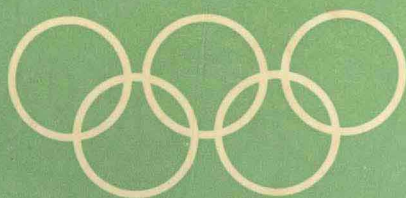


奥林匹克教学辅导丛书

国际数学奥林匹克 国家队员竞选试题

邓宗琦 陈传理 梁肇军 毛经中 编



GUO JI SHU XUE AO LIN PI KE GUO JIA DUI YUANJING XUAN SHI TI

华中师范大学出版社

国际数学奥林匹克国家队员竞选试题

邓宗琦 陈传理 编
梁肇军 毛经中

华中师范大学出版社

国际数学奥林匹克国家队员竞选试题

邓宗琦 陈传理
梁肇军 毛经中 编

*

华中师范大学出版社出版发行

(武昌桂子山)

新华书店湖北发行所经销

孝感报社印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/32 印张 4.875 字数 110 千字

1991 年 8 月第 1 版 1991 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 7-5622-0685-4/G · 228

印数: 1-1100 定价: 2.30 元

出版说明

国际数学、物理、化学、计算机奥林匹克是世界上规模和影响最大的中学生学科竞赛活动。这项活动为各国表现本民族的聪明才智提供了合适的舞台，因而，受到越来越多的国家的重视。几年来，我国中学生在这项活动中获得了优异成绩，震惊中外。为了使中小學生开阔视野、启迪思维、发展才能，进一步推动中小学奥林匹克竞赛活动的普及开展，为了促进中小学教育的深化，为我国科学技术的腾飞做好准备，我社特约请一批热心奥林匹克事业的专家教授和中小学教师编写了这套《奥林匹克教学辅导丛书》。

这套丛书包括有数学、物理、化学、计算机、外语等五门学科。其中，中小学数学奥林匹克教学辅导书5册已经正式出版，物理、化学、计算机和外语等中小学奥林匹克教学辅导书也将陆续出版。本丛书的作者都是首批《中国奥林匹克高级教练员》和湖北省奥林匹克优秀教练员，他们为我国奥林匹克事业和湖北省的竞赛活动作出了富有成效的工作，这套丛书也是他们长期辅导学生经验的总结。每册均编有各层次的奥林匹克讲座和训练，内容翔实，是一套较好的奥林匹克教学辅导书，我们希望这套丛书能成为青少年学习的良师益友。

出版这样的丛书我们还是初步尝试，为了进一步充实完善，衷心希望广大读者提出建议和意见。

目 录

第一章 中国数学奥林匹克 (CMO)	1
第二章 CMO 试题及解答	13
第一届 (1986 天津)	13
第二届 (1987 北京)	22
第三届 (1988 上海)	32
第四届 (1989 合肥)	40
第五届 (1990 郑州)	51
第六届 (1991 武汉)	58
第三章 1989—1990 全国高中数学联赛试题及解答	67
1989 年全国高中数学联赛	67
1990 年全国高中数学联赛	80
第四章 国外数学奥林匹克试题及解答选	99
第 52 届莫斯科数学奥林匹克	99
第八届美国数学邀请赛	109
联邦德国数学竞赛	120
1989 年捷克和斯洛伐克数学奥林匹克	130
1989 年亚太地区数学奥林匹克	138
第六届巴尔干数学竞赛	142

第一章 中国数学奥林匹克 (CMO)

一、国际数学奥林匹克简况

国际数学奥林匹克 (*International Mathematical Olympiad*) 简称 IMO, 是世界上规模 and 影响最大的中学生学科竞赛活动。这项活动为各国表现本民族在数学方面的聪明才智提供了舞台, 因而, 受到越来越多的国家的重视, 许多国家都积极争取举办 IMO。第 31 届 IMO 于 1990 年 7 月 8 日至 19 日在北京举行, 有 54 个国家和地区派出代表队参加, 有 304 名选手角逐, 此次参赛国 (地区) 和参赛队员都突破历届的纪录。在北京举行这项国际学科竞赛, 引起了国内外教育界、科学界的关注, 并获得了广泛的支持, 我国政府十分重视这项活动。

按照 IMO 惯例, 参赛国的代表队成员不超过 8 人, 其中队员不超过 6 人, 正、副领队各一人。考试安排在两天分两次进行, 每次 4.5 小时, 每次三道题, 每题 7 分, 满分 42 分。试题要求学生独立完成, 在考试时间内学生可以在规定场所内自由走动、饮水及用餐, 这种竞赛方法保证每个参赛队员有充分时间独立解决问题。

因为 IMO 的目的是鼓励更多的有才能的青年, 因此获奖人数是比较多的, 约占参赛者的一半。在评奖时, 并不排出个人第一、第二的顺序, 而是根据分数段评选出一等奖、二等奖和三等奖的获得者, 一、二、三等奖获得者的比例一般为 1 : 2 : 3。在 IMO 中, 有一项特别奖, 如果某个学生对某道试题所作的解答非常出色有独到之处, 与事先拟定的标准

解答不同（通常是更简洁），他就可以获得特别奖（不论他的总分是多少）。获得特别奖的人数甚少。

数学竞赛与体育竞赛有很多类似之处，两者具有同样的精神，因此，人们也常常把数学竞赛称为数学奥林匹克。如果说体育奥林匹克是人类体能的比赛，那么数学奥林匹克则是世界青年在智力方面的较量。

第一届国际数学奥林匹克是于 1959 年 7 月在罗马尼亚举行的，参加竞赛的 52 名中学生，来自东欧的 6 个国家。以后参加的国家不断增多，1965 年芬兰参加了，1967 年法、英、瑞典参加了。以后逐步扩大到美洲、大洋洲以及亚洲、非洲。1980 年国际数学教育委员会出面主持这项竞赛活动，除 1980 年由于东道国蒙古发生经济困难而暂时中断外，IMO 每年都举行一次，每届东道主由各国轮流担任。

1985 年我国首次派两名数学家带两名学生参加了第 26 届 IMO，开始步入 IMO 殿堂，从 1986 年开始，每年都派出正式代表队参加 IMO。我国于 1986 年申请举办 IMO，1987 年 IMO 常设委员会通过了由我国举办 1990 年的第 31 届 IMO 的决定，这是第一次在亚洲国家举行的 IMO。作为一个东方大国，举办第 31 届 IMO 是我们应尽的一份国际义务，也是我们对人类应做的一份贡献。我国政府十分重视这一项工作，并成功地举办了这一重大活动。

二、第 31 届国际数学奥林匹克

1. 第 31 届 IMO 命题工作概况

IMO 竞赛章程规定一年一度的国际数学奥林匹克的命题工作由东道国出任的主试委员会主持（第 31 届 IMO 主试委员会主席由武汉大学校长齐民友教授担任），试题和解答由各参赛国提供，约 3~5 题（也可以不提供试题），东道国不提

供试题，第 31 届 IMO 组委会共收到来自 35 个国家和地区的 108 道题目。先由我国数学家组成的选题委员会对各国提供的试题进行评议与选择，其中主要考虑试题是否与前面的试题重复，把试题按代数、数论、几何、组合数学、组合几何等分类，确定试题难度（A、B、C 三级），从中精选了 28 道题作为主试委员会的备选题。并提供原解法之外的解答，译成英文，供主试委员会选用。这年我国的选题工作还特别注明每个题的推荐度，为主试委员会的分析提供参考。

主试委员会的委员由各参赛国的正领队担任，于 1990 年 7 月 9 日～7 月 10 日开会研究选题委员会推荐的题目，从中选出 6 道题，作为 IMO 竞赛试题，第 31 届 IMO 考题于 1990 年 7 月 12 日和 13 日进行。第一天 4.5 小时做三道题，第二天 4.5 小时做三道题。事先由各国领队将试题翻译成本国文字，经协调委员会鉴阅后，作为本国学生的参赛试卷。

1990 年我国的选题委员会由来自科学院、高等院校等单位的 17 位专家、教授组成。选题工作于 6 月中旬结束。

2. 第 31 届 IMO 竞赛概况

竞赛在北京语言学院教学大楼考场举行，于 12、13 两天上午进行，从 9：00 开始。试场有 30 个，每个试场有 7～12 名学生。同一代表队的选手分布在不同的试场。比赛的前半小时（9：00～9：30）是学生提问时间，发给每位学生一个试卷夹，内装有试卷，还发有专供提问的纸，学生将问题写在问题纸上由传递员传递。此时领队们在距考场不远的一个语音室等候，学生所提问题由传递员首先送给主试委员会主席过目后，再交给领队。领队必须将学生所提问题译成工作语言当众宣读，由主试委员会决定是否应当回答。领队的回答写好后，也必须当众宣读，经主试委员会表决同意后，再

由传递员送给学生。

3. 第31届IMO阅卷与评分

考试完毕，考生答卷经考场办公室复印一份存档，原答卷由本国（地区）正、副领队按统一评分标准批阅试卷，再由协调员参加各题的判分是否合理（每题7分，满分为42分），阅卷的结果及时公布在纪分牌上，各代表队的成绩如何，一目了然。

4. 第31届IMO各代表队成绩一览表。

序号	队名		得分	金牌	银牌	铜牌	参赛人数	序号	队名		得分	金牌	银牌	铜牌	参赛人数
1	CHN	中国	230	5	1	6	28	SWE	瑞典	典	91			3	6
2	USS	苏联	193	3	2	1	6	29	NET	荷兰	90	1	2	6	
3	USA	美国	174	2	2	1	6	30	COL	哥伦比亚	88			3	6
4	ROM	罗马尼亚	171	2	2	2	6	31	NZL	新西兰	83			2	6
5	FRA	法国	168	3	1	6	32	ROK	南朝鲜	鲜	79	1		1	6
6	HUN	匈牙利	162	1	3	2	6	33	TUR	土耳其	75			1	6
7	GDR	民主德国	158		4	2	6	34	THA	泰国	75			2	6
8	CZE	捷克和斯洛伐克	153		5	1	6	35	SPA	西班牙	72				6
9	BUL	保加利亚	152	1	1	4	6	36	MOR	摩洛哥	71	1		5	6
10	UNK	英国	141		2	2	6	37	MEX	墨西哥	69			1	6
11	CAN	加拿大	139		3	1	6	38	ARG	阿根廷	67			1	6
12	FRG	联邦德国	138		2	4	6	39	CUB	古巴	67			1	6
13	ITA	意大利	131		1	5	6	40	BAH	巴林	65				6
14	IRA	伊朗	122		4		6	41	IRE	爱尔兰	65			1	6
15	AUS	澳大利亚	121		1	5	6	42	HEL	希腊	62			1	6
16	AUT	奥地利	121		1	4	6	43	FIN	芬兰	59			3	6
17	IND	印度	116	1	1	2	6	44	LUX	卢森堡	58	1		1	2
18	NOR	挪威	112		3	1	6	45	TUN	突尼斯	55		1	1	4
19	PRK	朝鲜	109		1	3	6	46	MON	蒙古	54				6
20	JAP	日本	107		2	1	6	47	KUW	科威特	53			1	4
21	POL	波兰	106		2	1	6	48	CYP	塞浦路斯	46			1	4
22	HKG	香港	105		4	6	49	PHI	菲律宾	宾	46			1	6
23	VIE	越南	104		1	3	6	50	POR	葡萄牙	牙	44			6
24	BRA	巴西	102	1		2	6	51	INA	印度尼西亚	40				6
25	YUG	南斯拉夫	98			3	6	52	MAC	澳门	32				6
26	ISA	以色列	95		1	3	6	53	ICE	冰岛	30			1	3
27	SIN	新加坡	93		2	6	54	ALG	阿尔及利亚		29				4

三、中国数学奥林匹克 (CMO)

我国的中学生数学竞赛始于1956年，当时由中国数学会

组织试办数学竞赛，仅在北京、上海、武汉分别举办了首届数学竞赛。

自 1978 年以来，数学竞赛工作越来越得到各方面的支持。在中国数学会普及工作委员会的具体组织下，自 1981 年起，已举办了 10 次全国高中数学联赛和 7 次全国初中数学联赛，还举办了小学数学奥林匹克邀请赛。全国各地区举办了数 10 次数学竞赛辅导培训班，建立了一支数学奥林匹克教练员队伍。目前已有高级教练员 250 名左右。一级教练员 1200 名左右，二级教练员 5000 名左右。绝大部分的省、市、自治区已开办了业余数学奥林匹克学校，数学奥林匹克的成效举国瞩目。这项工作得到了广大中、小学师生、家长和社会上的普遍欢迎，也赢得了各级教育部门、各级科协、国家自然科学基金委员会、许多高等学校和出版社等部门的支持，我国数学竞赛活动已有了广泛的群众基础。

“全国高中数学联赛”于每年 10 月中旬的第一个星期日举行。全国联赛分一、二两试，一试试题主要着眼于普及，试题依据现行教学大纲，密切结合中学教材，重视考查中学数学基本知识与基本技能，难度不超过高考中较难试题；二试试题着眼于提高，试题所涉及的基本知识不超过现行的教学大纲，在思维能力上有较高要求，主要考查学生灵活运用数学知识解题的能力，能更好地选拔出青、少年中的数学“尖子”。两试共用 4.5 小时。

我国的数学竞赛坚持“民办公助”、“精简节约”、“自愿参加”三项原则，同时确立了四个目的：提高学生数学兴趣；推动课外活动的开展；促进中学数学教学的改革；发现和培养人材；为参加国际数学奥林匹克作准备。正因为这样，每年吸引了十几万学生积极参与这一有益的活动，而且这一活

动得到了健康的发展。

1984年11月在宁波召开的中国数学会首次学会工作会议与第三次普及工作会议上,确定1985年先派出两名选手参加第26届IMO,以了解情况,然后再正式参加国际数学竞赛。1986年,我国派6名选手组成足员的代表队去波兰华沙参加第27届IMO。

提高我国在IMO中的成绩,严格选拔代表队的队员是十分重要的一环。

每年的全国高中联赛,问题的难度低于IMO的试题,因此,必须再增加一个环节,在全国联赛的基础上,进行一次筛选。

1985年,由北京大学、南开大学、复旦大学和中国科学技术大学这四所大学倡议,中国数学会决定在每年1月份举办全国中学生数学冬令营。冬令营邀请各省(自治区)市在全国联赛中的优胜者80人左右(每省、市至少一名,然后设计分数线,使得各省、市一般不超过六名)参加。

冬令营通常安排五、六天活动,第一天开幕式,第二、三天考试,第四天听学术报告或参观游览,第五天宣布考试结果并发奖。

考试模拟IMO,每次3题,用4.5小时,两天共考6题,题目的难度接近IMO,高于全国联赛,每道题满分为21分。

颁奖也与IMO类似,分为一等奖、二等奖、三等奖三种。分数最高的20多名学生组成国家集训队,从3月下旬起进行集中训练。自1990年(第五届冬令营)开始增设了陈省身杯团体赛,达到3名选手的省、市代表队有资格参加这一团体赛,以报名组队的3名队员成绩累加为团体成绩,共取团体奖6名,团体总分第一名队获奖杯。北京队已连续两届争得

陈省身杯。

首届冬令营由南开大学在天津市主办，第二届冬令营由北京大学在北京市举办，第三届冬令营由复旦大学在上海市主办，第四届冬令营由中国科学技术大学在合肥市主办，第五届冬令营由《中学生数理化》杂志社在郑州市主办。1990年7月我国成功地举办了第31届IMO。我国在31届IMO中取得了举世瞩目的成绩，表明我国数学竞赛活动已进入了一个新的阶段。为了推动这项活动的健康开展，为使我国数学奥林匹克常盛不衰，因此把每年一次的全国中学生数学冬令营这种数学竞赛活动，自1991年起正式定名为中国数学奥林匹克，即是我国的中学生最高级数学竞赛。

1991年中国数学奥林匹克(第六届全国中学生数学冬令营)于1991年元月10日至15日在武汉市由华中师范大学主办。

实践证明举办数学冬令营活动和集训班活动是行之有效的，也是十分必要的，经过选拔出来的国家队员在五届国际数学奥林匹克中均取得了优异的成绩，并引起国际数学界的瞩目。

下面是我国参加IMO的成绩。

届次	时 间	地 点	代表队 人 数	一等奖 人 数	二等奖 人 数	三等奖 人 数	团体总 分名次
26 届	1985 年 6 月 29 日—7 月 10 日	芬 兰 赫尔辛基	2	0	0	1	16
27 届	1986 年 7 月 8 日—7 月 14 日	波 兰 华 沙	6	3	1	1	4
28 届	1987 年 7 月 10 日—7 月 15 日	古 巴 哈瓦拉	6	2	2	2	8
29 届	1988 年 7 月 9 日—7 月 19 日	澳大利亚 堪培拉	6	2	4	0	2
30 届	1989 年 7 月 13 日—7 月 24 日	联邦德国 不伦瑞克	6	4	2	0	1
31 届	1990 年 7 月 9 日—7 月 10 日	中 国 北 京	6	5	1	0	1

中国代表队队员获奖情况

1986 年 (27 届)

姓 名	所在学校	得奖	去 向
李平利	天津南开中学	金牌	北京大学数学系
方为民	河南实验中学	金牌	北京大学数学系
荆 奏(女)	陕西西安 85 中	银牌	北京大学数学系
沈 健	江苏泰县姜堰中学		中国科技大学数学系
林 强	湖北黄冈中学	铜牌	中国科技大学数学系
张 皓	上海大同中学	金牌	复旦大学数学系

1987 年 (28 届)

姓 名	所在学校	得奖	去 向
藤 俊(女)	北京大学附中	金牌	北京大学(现出国)
高 峡	北京大学附中	铜牌	北京大学数学系
刘 雄	湖南湘阴中学	金牌	南开大学数学系
何建勋	华南师大附中	铜牌	中国科技大学数学系
林 强	湖北黄冈中学	银牌	中国科技大学数学系
潘子刚	上海向明中学	银牌	上海交通大学

1988 年 (29 届)

姓 名	所在学校	得奖	去 向
何宏宇	四川彭县中学	金牌	北京大学数学系
陈 焱	上海复旦大学附中	金牌	复旦大学数学系
查字涵	江苏南京金陵中学	银牌	北京大学物理系
王建梅(女)	天津南开中学	银牌	北京大学数学系
韦国恒	湖北武钢三中	银牌	北京大学数学系
邹 刚	江苏镇江一中	银牌	北京大学物理系

1989 年 (30 届)

姓 名	所在学校	得奖	去 向
罗华章	四川重庆永川中学	金牌	北京大学数学系
俞 扬	吉林东北师大附中	金牌	吉林大学数学系
唐若曦	四川成都树德中学	银牌	
颜华菲(女)	北京人大附中	银牌	北京大学数学系
霍晓明	江西景德镇景光中学	金牌	中国科技大学近代物理系
蒋步星	新疆石河子五中	金牌	清华大学计算机系

1990 (31 届)

姓 名	所在学校	得奖	去 向
汪建华	陕西西乡一中	金牌	
王 崧	湖北黄冈中学	金牌	
张朝晖	北京第四中学	金牌	
余嘉联	安徽铜陵一中	金牌	
周 彤	湖北武钢三中	金牌	北京大学物理系
库 超	湖北黄冈中学	银牌	北京大学

四、奥林匹克数学

随着数学竞赛的开展，一个新的名词——奥林匹克数学应运而生。各省市成立了数学奥林匹克学校，并加强奥林匹克数学教材的建设，有的省市成立了奥林匹克数学研究班，有一批学者从事奥林匹克数学的研究工作。下面摘录了单墀教授的著作《数学竞赛史话》（1990年广西教育出版社）中的论述，帮助读者对奥林匹克数学有深入的了解。单墀是南京师范大学数学系教授，他曾担任过第30届IMO中国队的副领队和第31届IMO中国队的领队兼主教练。

奥林匹克数学不是大学数学，因为它的内容并不超出中学或中学生所能接受的范围，它也不是中学数学，因为它有很多高等数学的背景，采用了很多现代数学中的思想方法。这是一种“中间数学”，起着桥梁作用，联系着中学数学与现代数学。很多新思想、新方法、新内容通过这一座桥，源源不断地输入中学，促使中学数学发生一系列革新，跟上时代的脚步。

从第1届至第30届的竞赛题，共182道（第2届与第4届各7道题，其余各届都是6道题），这些题目最能代表奥林

匹克数学。如果再加上历届的预选题，加上各个国家（地区）、各种竞赛的试题和训练题，那可真是内容丰富、蔚为大观。

大致说来，奥林匹克数学包括这几个方面的知识：数论、组合数学、数列、不等式、函数方程以及几何。

前几个方面是目前中学的“薄弱环节”，同时也是最让学生发挥创造性的领域。数学竞赛是才智的角逐。因此，一些有固定路线可以遵循的问题（例如解一元二次方程），不属于数学竞赛。竞赛需要的是“巧”，是出奇制胜的“野路子”。竞赛促进中学数学加强薄弱环节，而每当一种方法为越来越多的中学教师与学生所掌握，它也就完成了自己的历史使命，脱离了奥林匹克数学，成为中学数学的一个部分。

这也就是数学竞赛使数学知识逐步普及的一个过程。

因此，奥林匹克数学是活的数学，它不断地吐故纳新。如果比较一下早期的赛题与近年的赛题，明眼人就会发现两者有很大的不同。内容的深度、广度，题目的难度，都有了显著的变化。近年的试题大多没有固定的模式可套，它要求学生自己探索、尝试，通过观察、思考，发现规律，找到解决问题的门径。仅仅学会一些解题技巧是不够的，只有那些具有较强的数学直觉，在对数学的理解上比其他人高出一筹的学生才有希望夺取桂冠。

奥林匹克数学的发展体现了数学的发展。

第27届的第3题是一个很好的例子。它讨论了将一种状态（由五个数组成的“五元向量”）变为另一种状态的操作（变换）。为了解决这个问题，必须构造一个辅助函数，即将每一种状态各与一个（自然）数对应。然后研究在上述变换下，这个函数发生了什么变化。这种手法正是现代数学（例

如在代数拓扑)中所常用的。

几何在竞赛中仍占有相当的地位。一方面几何图形给各种抽象的问题提供了可供想象的直观形象。另一方面,几何在培养学生逻辑推理方面,起着重要的作用。60年代的“新数学”运动,曾经“打倒欧几里得”,大大削弱几何内容。但是经过70年代对这一运动的反思,“欧几里得”又回来了,不过不再象过去那样唯我独尊。在中学数学里,它与其他伙伴平等,享有应当有的一份权利。在IMO中,也反映了这一演变。近年的竞赛中都有几何题出现,除了传统的内容外,还常常有几何不等式与组合几何的问题。即使是传统的内容,也强调了运动的观点,求轨迹与几何变换的问题占了大部分比重。

微积分,不属于奥林匹克数学。但在竞赛中,并不禁止学生使用微积分。与微积分有关的一些内容,如数列、极限、函数、不等式估计等等都在奥林匹克数学中有一席之地,唯有微积分尚未取得正式的入场券。

当代的数学大师陈省身教授曾经说过,“一个好的数学家与一个蹩脚的数学家,差别在于前者手中有许多具体的例子,后者则只有抽象的理论”。

奥林匹克数学正是给一般的理论提供了很多具体的范例。