧形表面裂纹	268
4.4.7 垂直剪切圆管内壁圆弧形表面裂纹	271
4.4.8 垂直剪切圆管外壁矩形表面裂纹	274
4.4.9 垂直剪切圆管外壁等腰三角形表面裂纹	277
4.4.10 垂直剪切无限大板矩形表面裂纹	280
结束语	283
参考文献	285

第 1 章 绪 论

1.1 裂纹断裂研究概况

鉴于构件低应力裂纹脆断的危害性,这一问题引起了广泛关注。

自 Griffith 研究玻璃的裂纹断裂以来^[1],人们从不同的角度,用不同的方法,对裂纹断裂问题进行了广泛研究。在众多的研究中,最有影响并用于实践的有 Westergaard、Williams、Irwin 和 Sih 等在线弹性范围的研究^[2-6]、Rice 在弹塑性范围的 J 积分^[7]和 Wells 的张开位移 COD 方法^[8]。此外,还有大量的探索性研究^[9-14],等等。

Westergaard、Williams 等的研究,没有对裂纹尖端的受力、变形和断裂进行深入分析,也没有根据裂纹尖端的受力情况,确定应力分布函数,使用弹性力学的线性方程和复变函数方法进行数学推导,给出了裂纹尖端应力为无限值的应力分量方程。方程没有给出裂纹断裂时的外加应力和裂纹断裂应力,即裂断应力之间的关系,却引出了一个新的参量 K 。

后来, Irwin 称参量 K 为应力强度因子。在用石墨试样测出裂纹断裂时的 K 值后,认定为材料常数,命名为断裂韧度,记为 K_{Ic} 。此后,将 K 用作线弹性体裂纹断裂判据。在经“等效裂纹长度”设想修正后,又将 K 用作弹塑性体裂纹断裂判据。其间 Sih 也进行了类似的研究。

自从将 K 用作裂纹断裂判据后,裂纹断裂问题的研究,就转移到对裂纹体裂纹 K 表示式的研究。只要求得了裂纹体裂纹 K 表示式,就认为此种裂纹体的裂纹断裂问题得到了解决。目前,已求得了多种裂纹体的裂纹 K_{I} 、 K_{II} 、 K_{III} 表示式,并汇集成册^[15,16]。

用 K_{I} 、 K_{II} 、 K_{III} 判据预测裂纹断裂,是通过令

$$K_{\text{I}} = K_{\text{Ic}}$$

$$K_{II} = K_{IIc}$$

$$K_{III} = K_{IIIc}$$

来实现的。当 K_I 、 K_{II} 、 K_{III} 分别大于 K_{Ic} 、 K_{IIc} 、 K_{IIIc} 时,便认为三类裂纹开始断裂。

但是,令 $K_I = K_{Ic}$ 、 $K_{II} = K_{IIc}$ 、 $K_{III} = K_{IIIc}$ 以及视 K_I 、 K_{II} 、 K_{III} 为常数和 K_{Ic} 、 K_{IIc} 、 K_{IIIc} 为材料固有常数,都无充分的理论和实验依据。文献[17]对经典裂纹断裂研究进行了深入分析,指出“等效裂纹长度”设想缺乏科学依据。

Westergaard、Williams 等的研究,存在的问题为,用线性方程处理非线性的裂纹断裂问题,所用的应力函数和给出的裂纹尖端应力为无限值的结果不符合客观事实,引出的常数 K_I 和认定的材料常数 K_{Ic} 都不是常数。

对于弹塑性体,在小变形和不卸载的条件下,基于能量分析,Rice 提出了 J 积分方法。实际上,在弹塑性体裂纹断裂时,小变形和不卸载的条件是不存在的。弹塑性体在裂纹断裂的临界状态,裂纹尖端的变形是复杂的,有弹性变形、塑性变形,还有变形强化变形。对于这些难以界定范围的变形,准确计算变形能是不可能的。因此, J 积分的能量计算不可能准确。

J 积分的判据为

$$J = J_e$$

式中: J 为计算值; J_e 为实测值。

一为计算值,一为实测值,让两者相等缺乏科学依据^[17]。

因此,用 $K_I = K_{Ic}$ 、 $J = J_e$ 预测裂纹断裂,都是不可靠的。

Wells 的裂纹张开位移 COD 方法,是用裂纹张开位移判断裂纹的断裂。众所周知,裂纹的张开位移,既有弹性变形,也有塑性变形,随时间的延长还有蠕变。因而,裂纹的张开位移和外加应力没有线性关系。因此,用裂纹的张开位移判断裂纹断裂,是不会准确的。

裂纹断裂问题的探索性研究很多,有的和 Westergaard、Williams、Irwin 的研究相近,有的有所不同,但都未能解决裂纹断裂问题。

因而,裂纹断裂问题,仍然没有解决,构件低应力裂纹脆断的危险依然存在。

1.2 K_I 、 K_{IC} 非常数证明

作为裂纹断裂的判据, K_I 、 K_{II} 、 K_{III} 和 K_{IC} 、 K_{IIC} 、 K_{IIIC} 必须为常数。但是, K_I 、 K_{II} 、 K_{III} 和 K_{IC} 、 K_{IIC} 、 K_{IIIC} 是否为常数,却没有给出充分而严格的证明。为此,有必要再进行深入考核。

Westergaard 对无限大板穿透裂纹三种加载的研究和以后 Williams 对三种加载普遍情况的分析,得出了完全相同的结果^[2,3]。

现在对三种加载的裂纹端部主项应力分量进行考核。

若极角 θ 的正弦、余弦为非零常数, K_I 、 K_{II} 、 K_{III} 也为常数,则三种加载裂纹端部主项应力分量的极值分别为^[3]

对于 I 型加载

$$\lim_{\substack{r \rightarrow 0 \\ r \rightarrow \infty}} \sigma_{yy} = \lim_{\substack{r \rightarrow 0 \\ r \rightarrow \infty}} \frac{K_I}{2\pi r} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) = \begin{cases} \infty \\ 0 \end{cases}$$

对于 II 型加载

$$\lim_{\substack{r \rightarrow 0 \\ r \rightarrow \infty}} \sigma_{yy} = \lim_{\substack{r \rightarrow 0 \\ r \rightarrow \infty}} \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} = \begin{cases} \infty \\ 0 \end{cases}$$

对于 III 型加载

$$\lim_{\substack{r \rightarrow 0 \\ r \rightarrow \infty}} \sigma_{yz} = \lim_{\substack{r \rightarrow 0 \\ r \rightarrow \infty}} \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} = \begin{cases} \infty \\ 0 \end{cases}$$

在 r 趋于零或趋于无限值时,三种加载的裂纹端部主项应力分量的极值,都不符合客观事实。固体只能承受有限应力的科学规律表明,裂纹尖端应力不可能为无限值,而分别承受三种加载远离裂纹尖端的无限大板,应力也不可能为零。此种不符合客观事实的结果,只能证明, K_I 、 K_{II} 、 K_{III} 均不是常数。

现在再根据已认定的 K_I 、 K_{II} 、 K_{III} 分别与 K_{IC} 、 K_{IIC} 、 K_{IIIC} 的关系,用裂纹

K_I 、 K_{II} 、 K_{III} 表示式和 K_{IC} 、 K_{IIc} 、 K_{IIIc} 分别计算几种典型试样的裂断应力极值,并用裂纹 K_I 表示式和 K_{IC} 值计算四种裂纹试样的裂断应力。由此便可了解 K_I 、 K_{II} 、 K_{III} 和 K_{IC} 、 K_{IIc} 、 K_{IIIc} 是否为常数。

1. 三点弯曲试验

三点弯曲试样如图 1-2-1 所示。

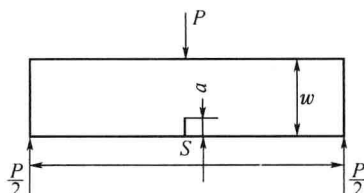


图 1-2-1

裂纹 K_I 表示式为^[18]

$$K_I = \frac{PS}{Bw^{3/2}} \cdot F(\lambda) \quad (1-2-1)$$

$$\sigma_{wc} = \frac{6P}{Bw}$$

$$F(\lambda) = 2.9\lambda^{1/2} - 4.6\lambda^{3/2} + 21.8\lambda^{5/2} - 37.6\lambda^{7/2} + 38.7\lambda^{9/2}$$

$$\lambda = a/w$$

式中: S 为梁的跨度, $S=4w$; w 为梁的宽度; B 为梁的厚度, $B=w/2$; P 为外加作用力; a 为裂纹深度; σ_{wc} 为裂断应力。

裂纹断裂时的外加应力,即裂断应力为

$$\sigma_{wc} = \frac{3K_{IC}}{F(\lambda)2\sqrt{w}} \quad (1-2-2)$$

在 λ 为常数时, $F(\lambda)$ 也为常数。若 K_{IC} 为常数, 则有

$$\lim_{\substack{w \rightarrow \infty \\ w \rightarrow 0}} \sigma_{wc} = \lim_{\substack{w \rightarrow \infty \\ w \rightarrow 0}} \frac{3K_{IC}}{F(\lambda)2\sqrt{w}} = \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases} \quad (1-2-3)$$

式(1-2-3)表明,在 λ 、 $F(\lambda)$ 、 K_{IC} 为常数时,三点弯曲试样按比例增大到足够大或减小到足够小时,裂断应力 σ_{wc} 等于零或无限值。

2. 紧凑拉伸试样

紧凑拉伸试样如图 1-2-2 所示。

裂纹 K_I 表示式为^[18]

$$K_I = \frac{P}{Bw^{1/2}} \cdot F(\lambda) \quad (1-2-4)$$

$$\sigma_{cw} = \frac{4P}{Bw}$$

$$F(\lambda) = 29.6\lambda^{1/2} - 18.5\lambda^{3/2} + 655.7\lambda^{5/2} - 1017.0\lambda^{7/2} + 638.9\lambda^{9/2}$$

$$\lambda = a/w$$

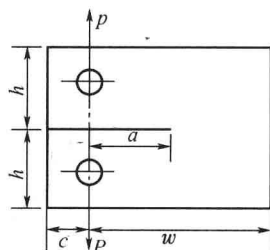


图 1-2-2

式中: w 为试样宽度; B 为试样厚度, $B = w/2$; P 为外加作用力; a 为裂纹深度; σ_{cw} 为裂断应力。

裂纹断裂时的外加应力, 即裂断应力为

$$\sigma_{cw} = \frac{4K_{IC}}{F(\lambda) \sqrt{w}} \quad (1-2-5)$$

在 λ 为常数时, $F(\lambda)$ 也为常数。若 K_{IC} 为常数, 则有

$$\lim_{\substack{w \rightarrow \infty \\ w \rightarrow 0}} \sigma_{cw} = \lim_{\substack{w \rightarrow \infty \\ w \rightarrow 0}} \frac{4K_{IC}}{F(\lambda) \sqrt{w}} = \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases} \quad (1-2-6)$$

式(1-2-6)表明, 在 λ 、 $F(\lambda)$ 、 K_{IC} 为常数时, 紧凑拉伸试样按比例增大到足够大或减小到足够小时, 裂断应力 σ_{cw} 等于零或无限值。

3. 拉伸矩形杆双边裂纹

拉伸矩形杆双边裂纹如图 1-2-3 所示。

裂纹 K_I 表示式为^[19]

$$K_I = \sqrt{a} \sigma_{c1} \cdot F(\lambda) \quad (1-2-7)$$

$$F(\lambda) = 1.98 + 0.36\lambda - 2.12\lambda^2 + 3.42\lambda^3$$

$$\lambda = 2a/w$$

式中: w 为矩形杆宽度; B 为矩形杆厚度, $B = w/2$; a 为裂纹深度; σ_{c1} 为裂断应力。

裂纹断裂时, 裂断应力为

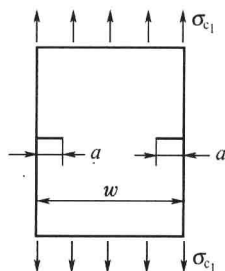


图 1-2-3

$$\sigma_{c_1} = \frac{K_{Ic}}{F(\lambda) \sqrt{a}} \quad (1-2-8)$$

在 λ 为常数时, $F(\lambda)$ 也为常数。若 K_{Ic} 为常数, 则有

$$\lim_{\substack{a \rightarrow \infty \\ a \rightarrow 0}} \sigma_{c_1} = \lim_{\substack{a \rightarrow \infty \\ a \rightarrow 0}} \frac{K_{Ic}}{F(\lambda) \sqrt{a}} = \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases} \quad (1-2-9)$$

式(1-2-9)表明, 在 λ 、 $F(\lambda)$ 、 K_{Ic} 为常数时, 拉伸矩形杆双边裂纹试样按比例增大到足够大或减小到足够小时, 裂断应力 σ_{c_1} 等于零或无限值。

4. 拉伸矩形杆中心裂纹

拉伸矩形杆中心裂纹试样如图 1-2-4 所示。

裂纹 K_I 表示式为^[19]

$$K_I = \sqrt{a} \sigma_{c_2} \cdot F(\lambda) \quad (1-2-10)$$

$$F(\lambda) = 1.77 + 0.227\lambda - 0.51\lambda^2 + 2.70\lambda^3$$

$$\lambda = 2a/w$$

式中: w 为矩形杆宽度; B 为矩形杆厚度, $B = w/2$; a 为裂纹半深度; σ_{c_2} 为裂断应力。

裂纹断裂时, 裂断应力为

$$\sigma_{c_2} = \frac{K_{Ic}}{F(\lambda) \sqrt{a}} \quad (1-2-11)$$

在 λ 为常数时, $F(\lambda)$ 也为常数。若 K_{Ic} 为常数, 则有

$$\lim_{\substack{a \rightarrow \infty \\ a \rightarrow 0}} \sigma_{c_2} = \lim_{\substack{a \rightarrow \infty \\ a \rightarrow 0}} \frac{K_{Ic}}{F(\lambda) \sqrt{a}} = \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases} \quad (1-2-12)$$

式(1-2-12)表明, 在 λ 、 $F(\lambda)$ 、 K_{Ic} 为常数时, 拉伸矩形杆中心裂纹试样按比例增大到足够大或减小到足够小时, 裂断应力 σ_{c_2} 等于零或无限值。

5. 含中心裂纹 II 型试样

含中心裂纹 II 型试样如图 1-2-5 所示。

裂纹 K_{II} 表示式为^[16]

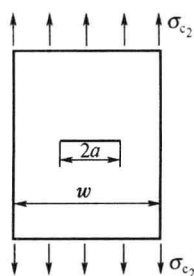


图 1-2-4

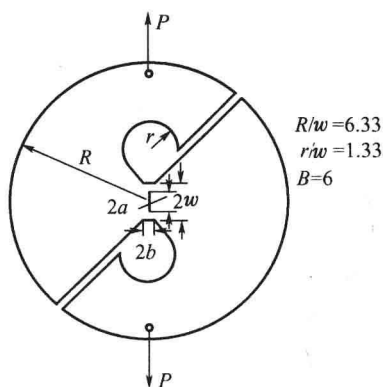


图 1-2-5

$$K_{II} = \sqrt{\pi a} \tau_{c1} F(\alpha, \beta) \quad \tau_{c1} = P/2Bw \quad (1-2-13)$$

$$\alpha = a/w, \quad 0.300 \leq \alpha \leq 0.475$$

$$\beta = b/w, \quad 0.133 \leq \beta \leq 0.267$$

$$F(\alpha, \beta) = g_1(\beta) + \alpha g_2(\beta) + \alpha^2 g_3(\beta)$$

$$g_1(\beta) = 1.466 - 3.439\beta + 9.03\beta^2$$

$$g_2(\beta) = -2.775 + 20.49\beta - 42.10\beta^2$$

$$g_3(\beta) = 3.539 - 19.42\beta + 40.44\beta^2$$

式中: B 为试样厚度; σ_{c1} 为裂断应力。

裂纹断裂时, 裂断应力为

$$\tau_{c1} = \frac{K_{IIc}}{F(\alpha, \beta) \sqrt{\pi a}} \quad (1-2-14)$$

在 α, β 为常数时, $F(\alpha, \beta)$ 也为常数。若 K_{IIc} 为常数, 则有

$$\lim_{\substack{a \rightarrow \infty \\ a \rightarrow 0}} \tau_{c1} = \lim_{\substack{a \rightarrow \infty \\ a \rightarrow 0}} \frac{K_{IIc}}{F(\alpha, \beta) \sqrt{\pi a}} = \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases} \quad (1-2-15)$$

式(1-2-15)表明, 在 $\alpha, \beta, F(\alpha, \beta), K_{IIc}$ 为常数时, 含中心裂纹 II 型试样按比例增大到足够大或减小到足够小时, 裂断应力 τ_{c1} 等于零或无限值。

6. 含边缘裂纹 II 型试样

含边缘裂纹 II 型试样如图 1-2-6 所示。

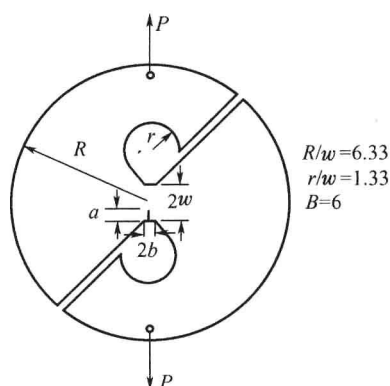


图 1-2-6

裂纹 K_{II} 表示式为^[16]

$$K_{II} = \sqrt{\pi a} \tau_{c_2} \cdot F(\alpha, \beta), \quad \tau_{c_2} = P/2Bw \quad (1-2-16)$$

$$\alpha = a/w, \quad 0.6 \leq \alpha \leq 1.2, \quad \beta = b/w = 0.2$$

$$F(\alpha, \beta) = 1.614 - 3.494\alpha + 7.073\alpha^2 - 5.945\alpha^3 + 1.904\alpha^4$$

式中: B 为试样厚度; σ_{c_2} 为裂断应力。

裂纹断裂时, 裂断应力为

$$\tau_{c_2} = \frac{K_{IIc}}{F(\alpha, \beta) \sqrt{\pi a}} \quad (1-2-17)$$

在 α, β 为常数时, $F(\alpha, \beta)$ 也为常数。若 K_{IIc} 为常数, 则有

$$\lim_{\substack{a \rightarrow \infty \\ a \rightarrow 0}} \tau_{c_2} = \lim_{\substack{a \rightarrow \infty \\ a \rightarrow 0}} \frac{K_{IIc}}{F(\alpha, \beta) \sqrt{\pi a}} = \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases} \quad (1-2-18)$$

式(1-2-18)表明, 在 $\alpha, \beta, F(\alpha, \beta), K_{IIc}$ 为常数时, 含边缘裂纹 II 型试样按比例增大到足够大或减小到足够小时, 裂断应力 τ_{c_2} 等于零或无限值。

7. 剪切矩形杆双边裂纹

剪切矩形杆双边裂纹试样如图 1-2-7 所示。