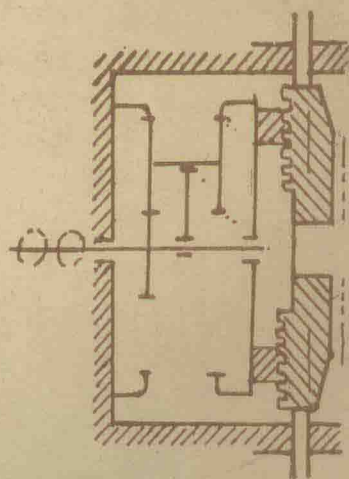


机械原理 解题分析

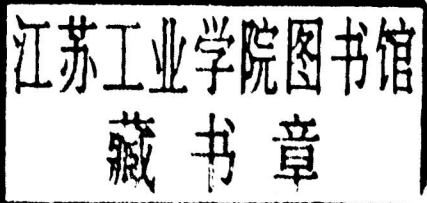
张世民
张永明 编著



辽宁科学技术出版社

机械原理分析

张世民 张永明 编著



辽宁科学技术出版社

一九八六年·沈阳

机械原理解题分析

Jixie yuanli jieti fenxi

张世民 张永明 编著

辽宁科学技术出版社出版 (沈阳市南京街6段1里2号)

辽宁省广播电视大学发行 沈阳新华印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/16 印张: 12 字数: 278,000

1986年2月第1版 1986年2月第1次印刷

责任编辑: 刘绍山 封面设计: 霍明相

印数: 1—30,000

统一书号: 15238·213 定价: 1.90 元

编 者 的 话

《机械原理》是有关机械的各个专业必修的一门技术基础课程。它既有较强的理论性，又有较强的工程实践性。必要的例题和练习题，有助于把理论和实际运用有机地、紧密地联系起来，提高解决问题的能力；反过来又可以促使进一步领会和掌握所学到的基础理论。

但是，《机械原理》课程由于内容多，涉及面广，因此一般教材的篇幅总在四、五十万字左右，因而难以用更多的篇幅去列举更多的例题；而且，也由于篇幅的限制不可能对所列举的为数不多的例题，作正、误两方面的对比以及列举多种不同的解题途径，更不大可能在解题方法和解题技巧方面花费更多的篇幅来讨论。实际上，《机械原理》课程中的许多练习题的解题技巧性还是相当强的。这对于半年之内修完这门课程的学生来说，就显得时间短，内容多，难度大；一章讲完还来不及很好复习、掌握、理解，另一范畴的新章节又开始了，往往出现学习被动的情况。

针对以上所述的各方面情况，我们编写了这本《解题分析》。其目的在于：（1）协助解决一般教材由于篇幅所限而带来的不足；（2）帮助学生在较短的篇幅所花费的少量时间内，尽可能快地掌握解题的方法、技巧和一般容易出现的错误，提高解决问题的能力；另一方面，把解题和有关的基础理论紧密结合起来，进行分析、对比和归纳，以期能更好地理解所学的基础理论。

为此，我们先对与解题有关的基础理论加以简要的介绍，但不是简单的罗列，对于一些关键性的内容以及有助于进一步理解的内容，都作了必要的分析、论证和归纳。因此，本书这一部分内容可以作为“简明教材”来阅读，以此作为一般教材的辅助性读物推荐给读者。

在选择例题方面，我们对一般常见教材中的例题和练习题作了反复的精选，必要时另行拟定新的例题，务使它们在理论的概括方面，在解题的技巧性方面，在求解的正确与错误方面，都能使学生在花了宝贵的时间之后，有所收益，有所提高。

在“与解题有关的基本内容”这一部分，参考了：南京工学院黄锡恺、郑文纬主编的、西北工业大学孙桓主编的、天津大学主编的以及清华大学和中央广播电视大学张世民主编的各种新版《机械原理》教材，力求使所涉及的一些基础理论，在想法上和结论上，尽量与上述各种教材保持一致，以便于使用和参考。

至于课程内容中解题技巧不很强的章节（如像“其他常用机构”、“机械的平衡”等），本书未花费更多的笔墨来叙述。这方面的内容将来根据具体需要的情况再作考虑。

《机械原理解题分析》不同于一般的“题解”。本书在《机械原理》课程的有关参考书籍中，尚属初次尝试。限于编者的水平和时间的仓促，不足和不妥之处，在所难免。尚企读者不吝赐教指正。

编 者

1985年于清华园

目 录

第一章	机构及其结构分析.....	1
第二章	运动副中的摩擦和机构的自锁分析.....	15
第三章	平面机构的运动分析.....	39
第四章	平面机构的受力分析.....	74
第五章	平面连杆机构的设计.....	97
第六章	凸轮机构及其设计.....	123
第七章	齿轮的啮合原理和几何设计.....	138
第八章	轮系的传动比计算.....	177

第一章 机构及其结构分析

一、与解题有关的基本内容

1. 零件与构件——零件是加工、制造的最小单元；构件是由若干个零件组成一个整体而参与运动运动的单元。

2. 运动副——两个构件之间的可动联接。它的功能是约束或限制掉两构件之间的一些相对自由度。平面机构中所应用的运动副有三种：

(1) 转动副——约束掉两构件之间两个相对移动自由度而剩下一个相对转动自由度。

(2) 移动副——约束掉两构件之间的一个相对移动自由度和一个相对转动自由度，剩下一个相对移动自由度。

以上两种运动副都是面与面的接触，统称为“低副”，它们都约束掉两个自由度。

(3) 高副——两构件轮廓之间形成点或线的接触，它约束掉两构件之间沿两轮廓接触点公法线方向上的相对移动自由度，剩下沿接触点公切线方向的相对移动自由度和绕接触点轴线的相对转动自由度。

3. 运动链及其自由度计算——若干构件借助于运动副联接而成的链状系统，称为“运动链”。

设以运动链中某一构件作为参考坐标系，则该构件可以视为相对固定件(即机架)。设运动链中的活动构件数为 n ，低副数为 P_L ，高副数为 P_H ，则相对于机架来说，整个系统中活动构件相对于机架的自由度为

$$F = 3n - 2P_L - P_H$$

上式称为运动链的自由度计算公式。

4. 机构——具有确定运动的运动链，称为“机构”。

为使运动链能具有确定的运动，亦即成其为机构，该运动链的主动件数目必须等于运动链的自由度 F 。当主动件数目小于 F 时，运动链的运动将不确定，而当主动件数目大于 F 时，运动链内部运动发生矛盾，构件将被破坏。因此，在这两种情况下，运动链都不能成其为机构。

5. 计算运动链自由度时的注意事项：

(1) 复合铰链——设 m 个构件共用一个铰链铰接在一起，则应按 $(m-1)$ 个转动副计算。

(2) 局部自由度——机构中某构件的自由度不影响其他构件的运动，则该构件的自由度称为“局部自由度”。实践中最常遇见的局部自由度是凸轮机构中从动件的滚子，在计算自由度时，应把滚子看成是与从动件固结成一体。

(3) 虚约束——机构中不产生实际约束效果的重复约束，称为“虚约束”。虚约束是机械中为改善受力状况或为满足其他一些工作需要而常常采用的一种工程实际措施。为了获得虚约束，必须满足某种特定的几何条件，这就要求在加工制造和装配时予

以保证, 否则虚约束将变为实际约束而使机构遭到破坏。

虚约束的判断和运用是一个难点, 为此特作如下的归纳:

1) 两构件之间形成多个转动副或移动副时, 均按一个低副来计算。此时, 构成虚约束的几何条件是: 各个转动副必须共轴线, 或各个移动副的移动方向必须相平行; 两构件之间形成两个高副时 (如定径凸轮机构、定宽凸轮机构、双轮廓凸轮机构等), 按一个高副计算, 其虚约束的几何条件是: 两接触点之间必须保持定径或定宽。换句话说, 两构件之间只按一个运动副来计算。

2) 如果机构中某两构件上的某两点 A 和 B 之间的距离始终保持不变, 则可用图 1-1 a 所示一个构件和两个转动副 A 和 B 所组成的简单运动链, 把这两点铰接起来。该运动链具有一个约束作用, 亦即从自由度的角度来说, 应有一个负的自由度: $F = -1 = 3n - 2P_L = 3 \times 1 - 2 \times 2$ 。该约束的作用是使构件所铰接的两点 A 和 B 之间的距离保持不变; 但是, 由于机构中 A 、 B 两点间的距离原来已经始终保持不变。因而该运动链所起的约束作用, 是一种不起实际约束作用的重复约束, 亦即是虚约束。

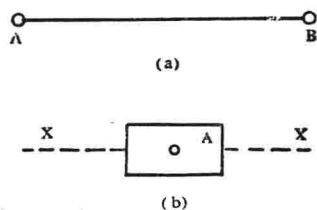


图1-1

如果机构中某构件上的某点 A 对另一构件的相对轨迹是直线 xx , 则可以用图 1-1 b 所示的滑块及其转动副 A 和沿 xx 方向的移动副所组成的简单运动链来联接上述两构件。该运动链的约束数也是 $F = -1$, 但引入机构中之后, 其约束作用也是虚的。

附带指出, 图 1 所示两种运动链, 实质上是相同的, 前者 A 、 B 两点相对轨迹是半径为 AB 的圆, 而后者可以认为 A 点对无穷远点 B 的相对轨迹为半径无穷大的圆 (即直线 xx)。

3) 利用机构中对运动不起作用的对称部分, 可以获得两个对应构件上两个对应点之间相同的轨迹和相同的运动规律, 从而使这两点始终保持等距离, 这时显然可以用图 1-1, a 所示的运动链来联接这两点, 从而引进了虚约束。

在计算运动链自由度时, 应正确判断出是否有虚约束, 如有虚约束, 则应先剔除产生虚约束的运动链, 然后再进行自由度的计算。

6. 机构运动简图——机构的运动简图是一种工程语言, 它应能反映出机构的种类、运动副的种类和数目以及各个机构之间的传动关系, 是机构方案讨论和选择的依据。如果准确标注出各个运动尺寸, 则运动简图也是运动分析和受力分析的依据。

机构的运动简图应选取主要机构的运动平面作为视图面。为了能清楚地计算出构件的数目, 建议每一个构件给一个数码编号; 如果构件是由两个零件 (例如一个凸轮和一个齿轮) 所构成, 则给它们相同的数码编号。而用数码右上角加撇的办法来表明是两个不同的零件。

关于机构的运动尺寸的标注问题, 转动副间的尺寸标注比较简单, 例如同一构件上各转动副之间的直线长度即是应该标注的运动尺寸; 而对于固定件 (即机架) 上的各个固定转动副, 则可选取其中某一转动副 (常选取原动件的转轴) 作为坐标原点, 然后标出其他各固定转动副对该转动副的坐标。这里特别说明一下移动副的尺寸标注问题。当两构件之间形成移动副时, 应标出该两构件上两个转动副之间沿相对移动方向线 xx 的垂

直距离 e ,如图1—2 a所示,至于图中A点对导杆线的悬伸量 d ,则不是运动尺寸,不需标注。图1—2b是图1—2a在运动上等价的机构。图1—2c是偏置式曲柄滑块机构,滑块3与固定导路4形成移动副,这时应标注滑块3上的转动副C相对移动方向线 xx 与机架4上的转动副A之间的垂直距离 e ,而不标注C点对导路的悬伸量 d ;图1—2d是前者的等价机构。图1—2e是悬伸量为 d 的导杆机构,但应标注的运动尺寸则是滑块2上转动副B的相对移动方向线 xx 与导杆3的转动副C之间的垂直距离 e ;图1—2f是前者的等价机构。

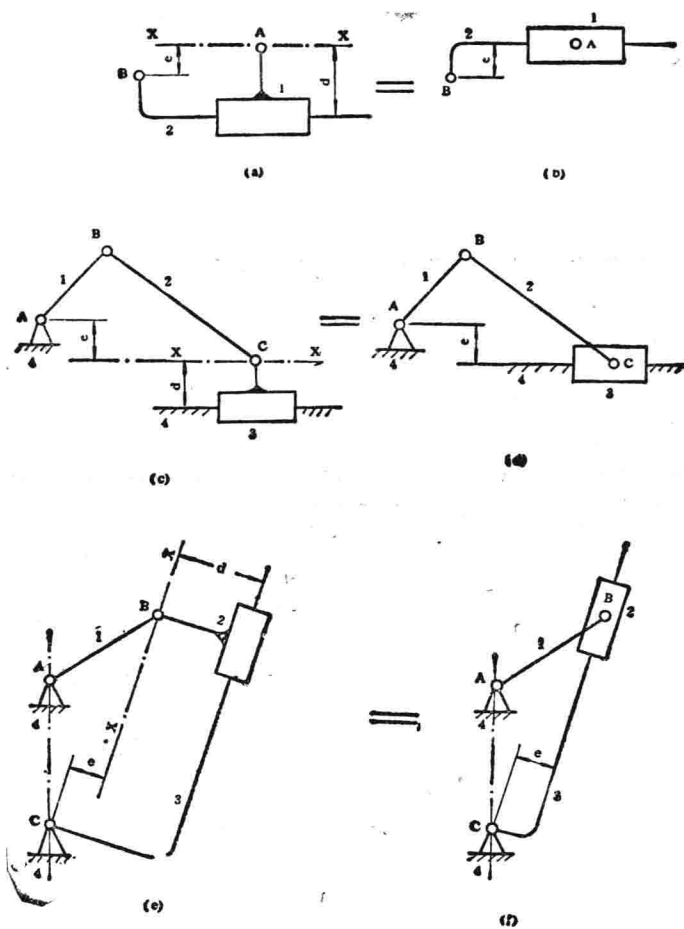


图1—2

7. 平面机构的组成原理和结构分析

(1) 主动件和基本机构——具有独立运动参数的构件,称为“主动件”或“原动件”。主动件与机架组成最简单的“基本机构”或“I级机构”,其自由度为1。

(2) 杆组——自由度为零的运动链,称为“杆组”。

全由低副组成的杆组,其条件为

$$F = 0 = 3n - 2P_L$$

最简单的杆组是 $n = 2$ 、 $P_L = 3$ 的运动链,其五种形式如图1—3所示。这类杆组称为

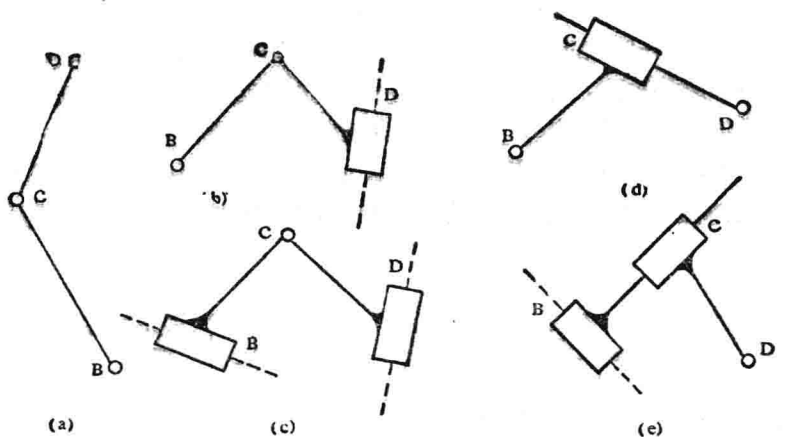


图1—3

“Ⅰ级杆组”（附带指出：三个低副中必须至少有一个为转动副；此外，联接杆组本身两构件的低副C，称为“内端副”，而B和D则称为“外端副”，外端副表示它们将与组外构件形成运动副。在进行机构的运动分析或受力分析时，必须先求出外端副的运动或约束反力，然后才能求杆组的内端副的运动或约束反力）。Ⅰ级杆组是应用最广泛的杆组。

除上述Ⅰ级杆组之外，还有 $n=4$ 、 $P_L=6$ 的杆组，这类杆组有两种基本形式：（1）图1—4a所示的是具有三个分支杆的“三支Ⅱ级杆组”，其特征是有一个封闭三角形，亦即其中有一个具有三个运动副的三副构件，但有时三个运动副位于一直线上，如图1—4b

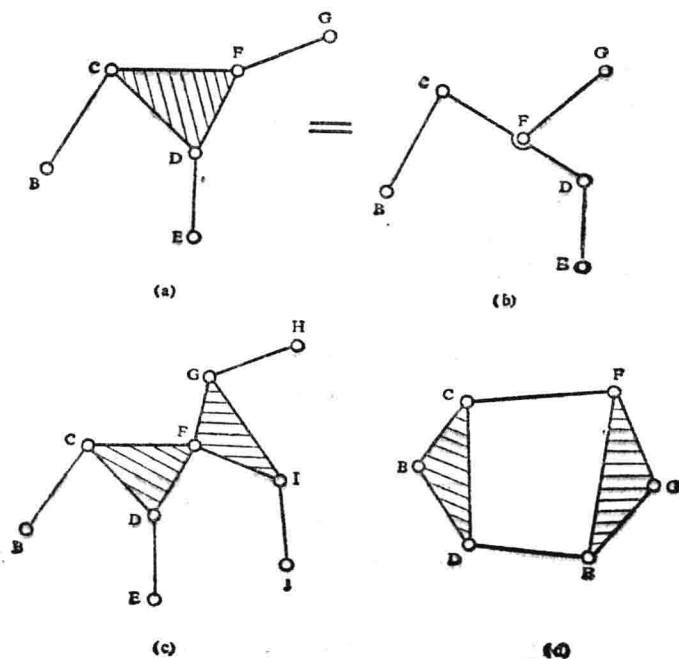


图1—4

所示, 仍是三支Ⅲ级杆组(附带指出, Ⅲ级杆组必有三副构件, 但并非凡具有三副构件的杆组都是Ⅲ级杆组); 图 1—4c 所示的是较为复杂的Ⅲ级杆组, 它有四个分支杆, 因此称为“4支Ⅲ级杆组”, 它是把“3支Ⅲ级杆组”中的一个分支杆, 例如, 分支杆 FG , 用一个三副构件和两个分支杆来代换而成, 其它各分支杆也可同样代换而得到更为复杂的多分支Ⅲ级杆组, 但它们的共同特点是都具有封闭三角形的三副构件。(2) 图 1—4, d所示的是“Ⅳ级杆组”, 其特征是具有一个不是刚体的封闭四边形。图1—4中的各个转动副也可以用移动副来代换, 但至少耍剩有一个转动副。

必须明确指出: 杆组是不可再拆的整体。图 1—4a 和 d所示的Ⅲ级杆组和Ⅳ级杆组, 虽然它们的构件数均为 $n=4$ 和低副数 $P_L=6$, 正好是Ⅱ级杆组 $n=2$ 、 $P_L=3$ 的二倍, 但一个Ⅲ级或Ⅳ级杆组绝对不可能拆出两个Ⅱ级杆组。

Ⅲ级杆组应用得较少, Ⅳ级杆组则应用得更少。

(3) 机构的组成——把若干个自由度为零的杆组, 依次添加到若干个基本机构上, 则组成多构件机构, 其自由度必等于主动件数。显然, 每添加一个杆组, 机构的构件将增加, 但其自由度数将不变。

杆组的添加顺序, 也就是由主动件开始的运动传递顺序。因此, 在分析多构件机构的杆组组成情况时, 应按机构组成顺序的反方向, 亦即应从运动传递过程的最远处逐个拆除杆组。一般可先试拆Ⅱ级杆组, 如果不能拆除, 则再试拆Ⅲ级、Ⅳ级杆组, 其拆除的原则应是每拆除一个杆组之后, 剩余的各构件仍应是完整的机构, 直到最后剩下基本机构为止。这里所谓的“最远处”, 不一定是指在位置上距主动件最远处, 主要是指运动传递关系的远近而言。

机构的级别取决于杆组的最高级别。同一个机构, 取不同构件作为主动件时, 机构的级别可能改变。

在进行机构的运动分析时, 应按运动传递的顺序, 亦即应按机构的组成顺序, 按杆组来进行。不同级别的杆组, 在运动分析或受力分析方面, 各具有特点, 这也是进行机构组成分析的目的之一。

8. 高副低化——高副低化是一种运动关系上的转化, 其目的在于把高副机构(如凸轮机构)的运动分析转换成低副机构的运动分析(因为低副机构的运动分析比较简单), 但是不能用来进行受力分析。

在运动关系上, 高副的约束作用是限制掉两构件沿高副接触点的轮廓曲率中心沿公法线方向的相对移动自由度, 而只能使两轮廓的曲率中心互相以接触点两轮廓曲率半径之和($\rho_1 + \rho_2$)为半径绕对方的曲率中心转动, 其约束数(即负的自由度)为 $F = -1$ 。因此, 用以代换高副的低副运动链应满足

$$F = -1 = 3n - 2P_L$$

的条件。满足这一条件的最简单运动链是 $n=1$ 、 $P_L=2$ 的运动链, 如图1—5a 所示, 杆长 $\overline{AB}$ 应等于两轮廓接触点曲率半径之和($\rho_1 + \rho_2$), 而且两转动副应铰接在二者的曲率中心上。把这样的简短运动链铰接在两轮廓的曲率中心之后, 原来的高副即可取消(可理解为把高副接触处的轮廓曲线切

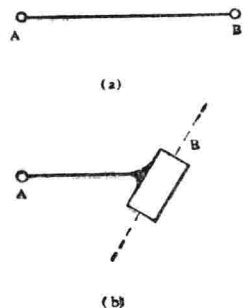


图1—5

除)。显然,此时减少了一个高副而增加了一个附加构件和两个低副。如果两轮廓中有一条轮廓为直线(其曲率半径为无穷大),则可用图1-5b所示具有移动副的低副运动链来代换。

二 解题分析

例1—1 图1—6所示的是由齿轮和连杆组成的八构件（连同机架）运动链，试计算该运动链的自由度；并判别当齿轮1为主动件时，该运动链能否成为机构（亦即能否有确定的运动）。

解 首先点算活动构件数 n 和运动副数 P_L 和 P_H 。由图可见活动构件数 $n=7$ ；齿轮1和2形成一个高副，即 $P_H=1$ ；杆件4、5和6铰接在 D 点，因此是复合铰，即形成 $3-1=2$ 个转动副；特别需要指出的是 E 点的转动副，它是杆件5和齿轮2铰接在机架8上的复合铰，即应按 $3-1=2$ 个转动副计算，这一点往往容易误认为仅仅是杆件5和机架8组成的单铰；此外还有 A 、 B 、 C 、 F 和 G 处的5个单铰，因此共有转动副 $P_L=9$ 。因此该运动链的自由度为

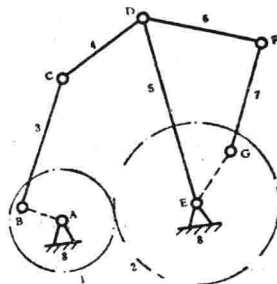


图1—6

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 7 - 2 \times 9 - 1 = 2$$

当只有齿轮 1 为主动件时, 由于主动件数小于自由度, 运动链将无确定运动, 因此该运动链只能是一个运动链而不能成其为机构。如果要能成为机构, 必须再增加一个主动件, 例如使杆件 5 也成为具有独立运动的主动件。由此可见, 自由度计算公式只能认为是运动链的自由度计算公式, 而不宜认为是机构的自由度计算公式, 因为所示运动链能否成为“机构”, 尚属待定的问题。

例1—2 图1—7a 所示的是典型的牛头刨床主机构简图, 当曲柄 1 为主动件时, 是

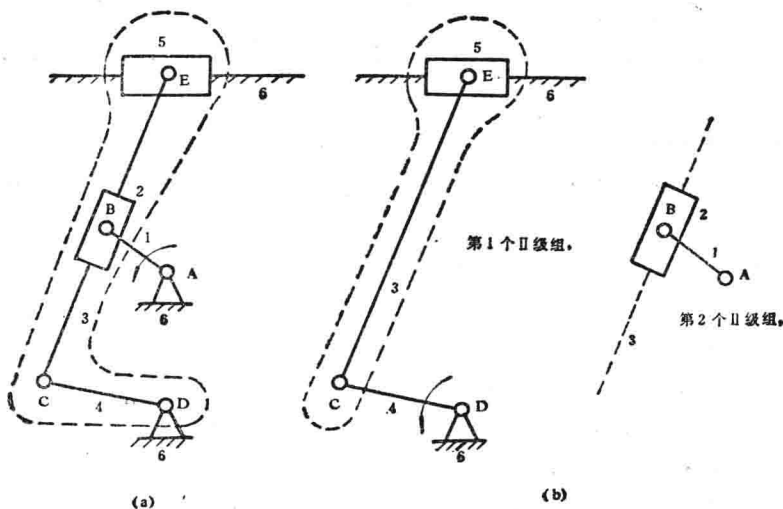


图1-7

几级机构? 又如果主动件改为构件 4, 又是几级机构?

解 由命题可知, 既然已明确指出是机构, 就表示有确定运动, 亦即表示运动链的自由度必等于原动件数, 即 $F=1$, 现予以核算: 由简图得知 $n=5$, $P_L=7$, 因此

$$F=3n-2P_L=3\times 5-2\times 7=1$$

计算结果与判断相一致。

当曲柄 1 为主动件时, 滑块 5 和杆件 4 距原动件同样远, 因此可随便从哪个构件开始拆除杆组。但不论从滑块 5 还是从杆件 4 开始试拆 II 级杆组, 杆件 3 都要随之拆除, 结果使滑块 2 无所着落, 剩余构件将不成为完整的机构, 因此这种拆除是错误的。此时则进一步试拆 III 级杆组, 即拆除构件 4、3、2、5, 其中构件 3 是 III 级杆组中的三副构件, 如图 1—4b 所示, 只是其中的转动副 E 和 F 换为移动副而已。该 III 级杆组如图 1—7a 中虚框线所示。最后剩下主动件 1 与机架 6 组成一个基本机构。因此当主动件为构件 1 时, 是一个 III 级机构。

如果构件 4 为主动件, 则从位置距离来说, 滑块 5 离主动件 4 要比构件 1 远些, 但是从传动关系来说, 滑块 5 通过构件 3 而获得其运动, 而构件 1 则需通过构件 3 然后再通过滑块 2 才能获得运动, 换句话说, 从传动关系来说, 构件 1 要比滑块 5 离主动件 4 更远些, 因此应从构件 1 开始着手试拆 II 级杆组。拆除构件 1 和滑块 2 的 II 级杆组(见图 1—7b 的右图), 剩余构件仍成为一个整体。进一步再试拆构件 3 和滑块 5 的 II 级杆组(见图 1—7b 左图虚框线所示), 最后剩主动件 4 和机架 6 的基本机构。由此可知, 此机构是由两个 II 级杆组组成的六构件 II 级机构, 即在主动件 4 和机架 6 所组成的基本机构基础上, 先把构件 3 和滑块 5 的第一个 II 级杆组添加到基本机构上, 形成一个较为复杂的四构件机构, 然后再把滑块 2 和构件 1 的第二个 II 级杆组添加到四构件机构上, 最后形成了六构件机构。这一形成过程的顺序, 也就是运动传递的顺序, 因而也就是机构运动分析过程的顺序。

此外, 由此例可见, 同一个机构, 以不同构件为主动件时, 机构的级别可能会改变。

例 1—3 图 1—8a 所示的是凸轮和连杆组成的九构件运动链, 凸轮 1 为主动件。连杆 5 上有一固结的圆弧分支, 其圆心在 H 点, 它与机架 9 上圆心在 I 点的固定圆弧形成高副接触。

(1) 判断该运动链能否成为机构;

(2) 把该机构中的高副加以低化, 画出相应的替代机构的简图, 并计算其自由度;

(3) 当构件 1 为主动件时, 分析该机构的杆组, 并确定机构的级别;

(4) 如果构件 8 为主动件, 确定其杆组及机构的级别。

解 (1) 计算运动链的自由度。

凸轮机构从动件 3 上的滚子 2 在转动副 B 处的自由度是局部自由度, 因此应把滚子 2 视为与从动件 3 固结成一体, 从而滚子 2 连同转动副 B 被排除。此外转动副 E 是两个转动副的复合铰。因此可知活动构件数 $n=7$, $P_L=9$, $P_H=2$, 所以

$$F=3n-2P_L-P_H=3\times 7-2\times 9-2=1$$

已知有一个主动件 (凸轮 1), 因而是机构。

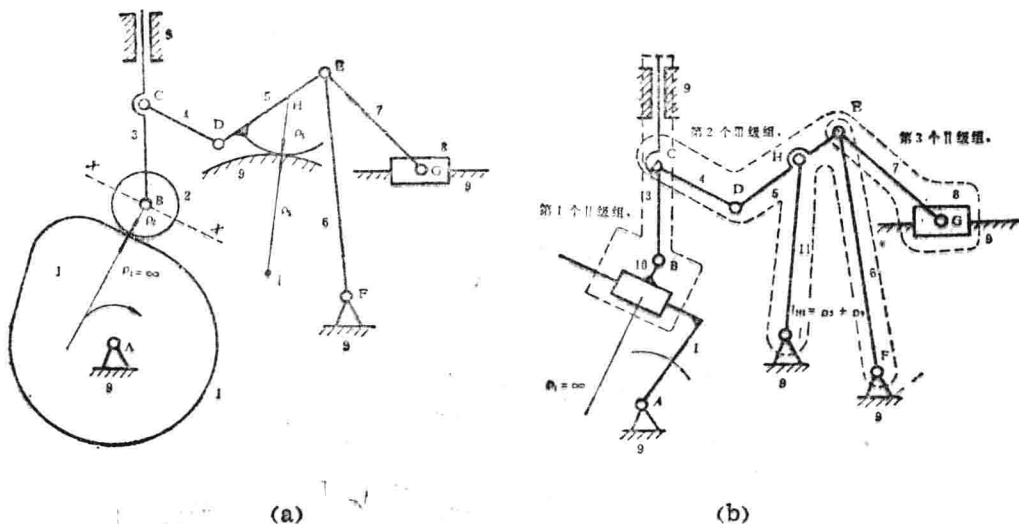


图1—8

(2) 滚子2与凸轮1组成高副, 滚子半径为 ρ_2 , 凸轮1的直线轮廓与滚子2相接触, 因而曲率半径 $\rho_1 = \infty$, 此时应该用图1—5b所示具有移动副的运动链来代换高副, 与此同时将增加一个附加构件10, 如图1—8b所示。连杆5上的圆弧与机架9上的固定圆弧组成高副, 二者的曲率半径分别为 ρ_5 和 ρ_9 , 因此用图1—5a所示的低副运动链来代换高副, 此时将增加一个附加构件11, 其两个转动副铰接在曲率中心H和I, 构件11的长度 $l_{HI} = \rho_5 + \rho_9$, 如图1—8b所示。

图1—8b所示的是高副低化以后的低副机构, 此时 $n=9$, $P_L=13$ (10个转动副和3个移动副), 因此

$$F = 3n - 2P_L = 3 \times 9 - 2 \times 13 = 1$$

此结果与未低化以前的结果相同。

(3) 当构件1为主动件时, 由滑块8开始试拆Ⅱ级杆组, 即试拆滑块8和构件7的Ⅱ级杆组, 此时需注意转动副E是相当于两个转动副的复合铰, 随同构件7和构件8的拆除之后, E处还剩有一个转动副。

再试拆构件6和5的Ⅱ级杆组, 但此时可以看出, 当构件5拆除之后, 构件11将与剩余构件4失去联系, 因此这个Ⅱ级杆组的拆除是错误的。为此再试拆构件6、5、11和4组成的Ⅲ级杆组, 其中构件5是其三副构件, 而构件4、11和6则是其三个分支杆。

再试拆构件3和滑块10的Ⅱ级杆组, 最后剩下主动件1和机架9的基本机构。

因此该机构是由第一个Ⅱ级杆组、第二个Ⅲ级杆组以及第三个Ⅱ级杆组依次添加而成, 如图1—8b中虚线框所示, 并在图中标出了杆组的添加顺序。因此属于Ⅲ级机构。

(4) 当滑块8为主动件时, 则由杆件1开始试拆杆件1和滑块10的Ⅱ级杆组, 再试拆杆件3和4的Ⅱ级杆组, 再试拆杆件11和5的Ⅱ级杆组, 最后试拆杆件6和7的Ⅱ级杆组。因此该机构是由四个Ⅱ级杆组依次添加而成, 属于Ⅱ级机构 (这四个杆组图中未表示出来)。

例1—4 图1—9a 所示为一含有高副和低副的五构件运动链，计算其自由度。如果构件1为主动件，则为几级机构？如果构件4为主动件，则又为几级机构？

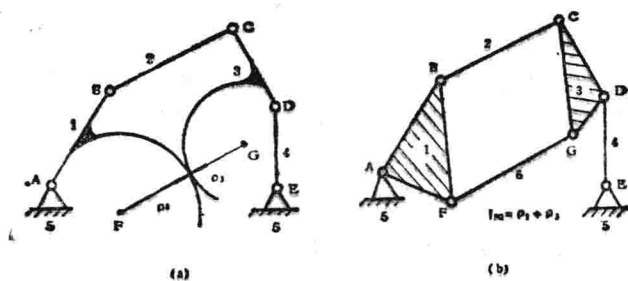


图1—9

解 计算自由度时，可不必高副低化。由图知 $n=4$, $P_L=5$, $P_H=1$ ，因此

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 4 - 2 \times 5 - 1 = 1$$

即只要有一个主动件，该运动链即成为机构。

分析机构的组成时，需要高副低化。低化之后的机构简图如图1—9b 所示。

当构件1为原动件时，由最远的构件4开始试拆杆组。试拆构件4和3，则不论拆去转动副C还是转动副G，都将使构件2或是构件6的右端悬空，因此这种拆除是错误的。再试拆构件4、3、2和6的Ⅲ级杆组，最后剩下主动件1和机架5的基本机构，因此这时是由一个Ⅲ级杆组组成的Ⅲ级机构。

如果构件4为主动件，则应由构件1开始试拆，则此时不论是Ⅱ级杆组还是Ⅲ级杆组，都无法拆除。由图可以看出其中有一封闭四边形BCFG，对照图1—4d 可知有一个由构件1、2、3和6组成的Ⅳ级杆组，因此此时是一个Ⅳ级机构。

例1—5 图1—10a所示的是十个构件组成的复杂运动链，其自由度为 $F=1$ 。当构

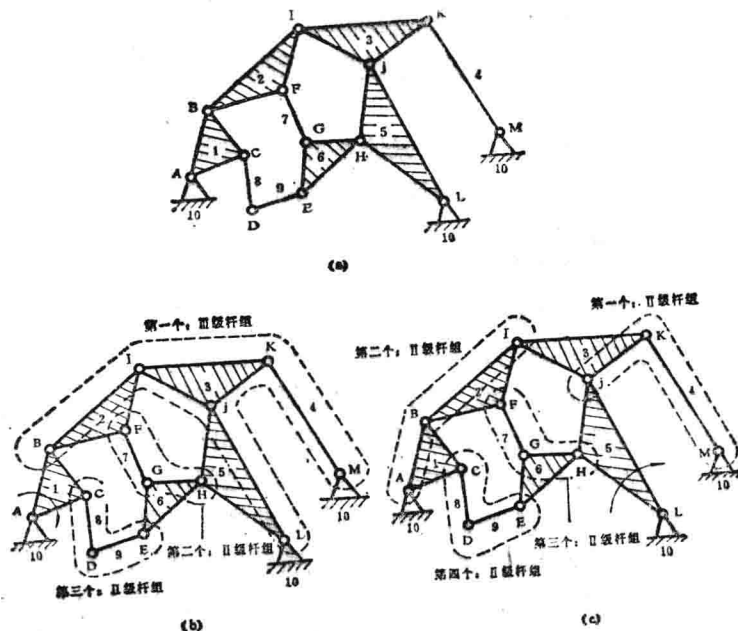


图1—10

件1为主动件时是几级机构？又当构件5为主动件时是几级机构？

解 当构件1为主动件时（如图1—10b所示），从距离来看，构件4或5离构件1最远，但不论从构件4或构件5试拆Ⅱ级杆组或Ⅲ级杆组，都将使剩余构件不能保持成为一个整体，例如试拆构件4和构件3及其三个转动副M、K和I的Ⅱ级杆组后，构件5的转动副J将失去铰接对象，或如果试拆构件4、3、5和2及其6个转动副M、K、L、J、I和B的Ⅲ级杆组，则构件7的转动副F以及构件6的转动副H也都将失去铰接对象。显然此时杆组的拆除遇到了困难。

在这个情况下，不仿统观整个运动链，看看从哪里试拆Ⅱ级或Ⅲ级杆组而不致使剩余的某些构件失去联系。我们看到先试拆构件8和9及其转动副C、D和E的Ⅱ级杆组之后，其余所有构件仍能保持其完整性，如图1—10b所示。然后可以试拆构件6和7及其转动副H、G和F的Ⅱ级杆组，最后再拆除构件2、3、5和4的Ⅲ级杆组。因此该机构是由主动件1和机架10依次添加第一个Ⅲ级杆组（构件2、3、4和5）、第二个Ⅱ级杆组（构件6和7）以及第三个Ⅱ级杆组（构件8和9）而成，如图1—10b中三个虚线框所示，因此是一个十构件的Ⅲ级机构。其中最后添加的第三个Ⅱ级杆组构件8和9中，外端转动副C的运动固然是直接由主动件1获得，但是其另一个外端转动副E，却要通过另两个杆组的运动才能最后获得其运动，从而其内端转动副D才有确定的运动，因此从运动传递关系的远近来说，第三个Ⅱ级杆组8和9是最远的杆组，因此在拆除杆组时，应该最先拆除，而在进行运动分析时，则应最后求解。

如果构件5是主动件，仍应首先拆除构件8和9的Ⅱ级杆组，然后拆除构件6和7的Ⅱ级杆组，再拆除构件1和2的Ⅱ级杆组，最后拆除构件3和4的Ⅱ级杆。各杆组如图1—10c中虚线框所示，并在图中标出了添加的顺序。因此，此时是由四个Ⅱ级杆组组成的十构件Ⅱ级机构。

例1—6 图1—11示一钢板剪床的机构简图。滑块5是较宽的切刀，为了使切刀剪切时比较稳定，要求它在两点（图中的D和E）受力，因而采用两套对称的机构，此外，液压缸推动主动件1，对称机构还可使推杆1所受的横向推力互相抵销。试计算该机构的自由度。

解 题目已明确指出图1—11所示的是机构，因此主动件数必与自由度数相等，亦即图示剪床机构的自由度必为1。

点算活动构件和运动副数目，得知 $n=8$ ， $P_L=12$ （其中A、C和F均为三构件的复合铰），因此

$$F = 3n - 2P_L = 3 \times 8 - 2 \times 12 = 0$$

这一结果与初始判断 $F=1$ 不符，表明其中必有一个虚约束。

由于机构对称于中间纵轴线，因此纵轴两侧的两套机构中，任何两个对称构件上两点间的运动规律均完全相同，例如构件3上的铰链点B和C间的运动规律（即B和C之间保持定距离），与对称构件7上的铰链点G和F间的运动规律（即G和F之间也保持同样的距离）完全相同，因此可以把构件7及其两个转动副F和G所构成的具有 $F=-1$ 约束作用的运动链（参见图1—1a）拆除，则构件6和8的铰接点F必然绕机架9上的G点作定距离的转动，换句话说，构件7及其转动副F和G的约束作用是虚的。拆除上述

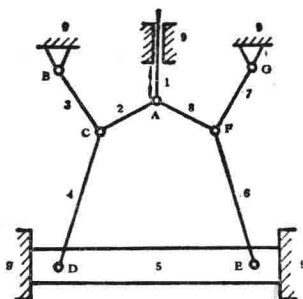


图1—11

虚约束运动链之后再计算自由度： $n=7$ ， $P_L=10$ ，因此

$$F=3n-2P_L=3\times 7-2\times 10=1$$

同理，我们也可以认为构件 3、构件 4、构件 6、构件 2、构件 8 等是虚约束运动链，亦即随便拆除哪一个对称构件均可。

由该例可知，机构具有对称部分时，可以获得虚约束（具有多个行星齿轮的周转轮系也是同类性质的例子）。

例1—7 图 1—12a 是一任意的四铰链机构，连杆 2 上的 M 点描出一条连杆曲线。图 1—12b 表示一种作图方法，即作四个平行四边形 $ABMB_2$ 、 $DCMC_1$ 、 AB_2C_2D 和 AB_1C_1D ，并把所有作图线看成是杆件，用铰链把它们在相应点铰接起来，如图 1—12b 所示，从而获得了一个十构件运动链。当原来四铰链机构的构件 1 为主动件时，整个运动链有确定运动，成其为机构。试分析该十构件运动链的自由度和虚约束。

解 这是一个颇为有趣的例子，它说明人们如何有意识地运用平行四边形的特性来产生虚约束，以及由此获得能够描出相同曲线的三套等价机构。

首先计算十构件运动链的自由度。由图 1—12b 可知 $n=9$ ， $P_L=14$ （其中 M 、 A 、

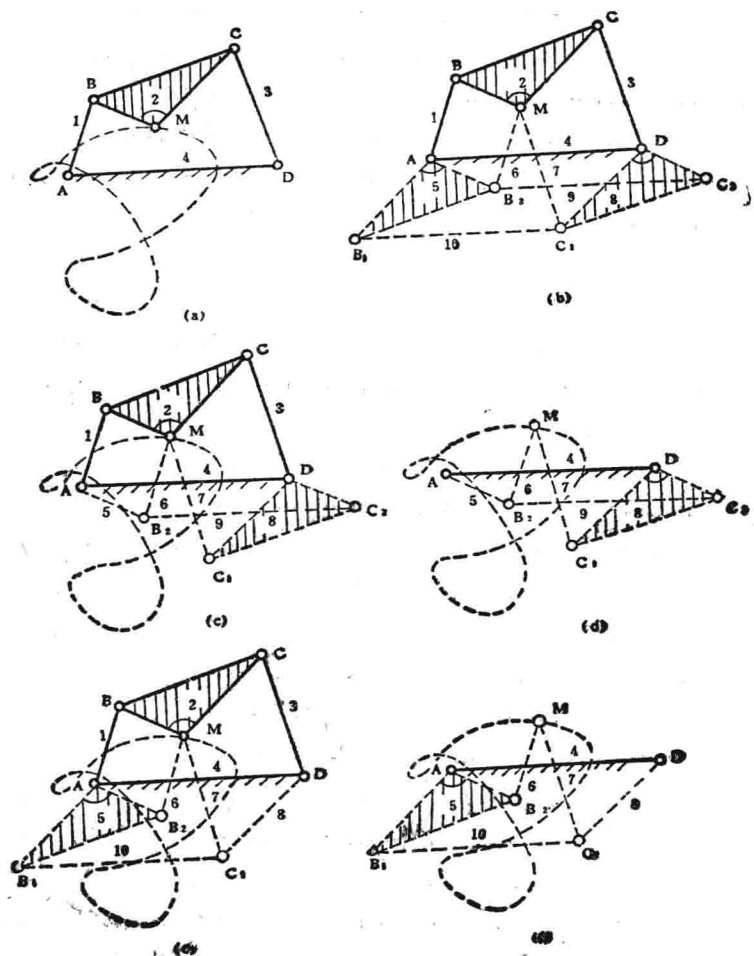


图 1—12

D 、 B_2 和 C_1 都是三构件的复合铰），因此 $n=9$ ， $P_L=14$ ，所以

$$F=3n-2P_L=3\times 9-2\times 14=-1$$

一般情况下，该运动链确实不能运动（亦即不能成其为机构），但是如果按前述的作图方法进行设计，则构件1为主动件时，整个运动链有确定运动，这意味着必有两个虚约束（自由度由-1上升为1）。下面对虚约束进行分析和讨论。

在图1—12a所示自由度为1的初始机构的基础上，添加构件5和6（包括其转动副 A 、 B_2 和 M ）以及构件7和8（包括其转动副 D 、 C_1 和 M ）所组成的两个Ⅱ级杆组，如图1—12c所示（不包括图中的构件9），则整个八构件运动链的自由度仍应为1，有确定运动，即

$$F=3n-2P_L=3\times 7-2\times 10=1$$

但是由于作平行四边形 AB_2MB （即 $AB_2\parallel BM$ ），必然有 $\omega_5=\omega_2$ ，另一方面，又由于作平行四边形 DC_1MC （即 $DC_1\parallel CM$ ），因此 $\omega_8=\omega_2$ 。由此可以获得 $\omega_5=\omega_8$ （ $=\omega_2$ ）。这时，如果取 $DC_2\parallel AB_2$ ，则 B_2 点和 C_2 点之间的距离将始终保持不变。显然，如果此时用杆件9把构件5和8在 B_2 和 C_2 两点铰接起来，如图1—12c所示，则构件9和转动副 B_2 、 C_2 的约束将是虚约束，亦即整个九构件运动链的自由度虽然为

$$F=3n-2P_L=3\times 8-2\times 12=0$$

但由于构件9的运动链起虚约束作用，因此图1—12c所示九构件运动链有确定运动。此时，当原来机构的连杆2上的 M 点沿其轨迹移动时，通过铰接点 M 而使构件5和构件8以相同的角速度（ $=\omega_2$ ）作平行的转动（即使拆除构件9也有同样结果）。

有趣的是，如果把原来的机构撤去，剩下如图1—12d所示的六构件机构，则由于构件9的存在，保证了 $AB_2\parallel DC_2$ ，亦即保证了 $\omega_5=\omega_8$ ，因而构件6和7的铰接点 M 必仍能沿原来机构连杆点 M 的轨迹移动，亦即图1—12d所示六构件机构中的铰链点 M 也能描绘出相同的曲线。

同样地，在图1—12a所示的初始机构的基础上，添加构件5和6（包括其转动副 A 、 B_2 和 M ）以及构件7和8（包括其转动副 D 、 C_1 和 M ）所组成的两个Ⅱ级杆组，如图1—12e所示（不包括图中的构件10），其自由度 $F=1$ ，有确定运动，即

$$F=3n-2P_L=3\times 7-2\times 10=1$$

但是由于作平行四边形 AB_2MB （即 $AB_2\parallel BM$ ），必然有 $\omega_5=\omega_2$ ，另一方面，又由于作平行四边形 DC_1MC （即 $DC_1\parallel CM$ ），必然有 $\omega_8=\omega_2$ 。由此可以获得 $\omega_5=\omega_8$ （ $=\omega_2$ ）。这时如果取 $AB_1\parallel DC_1$ ，则 B_1 点和 C_1 点之间的距离将始终保持不变。显然如果此时用杆件10在 B_1 和 C_1 两点把构件5和8铰接起来，如图1—12e所示，则构件10和转动副 B_1 、 C_1 的约束将是虚约束，亦即整个九构件运动链的自由度虽然为

$$F=3n-2P_L=3\times 8-2\times 12=0$$

但由于构件10的运动链起虚约束作用，因此图1—12e所示九构件运动链有确定运动。当原来机构的连杆2上的 M 点沿其轨迹移动时，通过铰接点 M 而使构件5和构件8以相同的角速度（ $=\omega_2$ ）作平行的转动（即使拆除构件10也有同样结果）。显然，如果把原来的机构撤去，剩下如图1—12f所示的六构件机构，则由于构件10的存在，保证了 $AB_1\parallel DC_1$ ，亦即保证了 $\omega_5=\omega_8$ ，因而构件6和7的铰接点 M 必仍能沿原来机构连杆点 M 的轨迹移动，亦即图1—12f所示六构件机构中的铰链点 M 也能描绘出相同的曲线。