大学数学试题解析系列

概率论与数理统计试题分析与解答

上海交通大学数学系 编

GAILULUN YU SHULI TONGJI SHITI FENXI YU JIEDA

上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

大学数学试题解析系列

概率论与数理统计试题分析与解答

上海交通大学数学系 编

上海交通大学出版社

内容提要

本书选编了上海交通大学近年的15份本科生概率论与数理统计试卷，对每一道试题均作详解，部分题目有题前分析和题后点评，指明解题思路和方法以及学生在解题过程中常犯的错误，有的题还给出多种解法.

本书可作为高等院校《概率论与数理统计》课程师生的教学辅导用书，也可供考研者参考.

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计试题分析与解答/上海交通大学数学系编. 一上海：上海交通大学出版社，2012
(大学数学试题解析系列)
ISBN 978-7-313-08991-5

Ⅰ.①概… Ⅱ.①上… Ⅲ.①概率论-高等学校-题解②数理统计-高等学校-题解 Ⅳ.①O21-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第214016号

概率论与数理统计试题分析与解答
上海交通大学数学系 编
上海交通大学出版社出版发行
(上海市番禺路951号 邮政编码200030)
电话：64071208 出版人：韩建民
上海交大印务有限公司印刷 全国新华书店经销
开本：787 mm×960 mm 1/16 印张：13.25 字数：249千字
2012年9月第1版 2012年9月第1次印刷
印数：1～3 030
ISBN 978-7-313-08991-5/O 定价：28.00元

前　言

上海交通大学数学系是全国工科数学教学基地之一，其数学教学一贯坚持“起点高、基础厚、要求严、重实践、求创新”的传统，使理、工、农、生、医、管理等各科学生都具有扎实的数学基础. 历年来，上海交通大学的学生在国内外高校的数学竞赛中，屡屡获奖；在历届硕士研究生入学考试中，考生的数学平均成绩，总是名列前茅. 这些成绩的取得，是因为上海交通大学有一个行之有效的教学及考核体系，有一套先进且成熟的优秀教材和辅导材料，有一支充满活力的教学梯队，特别是有一个教学核心，几十年来始终坚持在教学第一线，不断地总结教学经验、搜集教学资料. 今天的成绩，是长期积累的成果，是历史的沉淀和升华.

学好一门基础理论课程与顺利地通过这门课程的考试，两者的要求是不同的. 前者要求掌握课程的总体概貌，不但要掌握这门课程的基本概念、基本内容以及基本方法，还要了解它们的来龙去脉，知道所学的内容何处来、用在何处、如何应用. 后者是检验所学内容的掌握情况，注重课程内各概念和内容之间的联系，强调基本概念和基本方法，适当顾及应用问题. 这两者之间没有包含关系，所以顺利地通过考试也是一门学问，本书的编写，就是希望在这方面对读者有所帮助.

概率论与数理统计是大学数学中一门主要的基础理论课程，不仅各高等院校非数学专业的本科学生因后继课程所需而必修，而且是硕士研究生入学考试的主考课程之一. 上海交通大学经过多年的教学实践，在概率论与数理统计课程的教学和考核等方面都积累了许多经验. 本书收入的 15 份试卷，是本课程在上海交通大学的历年试卷中的一部分，对原来试卷之间的重复题目重新作了选编，因此本书中的每一份试题都具有以下特点：

(1) 内容充实，形式多样，知识点广，难易恰当.

(2) 涉及基本内容之间的联系，既有检验基本概念掌握情况的客观题，又有一些难度较大、略带技巧性的综合题，以及具有实际意义的应用题.

(3) 能较好地区分学生学习情况的差异性.

通过本书的学习，读者不难发现该课程的考试重点和对学生的要求. 作者在书中对试卷的每一题都从分析、解答、点评三个方面进行阐述. 其中，分析部分主要说明试题的类型或解题的基本方法；解答部分给出解题的主要过程；点评部分包含解题过程中的常见错误、该题在本课程的地位、考题的其他解法、题目涉及的相关知识、考题的延拓等. 编者希望本书对学生顺利地通过考试和教师较好地组织试卷有

目　　录

试　卷　1

一、填空题(每题 3 分,共 18 分)

1. 设事件 A, B,已知 $P(\bar{A})=0.3$, $P(B)=0.4$, $P(A-B)=0.5$,则 $P(B\mid A\cup\bar{B})=$ ________.

2. 设测量的随机误差 $X\sim N(0,\ 100)$,则测量误差的绝对值大于 19.6 的概率为________.

3. 设随机变量 X 的密度函数 $f(x)=\begin{cases}3x^2, & x\in(0,\ 1)\\ 0, & x\notin(0,\ 1)\end{cases}$,若随机变量 Y 表示对 X 的三次独立观察中事件 $\left(X\leqslant\dfrac{2}{3}\right)$ 出现的次数,则 $P(Y=0)=$ ________.

4. 设随机变量 X 服从自由度为$(n,\ n)$的 F 分布,已知 $P(X>\alpha)=0.05$,则 $P\left(X>\dfrac{1}{\alpha}\right)=$ ________.

5. 设总体 $X\sim N(\mu,\ \sigma^2)$,σ^2已知.为使总体均值μ的置信度为$1-\alpha$的置信区间的长度不大于 L,则样本容量 n 至少应取________.(只需给出表达式)

6. 设 X 服从区间$(-1,\ 1)$内均匀分布,则 X 与 $Y=|X|$ 的相关系数 $\rho_{XY}=$ ________.

二、单项选择题(每题 3 分,共 18 分)

1. 已知随机事件 A, B 满足 $P(A\mid B)+P(\bar{A}\mid\bar{B})=1$, $0<P(A)$, $P(B)<1$,则(　　).

(A) 随机事件 A, B 不相容;　　(B) 随机事件 A, B 为对立事件;

(C) 随机事件 A, B 相互独立;　　(D) 随机事件 A, B 不相互独立.

2. 已知 $F_X(x)$, $F_Y(y)$分别是随机变量 X 与 Y 的分布函数,若函数 $F_Z(z)=kF_X(z)-lF_Y(z)$ 是随机变量 Z 的分布函数,则(　　).

(A) $k=\dfrac{2}{3}$, $l=\dfrac{1}{3}$;　　(B) $k=\dfrac{3}{5}$, $l=-\dfrac{2}{5}$;

(C) $k=-\dfrac{1}{2}$, $l=\dfrac{3}{2}$;　　(D) $k=\dfrac{1}{2}$, $l=-\dfrac{3}{2}$.

3. 设 $X\sim\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0.3 & 0.7\end{pmatrix}$, $Y\sim\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0.3 & 0.7\end{pmatrix}$,若 X, Y 相互独立,则必有(　　).

(A) $X=Y$;　　(B) $P(X=Y)=1$;

(C) $P(X=Y)=0$;　　(D) 以上(A), (B), (C)都不对.

4. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$, $\overline{X}$为样本(X_1, X_2)的均值,则下列 μ 的无偏估计中最有效的是(　　).

(A) $\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{2}X_2$;　　(B) $\frac{1}{3}X_1+\frac{2}{3}X_2$;

(C) $\frac{1}{2}\overline{X}+\frac{1}{2}X_2$;　　(D) $\frac{1}{3}\overline{X}+\frac{2}{3}X_2$.

5. 设随机变量 X_1, X_2, …, X_n相互独立并且服从同一分布,其中 $\sigma^2>0$, $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$,则(　　).

(A) $\mathrm{cov}(X_1,\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}$;　　(B) $\mathrm{cov}(X_1,\overline{X})=\sigma^2$;

(C) $D(X_1+\overline{X})=\frac{n+2}{n}\sigma^2$;　　(D) $D(X_1-\overline{X})=\frac{n+1}{n}\sigma^2$.

6. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$,其中 μ 未知参数,(X_1, X_2, …, X_n)为来自总体的一个样本. S^2为样本方差,对假设检验 H_0: $\sigma^2=2^2$; H_1: $\sigma^2<2^2$,检验水平 α 的拒绝域是(　　).

(A) $[0,\ \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)]$;　　(B) $[0,\ \chi^2_{1-\alpha}(n-1)]$;

(C) $(-\infty,\ \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)]$;　　(D) $(-\infty,\ \chi^2_{1-\alpha}(n-1)]$.

三、解答题(每题 9 分,共 54 分)

1. 甲、乙、丙 3 位同学同时独立参加数学考试,不及格的概率分别为 0.4, 0.3, 0.5.

(1) 求恰有 2 位同学不及格的概率;

(2) 如果已经知道这 3 位同学中有 2 位不及格,求其中 1 位是乙同学的概率.

2. 设二维随机变量(X, Y)的联合密度

$$f(x,y)=\begin{cases}2\mathrm{e}^{-2x-y}, & x>0,\ y>0,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

求:随机变量 $Z=\max\{X,Y\}$ 的 $E(Z)$.

3. 某商厦出售某种品牌奢侈品,根据以往的经验,该奢侈品每周销售量服从

参数为 1 的泊松分布. 假设各周的销售量是相互独立的. 用中心极限定理计算该商厦一年内(52 周)售出该奢侈品件数在 50 件至 70 件之间的概率.

4. 设总体 $X \sim f(x;\theta)=\begin{cases}\sqrt{\theta}x^{\sqrt{\theta}-1}, & x\in[0,1]\\ 0, & x\notin[0,1]\end{cases}$ ($\theta>0$ 未知), $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$为来自总体的一个样本. 求 θ 的矩估计量和最大似然估计量.

5. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$为来自总体的一个样本. 求常数 k, 使得 $k\sum\limits_{i=1}^{n}|X_i-\overline{X}|$ 为 σ 的无偏估计.

6. 从一批灯泡中随机抽取 10 个灯泡进行寿命测试, 得样本均值 $\bar{x}=2\,900$(单位: h), 标准差 $s=225$. 设灯泡寿命 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 和 σ^2 未知, 以 $\alpha=0.1$ 检验水平作如下检验:

(1) 整批灯泡的平均使用寿命是否大于 3 000?

(2) 整批灯泡的使用寿命的标准差是否为 230?

四、证明题(本题 10 分)

设连续型随机变量 X 的一切可能取值在$(-9, 11)$内, 其密度函数为 $f(x)$. 证明:

$$D(X)\leqslant 100.$$

试　卷　2

一、填空题(每题 3 分,共 18 分)

1. 设 A, B, C 为三个随机事件,表示事件 $D=\{A, B, C$ 中不多于一个发生$\}=$ ________.

2. 将红、黄、蓝 3 个球随机地放入 4 个盒子,若每个盒子容纳球数不限,则有 3 个盒子各放一个球的概率 $p=$ ________.

3. 已知二维随机变量 $(X, Y)\sim N(1, 2; 2, 4; 0)$,设随机变量 $Z=2X+Y-3$,则 Z 的密度函数 $f_Z(z)=$ ________.

4. 设假设检验中犯第一类错误的概率为 α,犯第二类错误的概率为 β. 为了同时减少 α 和 β,那么只有________.

5. 设 X 是区间 $[0, 1]$ 上的连续型随机变量,已知 $P(X\leqslant 0.3)=0.8$,且 $Y=1-X$,则当常数 $c=$ ________时,有 $P(Y\leqslant c)=0.2$.

6. 在处理快艇的 6 次试验数据中,得到最大航速 v 的 6 个数据(单位: m/s):

$$27, 38, 30, 37, 35, 31$$

则数学期望 $E(V)$ 的无偏估计值是________;方差 $D(V)$ 的无偏估计值是________.

二、单项选择题(每题 3 分,共 18 分)

1. 设二维随机向量 (X, Y) 的联合分布列为

X \ Y	0	1	2
-1	$\frac{1}{15}$	t	$\frac{1}{5}$
1	s	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$

若要使 X 与 Y 相互独立,则 (s, t) 取(　　).

(A) $\left(\frac{2}{10}, \frac{1}{15}\right)$;　　(B) $\left(\frac{1}{15}, \frac{2}{10}\right)$;

(C) $\left(\frac{1}{10}, \frac{2}{15}\right)$； (D) $\left(\frac{2}{15}, \frac{1}{10}\right)$.

2. 设随机变量 X 的 $E(X)=\mu$, $D(X)=\sigma^2(\sigma>0)$，则对任意常数 c，必有(　　).

(A) $E[(X-c)^2]=E(X^2)-c^2$； (B) $E[(X-c)^2]\geqslant E[(X-\mu)^2]$；

(C) $E[(X-c)^2]<E[(X-\mu)^2]$； (D) $E[(X-c)^2]=E[(X-\mu)^2]$.

3. 设$(X_1, X_2, \cdots, X_8)$和$(Y_1, Y_2, \cdots, Y_{10})$为分别来自两个正态总体 $N(-1, 2^2)$及 $N(2, 5^2)$的样本，且相互独立. S_1^2, S_2^2分别为两个样本的方差，则服从 $F(7, 9)$分布的统计量是(　　).

(A) $\frac{2S_1^2}{5S_2^2}$； (B) $\frac{5S_1^2}{2S_2^2}$； (C) $\frac{4S_2^2}{25S_1^2}$； (D) $\frac{25S_1^2}{4S_2^2}$.

4. 设随机变量 $U\sim N(0, 1)$，对给定的 $\alpha(0<\alpha<1)$，分位点 u_α满足 $P(U>u_\alpha)=\alpha$. 若 $P(|U|<c)=\alpha$，则 $c=$(　　).

(A) $u_{\frac{\alpha}{2}}$； (B) $u_{1-\frac{\alpha}{2}}$； (C) $u_{\frac{1-\alpha}{2}}$； (D) $u_{1-\alpha}$.

5. 要使 $P(X=k)=at^k$, $k=1, 2, \cdots$ 为离散型随机变量 X 的分布列，则(　　).

(A) $t=(1+a)^{-1}$ 且 $a>0$； (B) $a=1-t$ 且 $0<t<1$；

(C) $a=t^{-1}-1$ 且 $t<1$； (D) $a>0$ 且 $0<t<1$.

6. 设随机变量 X 和 Y 独立同分布，记 $U=X+Y$, $V=X-Y$，则随机变量 U 和 V 必然(　　).

(A) 相互独立； (B) 不相互独立；

(C) 相关； (D) 不相关.

三、解答题(每题 9 分，共 54 分)

1. 飞机有三个不同部分遭到射击，在第 i 部分被击中 i 发子弹时，飞机才会被击落. 射击的命中率与每一部分的面积成正比，三个部分的面积之比为 1∶2∶7. 若飞机已被击中 2 弹，求飞机被击落的概率.

2. 设二维随机变量(X, Y)在区域 $D=\{(x, y)\mid 0<x<2, 0<y<1\}$ 上服从均匀分布，令

$$U=\begin{cases}0, & X<Y,\\ 1, & X\geqslant Y,\end{cases}\quad V=\begin{cases}0, & X<2Y,\\ 1, & X\geqslant 2Y,\end{cases}$$

求：(1) (U, V)的联合分布列；

(2) 相关系数 ρ_{UV}.

3. 光明电脑公司出售平板电脑，这种电脑的使用寿命 X 服从参数为 0.25 的指数分布. 按统一规定：出售该种电脑在一年内非人为损坏的可给予调换，但只能调换一次. 该公司每售出一台电脑可盈利 200 元，调换一台则付出 300 元. 问该年度内，公司销售该种电脑多少台，可使盈利的期望达到 10 万元?

4. 设二维随机变量(X, Y)的联合密度

$$f(x, y)=\begin{cases}3y, & 0<x<y, 0<y<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

求：随机变量 $Z=X-2Y$ 的密度 $f_Z(z)$.

5. 设总体 X 的密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{1}{\theta}e^{-\frac{x-\mu}{\theta}}, & x\geqslant\mu,\\ 0, & x<\mu,\end{cases}\quad(\mu, \theta\text{未知}),$$

$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$为来自总体的一个样本. 求 μ, θ 的最大似然估计量.

6. 某种产品的一项质量指标 $X\sim N(\mu, \sigma^2)$，在 5 次独立的测试中，测得数据(单位：cm)：

$$1.23,\quad 1.22,\quad 1.20,\quad 1.26,\quad 1.23.$$

试检验：(1) 可否认为该指标的数学期望 $\mu=1.23$ cm?

(2) 若指标的标准差 $\sigma\leqslant 0.015$，是否可认为这次测试的标准差显著偏大?
$[\chi^2_{0.05}(4)=9.488, t_{0.025}(4)=2.7764](\alpha=0.05)$

四、证明题(本题 10 分)

设随机变量 X 和 Y 相互独立，且方差 $D(X)$, $D(Y)$, $D(XY)$存在. 证明：

$$D(XY)\geqslant D(X)D(Y).$$

试　卷　3

一、填空题(每题 3 分,共 18 分)

1. 在区间(0, 1)中随机地取两个数,则事件“两数之积大于$\frac{1}{4}$”的概率为________.

2. 设随机变量 X 和 Y 相互独立,且都服从参数为 $p(0<p<1)$ 的(0—1)分布. 令随机变量

$$Z=\begin{cases}1, & X+Y\text{ 为偶数},\\ 0, & X+Y\text{ 为奇数}.\end{cases}$$

要使 X 和 Z 相互独立,则 $p=$________.

3. 设$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$为来自正态总体 $X\sim N(1, 4)$ 的一个样本,则样本的联合函数密度为 $f_n(x_1, x_2, \cdots, x_n)=$________.

4. 设随机变量 X_{ij} 相互独立并且服从同一分布, $E(X_{ij})=3(i, j=1, 2)$,则行列式 $Y=\begin{vmatrix}X_{11} & X_{12}\\ X_{21} & X_{22}\end{vmatrix}$ 的数学期望 $E(Y)=$________.

5. 设随机变量 X 服从参数为 2 的泊松分布,用切比雪夫不等式估计概率 $P(|X-2|\geqslant 4)\leqslant$________.

6. 设随机变量 X 服从(0, 2)上的均匀分布,则随机变量 $Y=X^2$ 在(0, 4)内的概率密度函数为________.

二、单项选择题(每题 3 分,共 18 分)

1. 设 A, B, C 为随机事件,若 $P(C)>0$, 且

$$P(A\cup B\mid C)=P(A\mid C)+P(B\mid C).$$

则下列结论正确的是(　　).

(A) $P(A\cup B\mid \bar{C})=P(A\mid \bar{C})+P(B\mid \bar{C})$;

(B) $P(A\cup B)=P(A\mid C)+P(B\mid C)$;

(C) $P(C)=P(A)P(C\mid A)+P(B)P(C\mid B)$;

(D) $P(C(A\cup B))=P(AC)+P(BC)$.

2. 下列各函数中可以作为某个随机变量的分布函数的是(　　).

(A) $G_1(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$, $-\infty<x<+\infty$;

(B) $G_2(x)=\sin x$, $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$;

(C) $G_3(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{1+x}, & x<0,\\ 1, & x\geqslant 0;\end{cases}$

(D) $G_4(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ 0.6, & x=0,\\ 1, & x>0.\end{cases}$

3. 设随机变量 X, Y 相互独立,且 $X\sim N(0,1)$, $Y\sim N(1,1)$, 则(　　).

(A) $P(X+Y\leqslant 0)=\dfrac{1}{2}$;　　(B) $P(X+Y\leqslant 1)=\dfrac{1}{2}$;

(C) $P(X-Y\leqslant 0)=\dfrac{1}{2}$;　　(D) $P(X-Y\leqslant 1)=\dfrac{1}{2}$.

4. 设$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$是来自正态总体 $N(\mu,1)$的一个样本,$\overline{X}$, S^2分别为样本均值和方差,则(　　).

(A) $\overline{X}\sim N(\mu,1)$;　　(B) $\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2\sim\chi^2(n-1)$;

(C) $\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2\sim\chi^2(n-1)$;　　(D) $\dfrac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n-1}}\sim t(n)$.

5. 对正态分布的数学期望 $E(X)=\mu$ 进行检验,如果在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下接受原假设 $H_0: \mu=\mu_0$. 那么在显著性水平 $\alpha=0.01$ 下,下列结论中正确的是(　　).

(A) 必接受 $H_0: \mu=\mu_0$;

(B) 可能接受,也可能拒绝 $H_0: \mu=\mu_0$;

(C) 必拒绝 $H_0: \mu=\mu_0$;

(D) 不接受,也不拒绝 $H_0: \mu=\mu_0$.

6. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布,则随机变量 $Y=\max(X, 2)$ 的分布函数(　　).

(A) 是连续函数;　　(B) 是阶梯函数;

(C) 至少有两个间断点;　　(D) 恰好有一个间断点.

三、解答题(每题 9 分,共 54 分)

1. 设有两个盒子内装有同型号的电子元件. 已知甲盒中有 5 个正品,3 个次品;乙盒中有 4 个正品,3 个次品. 现从甲盒中任取 3 个元件放入乙盒中,然后再从乙盒中任取一个元件.

(1) 求从乙盒中取出的一个元件是次品的概率;

(2) 已知从乙盒中取出的一个元件是正品,求最先从甲盒中取出的 3 个元件都是正品的概率.

2. 设二维随机变量(X, Y)的联合密度

$$f(x, y)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}, & x+y>2,\ x\leqslant 2,\ y\leqslant 2,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

求:随机变量 $Z=X+Y$ 的密度 $f_Z(z)$.

3. 设二维随机变量(X, Y)的联合密度

$$f(x, y)=\begin{cases}6x, & 0<x<y<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

求:(1) X 和 Y 的边缘密度;

(2) 条件密度 $f_{Y|X}\left(y \mid x=\dfrac{1}{3}\right)$;

(3) $P(X+Y<1)$.

4. 城市超市的第一分店经销某种水果,每周进货量 X 与顾客的需求量 Y 相互独立,且都服从$[10, 20]$上的均匀分布. 每售出 1 kg 可获利 20 元,若脱销则从其他门店调剂,这时每售出 1 kg 可获利 5 元,求该店经销这种水果的周利润的期望值.

5. 已知总体 X 的分布函数 $F(x, \theta)=\begin{cases}1-\left(\dfrac{1}{x}\right)^{\theta}, & x>\alpha,\\ 0, & x\leqslant\alpha,\end{cases}$ 其中 $\theta>1$,$X_1\sim X_n$ 为取自总体 X 的简单随机样本.

求:(1) X 的密度函数 $f(x)$;

(2) 参数 θ 的矩估计和极大似然估计.

6. 某厂在所生产的汽车蓄电池的说明书上写明:使用寿命的标准差不超过 0.9 年. 现随机地抽取了 10 个蓄电池,测得样本的标准差为 1.2 年. 假定使用寿命 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$,其中 μ 和σ^2未知. 取显著性水平 $\alpha=0.05$,检验使用寿

命的标准差是否不超过 0.9 年.

四、证明题(本题 10 分)

设$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$为来自总体 X 的一个样本. 已知 $E(X^k)=a_k(k=1, 2, 3, 4)$. 证明：当 n 充分大时，随机变量 $Z_n=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$ 近似服从正态分布 $N\left(a_2, \dfrac{a_4-a_2^2}{n}\right)$.

试　卷　4

一、填空题(每题 3 分,共 18 分)

1. 每天某种商品的销售量(单位：件)服从参数为 λ 的泊松分布,随机选取 4 天,其中恰有一天的销售量为 5 件的概率 $p=$________.

2. 设相互独立的两个随机变量 X 和 Y 具有相同分布,且

$$X \sim \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \end{pmatrix}$$

则 $Z=\max(X^2, Y^2)$ 的分布为________.

3. 设随机变量 X 服从 $B(n, p)$ 分布,已知 $E(X)=1.6$, $D(X)=1.28$,则参数 $n=$________, $p=$________.

4. 设二维随机向量 $(X, Y) \sim N(0, 2^2; 1, 3^2; 0)$,则 $P(|2X-Y| \geqslant 1)=$ ________.

5. 设二维随机向量 (X, Y) 的联合分布列为

(X, Y)	$(1, 0)$	$(1, 1)$	$(2, 0)$	$(2, 1)$
P	0.4	0.2	a	b

若 $E(XY)=0.8$,则 $\mathrm{cov}(X, Y)=$ ________.

6. 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)$,则随机变量 $Y=3\mathrm{e}^X$ 的密度函数 $f_Y(y)=$ ________.

二、单项选择题(每题 3 分,共 18 分)

1. 10 个球中有 3 个红球,7 个白球. 随机地分给 10 个人,每人 1 球,则最后 3 个人中恰有 1 个人得到红球的概率为(　　).

(A) $\mathrm{C}_3^1\left(\frac{3}{10}\right)^3$;　　(B) $\left(\frac{3}{10}\right)\left(\frac{7}{10}\right)^2$;

(C) $\mathrm{C}_3^1\left(\frac{3}{10}\right)\left(\frac{7}{10}\right)^2$;　　(D) $\frac{\mathrm{C}_3^1\mathrm{C}_7^2}{\mathrm{C}_{10}^3}$.