
《数学教育学》初探

韩家渠 编

北京教育学院东城分院

1984年 月

目 录

结 言	
第一章 传授知识和训练技能	
第一节 引入和领会	
第二节 练习和运用	5
第三节 复习和总结	53
第二章 培养能力和发展智力	75
第一节 能力知识相结合	79
第二节 思维能力是核心	97
第三节 创造能力的培养	119
第三章 进行思想和政治教育	143
第一节 寓教育于内容	144
第二节 寓教育于活动	164
第四章 调动学生学习积极性	182
第一节 锤炼教学艺术	183
第二节 发挥知识魅力	198
第三节 强化学习动机	206
第五章 提高教师的教学水平	215
第一节 在教学中提高	216
第二节 在进修中提高	223
第三节 在研究中提高	229
第六章 数学教学系统整体性	256
第一节 全体与部分	259
第二节 前边与后边	266

目 录

结 言	
第一章 传授知识和训练技能	
第一节 引入和领会	
第二节 练习和运用	5
第三节 复习和总结	53
第二章 培养能力和发展智力	75
第一节 能力知识相结合	79
第二节 思维能力是核心	97
第三节 创造能力的培养	119
第三章 进行思想和政治教育	143
第一节 寓教育于内容	144
第二节 寓教育于活动	164
第四章 调动学生学习积极性	182
第一节 锤炼教学艺术	183
第二节 发挥知识魅力	198
第三节 强化学习动机	206
第五章 提高教师的教学水平	215
第一节 在教学中提高	216
第二节 在进修中提高	223
第三节 在研究中提高	229
第六章 数学教学系统整体性	256
第一节 全体与部分	259
第二节 前边与后边	266

绪 言

一、数学教学是一门科学

1. 从数学教学过程看

数学教学过程是一个客观过程，尽管十分复杂，也必然存在着自身的客观规律。一般说来，由于数学教学过程受着数学知识的科学性（即数学本身逻辑结构的特性）、学生心理的发展性（即关于学习的理论和学生的心理特征）和中学教学的目的性（即社会对学校教育的需求和期望）所制约，因此在教材内容的处理上和教学方法的选择上，虽然可以有各种不同的形式，但这些“不同”绝不是随意可行的，而是要遵循一定的教学规律的。

例 1. 关于有理数乘法符号法则的引入

① 日本初中数学教材是这样引入的：

设从注水口往罐子里注水，水面每分钟上升 10 cm ；停止注水后水流出时，每分钟降低 6 cm ，分别记为 $+10$ 和 -6 。

首先讨论注水的两种情况：

(1) 3 分钟后水面上升 30 cm ，记为 $(+10) \times (+3) = +30$ 。

(2) 3 分钟前水面比现在低 30 cm ，记为 $(+10) \times (-3) = -30$ 。

其次讨论放水的两种情况：

(3) 3 分钟后与现在比较水面低 18 cm ，记为 $(-6) \times (+3) = -18$ 。

(4) 3 分钟前水面比现在还高 18 cm ，记为 $(-6) \times (-3) = +18$ 。

综合 (1) - (4)，得有理数乘法的符号法则为：“同号两数的积是正的，异号两数的积是负的”。

这是通过研究实例，归纳得出乘法法则的处理方式，我国文化革命前的教材就是采用的这种方式。

② 我国现行数学教材是这样引入的：

问题一：水库的水位平均每小时上升 3 厘米，向 2 小时上升了多少厘米？

解： $3 \times 2 = 6$ （厘米），答水位上升了 6 厘米。

问题二：水库的水位平均每小时下降 3 厘米，向 2 小时下降了多少厘米？显然水位下降 6 厘米， $(-3) \times 2 = -6$ （厘米）。

这就启发我们规定：“把一个乘数换成它的相反数，所得的

积是原来的积的相反数”，即有 $(+3) \times (+2) = +6$;
 $(-3) \times (+2) = -6$; $(+3) \times (-2) = -6$; $(-3) \times (-2) = +6$.

综合得有理数乘法法则：“两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘。”另外“任何数同零相乘，都得零。”

这是由特殊得到一般，再由一般到特殊，“两步走”的处理方式。先通过研究实例，启发规定一条原理：“把一个乘数换成它的相反数，所得的积是原来的积的相反数。”然后运用这条一般原理解决有理数乘法的各种情形，从而获得有理数乘法的法则。苏联初中数学教材也是采用的这种方式。

③西德初中数学教材是这样引入的：

先从等式 $a + (-a) = 0$ 开始 ($a \in \mathbb{N}$)，同时确定对所有 $0 \in \mathbb{Z}$ 来说，分配律的两种情况是有效的。这两种情况是：

$[a + (-a)] \cdot c = a \cdot c + (-a) \cdot c$ 和 $c[a + (-a)] = c \cdot a + c \cdot (-a)$.

1° 用零进行的乘法

a) $3 \cdot 0 = 0 \cdot 3 = 0$ 可以写作： $(+3) \cdot 0 = 0 \cdot (+3) = 0$

b) $[3 + (-3)] \cdot 0 = 0 \cdot 0 = 0$ 另外可以写作 $[3 + (-3)] \cdot 0 = 3 \cdot 0 + (-3) \cdot 0 = 0 + (-3) \cdot 0$ ，所以一定是 $(-3) \cdot 0 = 0$.

c) $0 \cdot [3 + (-3)] = 0 \cdot 0 = 0$ ，另外可以写作 $0 \cdot [3 + (-3)] = 0 \cdot 3 + 0 \cdot (-3) = 0 + 0 \cdot (-3)$ 所以一定是 $0 \cdot (-3) = 0$.

从 a), b), c) 中得出对于所有 $a \in \mathbb{Z}$ 来说： $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$.

2° $\mathbb{Z}$ 中任意数的乘法

a) $3 \cdot 2 = 2 \cdot 3 = 6$ ，可以写作 $(+3) \cdot (+2) = (+2) \cdot (+3) = +6$.

b) $[2 + (-2)] \cdot 3 = 0 \cdot 3 = 0$ 另外可以写作 $[2 + (-2)] \cdot 3 = 2 \cdot 3 + (-2) \cdot 3 = 6 + (-2) \cdot 3$ ，所以一定是 $0 = 6 + (-2) \cdot 3$ ，

即 $(-2) \cdot (+3) = -6$.

c) $2 \cdot [3 + (-3)] = 2 \cdot 0 = 0$ 另外可以写作 $2 \cdot [3 + (-3)] = 2 \cdot 3 + 2 \cdot (-3) = 6 + 2 \cdot (-3)$ ，所以一定是 $0 = 6 + 2 \cdot (-3)$

即 $(+2) \cdot (-3) = -6$.

d) $(-2) \cdot [3 + (-3)] = (-2) \cdot 0 = 0$ 另外可以写作 $(-2) \cdot [3 + (-3)] = (-2) \cdot 3 + (-2) \cdot (-3) = -6 + (-2) \cdot (-3)$ ，所以一定是 $0 = -6 + (-2) \cdot (-3)$ 即 $(-2) \cdot (-3) = +6$.

从 a), b), c), d) 中得出，当 $a, b \in \mathbb{N}$ 时的一般式子是：

$(+a) \cdot (+b) = +(a \cdot b)$; $(+a) \cdot (-b) = -(a \cdot b)$;
 $(-a) \cdot (+b) = -(a \cdot b)$; $(-a) \cdot (-b) = +(a \cdot b)$. 综合 1° 和 2° 得乘法法则: “同号两数的积是正的, 异号两数的积是负的, 零乘任何数都得零。”

这种处理方式的理论性较强, 在我国的某些实验数学教材中就采用了这种处理方式。关于这样的试验, 《光明日报》80年3月21日《教材建设要走实验的道路》一文中有下列报导: 进行运算时, 懂得不懂得运算的理论根据是大不相同的。比如“负负得正”的法则, 传统教法都是用实际例子来验证, 效果从来不理想, 这是数学教学上的一个难点。现在实验教材的教法是按数系通性(即加法和乘法的结合律、交换律、以及乘法对加法的分配律等)的理论, 加以阐述, 反而比较容易理解了。学生们在懂得理论根据(基本思想是希望在自然数乘法中所具有的运算律在有理数乘法中还是有效的)之后, 正负号的错误减少了, 运算能力提高了, 学习的兴趣也浓厚了。

从上述关于有理数乘法符号法则的三种不同引入方式, 我们既看到了教材内容的处理是可以采取不同方式的, 同时又看到了不论你采取何种处理方式, 你必需不违背数学知识的科学性, 最后得到的符号法则都是相同的; 你还必需考虑到学生心理的发展性, 如何处理才有利于学生掌握这一符号法则。至于在教材中是否要学习这一内容, 要求如何, 则是教学目的, 教学大纲预先规定了的, 决不是任何个人可以随意而行的。

例2. 关于相似多边形概念的教法。

①启发讲授为主的教法

首先按照教材的内容出示一些相似图形的教具, 让学生看出它们是形状相同, 大小不一定相等的两个图形, 一般称为相似形。

其次对两个相似的四边形, 直接度量它们的角和边, 发现对应角都相等, 对应边都成比例。

最后, 经过分析综合, 给出定义: “如果两个边数相同的多边形的对应角都相等, 对应边都成比例, 这两个多边形叫做相似多边形。”

然后, 按照教材的安排, 还要介绍相似的符号、相似比的概

念和指出全等多边形是相似多边形的特殊情况。

② 引导自学为主的教法。

首先布置自学提纲，组织学生在课内自学教材内容。

其次组织学生讨论，逐步引出相似多边形的概念。

最后由老师分析小结，明确本节课教学的基本要求。

③ 探究发现为主的教法。

首先既不让学生看书，老师也不讲授，而是利用教具、挂图、幻灯等进行直观教学，引导学生观察和概括。进一步，又组织学生进行“量量比比”的活动，使学生逐步独立地得出相似多边形的定义来。

其次组织全班讨论，交流各人给出的“定义”，并经过比较，确定哪种说法最合适，最能反映相似多边形的本质特征。

最后让学生看书，由课本内容来验证和补充自己的“发现”，同时也让学生看到自己所具有的探究能力，提高他们学习的积极性和主动性。

从上述关于相似多边形概念的三种不同教学方式，同样也说明教法选择虽然可以有所不同，但也不是随意而行的，它要遵循一定的教学规律。

2. 从多年教学实践看。

若干年来，由于对数学教学的规律重视和研究不够，我们在前进的道路上走了许多弯路，教训是不少的。

例如数学教学中，教师要不要设法培养学生学习的兴趣？这个问题在一段时间内是被禁止考虑的。不能谈学习兴趣，只能谈学习目的。把对学生学习兴趣的培养与学习目的的教育完全对立起来。事实上这是对“学习兴趣”的严重误解，缺乏科学研究的表现。人在认识客观事物的过程中，决不会无动于衷，一定会表现出某种情绪，这是不可避免的心理活动现象；另一方面，学习兴趣，学习目的，学习需要等，都是推动学生探求知识，激发学生学习积极性的重要因素，因此不研究学习兴趣是不客观的。我们应当研究学习兴趣问题，研究学习兴趣和学习目的的相互转化的问题，以提高教学的质量。又如数学教学中，要不要发展和培养学生的记忆能力？这个问题在一段时期内，在反对“死记硬背”的口号

下，也被全盘否定了。这也是不了解记忆的实质的缘故，对记忆缺乏科学研究的结果。记忆在人的认识活动中是不可缺少的，大脑贮存区的基本功能就是记忆功能，学生在学习过程中，记忆也是不可缺少的重要的一种认识活动。心理学研究还表明，记忆在人的认识过程中还有它的自身的特点和规律，作为教育工作者，我们有必要了解这方面的科研成果，并自觉地用来指导教学工作，这样就能正确地对待“记忆”的作用问题，既不“全盘否定”，又不“死记硬背”，从而让学生的记忆能力也能够得到正常的发展，同时也促进教学质量的提高。

3. 从教育研究发展看。

在82年4月全国数学教学研究会成立大会上提出了“提高数学教育的科学理论水平，建立数学教育学”的任务，它反映了对数学教育的认识的深入和科学研究的深入。

在日常的教学工作中，我们也经常开展教学研究活动。对研究的结果一般称之为“教学经验总结”，“教法改革试验小结”等，意思是指其内容偏于经验的阶段，缺乏理论的升华和规律的探讨。

在师范院校里有一门“教材教法研究”课，也有相应的教学法的书籍，这是沿用了苏联50年代的说法，它是有理论的，但《数学教学法》仅是从属于教育学中教学论的这一部分的一个领域，研究的面比较窄，研究的深度也比较浅。

现在在世界上已经提出要建立“数学教育学”，它是研究数学教育过程的客观规律的科学，它不从属于教育学，更不从属于“教学论”，它是数学、教育学、心理学、哲学、逻辑学之间的边缘、交叉科学，它还正在形成过程中。

二、数学教育研究的特点

1. 开展“双方向”研究

数学教育研究要开展“宏观”与“微观”的双方向研究。所谓“宏观”研究就是要研究数学教育与其他社会现象的关系。如果不研究这个问题，数学教育工作就会带有盲目性，既不能适应社会政治和经济发展的需要，数学教育本身也得不到发展。诸如“培养目标”，“教学内容”等都属于这类“宏观”研究课题。

所谓“微观”研究就是要研究数学教育与人的身心发展的关系。如果不研究学生身心发展的规律，教师的各种品质，特定的数学知识内容和教学目的要求，不研究相应的教学过程、教学原则和教学方法，数学教育工作就难以获得成功。过去的教育学，仅研究教师如何教，很少研究学生如何学，这是有片面性的。当前普遍存在的“中小学衔接问题”、“初中分化问题”等，都是亟待我们去深入研究的课题。

吕学礼同志在《教学通讯》82年10期上发表《关于数学教学的研究课题》一文可供参考。文中提出了五方面的问题：1. 培养目标问题。怎样培养德智体全面发展的社会主义四化建设人才应当是数学教育学所要考虑的根本问题。数学教学应是只注意培养少数尖子，不注意大多数其他学生呢？还是使全体学生都能在原有基础上得到提高呢？数学教育学必需首先研究这样一些基本课题。

2. 教学内容问题。根据培养目标，应教给学生哪些数学内容，这是数学教学的关键问题。确定数学教学内容，应当遵循哪些原则？应该让所有学生都学习同样内容，还是按照不同需要和可能有所选择？必需学好的基本数学内容有哪些？各项内容的目的、要求、深度、广度应怎样确定？教学内容要不要随着科学技术的不断发展而逐步更新？传统的内容与新增的内容之间的矛盾怎样解决？实际的师资水平、学生水平与应该达到的目的要求之间的矛盾怎样解决？等等。

3. 内容安排问题。数学教学内容的安排应遵循哪些原则？怎样安排才能符合科学体系，符合学生的认识规律，才能使数学教学同物理、化学等其他学科的教学密切配合？等等。

4. 教学原则问题。数学教学应遵循哪些教学原则？

5. 教学方法问题。数学教学过程的客观规律研究。某些特定的数学概念、理论、方法、思想，怎样进行教学的研究。

另外，还有随着教育改革形势发展提出来的许多现实问题，如培养能力，调动积极性，思想教育，减轻负担提高质量等都需要认真研究。

2. 进行“跨学科”研究。

数学教育科学研究涉及问题很多，范围很广，如“不与别的学科相联系就难得出科学的结论。”以“微观”研究为例，联系比较密切的就有教育学、心理学、哲学和逻辑学等学科，因此要开展数学教育科学研究还应该学习和具备这方面的基本知识，它能给你的研究思想、理论前提、研究方法等以启发，它还能使你在制定研究方案，总结研究成果时，能顾及到各种关系，考虑问题周密全面。

事实上，现代的许多教育家，他们原来都是研究心理学、哲学的，当他们转向教育的研究领域，就提出了许多新的观点，引起了人们广泛的重视。至于“培养能力、发展智力”等教育研究的重大课题的提出，也是当代社会科技发展迅速的结果，它改变着学校教育的社会职能，提出了新的更高要求，也提供了新的思想和新的教学手段。这些都是值得我们加以认真研究的。

3. 坚持唯物辩证法。

首先要认识到数学教育学是具有很强的实践性的科学，它与医学科学有些类似，既是一门理论科学，又是一门实际应用科学，更主要的是应用科学。研究理论问题也是为了用来指导教育实践，而问题一经解决，就会在实际中迅速地产生影响。因此研究工作中一定要注意：①十分重视教学经验的总结工作。总结教学工作的实践经验是发展数学教育学的根本途径，建国以来，广大数学教师已经积累了许多成功的经验，可惜缺少认真的总结，特别是缺乏理论的升华，这就需要我们去工作。

②要开展有目的，有计划的教育科学试验。数学教育科研工作要坚持专群结合，特别要注意发动广大教师开展教学改革的实践活动，并在研究中不断提高自身的教育理论水平。

其次，数学教育学的研究方法是多种多样的，有观察法，实验法，文献法，调查法，统计法和总结经验法等。而最根本的是需要用唯物辩证法作指导，这是因为数学教育研究不象有的自然科学那样，可以用度量衡去称，去量，数据也很难掌握，因素也十分复杂，这给研究带来了许多困难，它要求我们坚持唯物辩证观点，不能有一点简单化、片面性等表现。

研究成果的推广也不象科技成果那样，一有发明就可以推广，

按一定模式制造产品。因为教学的对象是人，不能用一个模式套，而在运用时，又要从具体情况出发，用辩证唯物论指导教学的实践，要讲“相结合”，反对“形而上学”。

三、数学教学系统研究

1982年9月，我院根据我区在职数学教师进修工作不断发展的要求，决定举办一个初中数学教学研究班，招收已经大专毕业或相当于大专文化程度，在初中任教五到十年以上的中青年教师，脱产进修一年。开设的课程中，有一门是《数学教育学》研究。

通过82和83两期办班的实践，我系统整理了自己多年的实践资料，参阅了大量的国内外数学教学研究资料，同时注意学习教育学、心理学、哲学和系统科学的基本知识。在与老师们的共同讨论中，逐步编成了这本讲义。

在讲义里，始终把数学教学看作一个“系统”，它是一个具有确定功能的，由相互作用、相互依赖的若干部分（要素）组成的，有机联系的整体。从这一系统观点出发，研究了与数学教学有关的三条原理：目的性原理、积极性原理和整体性原理。现分别简述如下：

（一）目的性原理，即系统应具有的功能。根据《中学数学教学大纲》规定，中学数学教学目的一般可概括为三大方面：传授知识，培养能力和思想教育。在教学工作中一定要努力全面实现这些目的，为此在讲义中用了前三章结合初中数学教学实际作了较详细的研究。

（二）积极性原理。因为参加数学教学过程的各方主要包括教材、教师和学生，所以一定要注意发挥教师和学生两个积极性。为此在讲义中用了第四、第五两章结合数学教学内容和初中学生年龄特点进行了专题研究。

（三）整体性原理，就是从系统的观点出发始终从全体与部分，前边与后边，内部与外部等相互关系中，综合地考察数学教学工作，探求实现教学目的最优化方案。在第六章中，我们介绍了若干在这一思想指导下进行的教学改革试验情况。

由于我们的水平有限，特别是对《数学教育学》进行研究才

刚开始，对教育学，心理学，哲学和系统科学等知识，完全靠自学，因此讲义中的问题一定会不少，希望能得到同志们的批评和指正。

在编写讲义的过程中，由于参阅的书籍，文章，资料很多，因此除在叙述中已指明出处者外，在讲义后面就不再全部列出书目了，敬请各位作者原谅，并在此深表谢意。

第一章 传授知识和训练技能

知识是客观事物的属性与联系在人脑中的反映。一般以经验或理论的形式存在于人们的头脑之中。人们为了便于传播和积累知识，往往又以文字、图表、公式、语言等符号形式，将知识表述和记录下来，并贮存于书本或其他人造物之中。

由于被研究对象的差异，就产生了各种不同类型的知识。例如对物质运动形式和状态的研究，得到物理知识；对人类思维形式和规律的研究，得到形式逻辑的知识。我们现在研究的学科——数学，则是关于客观世界的空间形式和数量关系方面的知识。

人类对于数学的认识已经过了四个基本的，在质上不同的阶段。

从最古时代至公元前5世纪，被称为算术和几何形成时期，是数学的萌芽阶段，它的特点是实践经验材料的积累，对于一些单个法则的了解，例如数数，加法，点线图形等知识。

从公元前5世纪至公元17世纪，被称为初等数学时期，是常量数学阶段，时间长达二千年之久。现行初中数学教材中的大多数内容，如欧氏几何，实数和式子变形，解方程和锐角三角函数等知识，都是这个时期的成果。

从公元17世纪至19世纪末，被称为分析出现和发展的时期，是变量数学阶段，它的特点是运动进入了数学，以变量、函数、极限等基本概念为基础的分析数学出现和发展，为定量规律的研究提出了强有力的数学方法。

从公元19世纪末至今，暂时被称为现代数学时期，是数学发展的第四个阶段，正处在发展过程之中，人们已经看到下述新的特点：

1. 基础数学的抽象程度更高，出现了新的概括性更高的概念，特别是集合观点在数学理论基础研究中有占统治地位的趋势。
2. 应用数学的分支迅速发展，统计数学，模糊数学相继出现，特别是电子计算机的出现和发展，大大改变了数学的面貌。
3. 数学在教育中的地位越来越重要，这与它的越来越扩大的应用的广泛性有着十分密切的关系。现在不仅物理和天文学中要用数学，化学和生物研究要用数学，而且经济，文学研究中也用数学的方法，可以说在当今世界上哪里有形和数，哪里就要用到数学。

我们现在使用的初中数学教材内容按课程设置分为两种，其中代数包括数及其运算，式及其变形，方程（组）及不等式，简单函数和统计初步等五大部分内容；几何包括直线形，相似形，锐角三角函数，圆和简单视图等五大部分内容。另外，按照教学大纲的要求，还要渗透集合和对应的思想。

对照人类关于数学认识的发展历史，可以看出在初中阶段要完成下面几项传授知识的任务：

1. 将人类在第二阶段积累起来的平面几何与代数知识的主要内容传授给现代的初中学生。
2. 对于人类在第三阶段积累起来的分析数学知识，初中阶段要有起步教育，即学习变量，函数等内容，为高中阶段重点学习这些内容打下一定的基础。
3. 对于人类在第四阶段积累起来的现代数学知识，要求渗透集合、对应的思想，学习一些统计初步知识。要求虽然不高，但要真正达到“渗透”的目的要求，也是需要下一番功夫的。

教育学指出：知识的传授是人类藉以交流和继承认识成果，取得间接经验的一种学习方式。它是在教师有目的有计划的引导下，使学生掌握知识的一个过程。因此教材、教师、学生是传授知识过程的三个基本要素。作为教师，为了使自己所教的特定年龄的学生掌握国家规定教材中的知识，就必须研究教材和研究

学生的基础上开展教学的工作。

每个老师都懂得，认真研究教材是一个坚持标准的问题。如果自己定的教学要求过低或过高，都会影响数学教学的效果。例如文革中的教学，大大降低了要求，影响了一代人的成长；而当前又存在许多“过急”的表现，从初中一年级起就要求面向高考题的要求，结果往往是大多数学生跟不上，掉下队来。

每个老师也懂得，认真研究学生是一个落实效果的问题。学生是学习的主体，他们学习数学包含着不同的心理过程，数学教学的效果也以它落在什么样的心理基础上为转移。同样的一套课本，有经验的老师都善于根据不同的学生对象，选择不同的教学方法，从而总能取得较好的教学效果。

我们应当坚持教材、教师、学生三位一体的教学研究方向。根据初中数学教学过程常见的课型，在本章将主要研究三个问题：(1)新授课的研究——第一节：引入和领会，(2)练习课的研究——第二节：练习和运用，(3)复习课的研究——第三节：复习和总结。

第一节 引入和领会

一、概念教学是知识传授的基点。

1. 概念教学的重要性：

(1) 数学概念是掌握数学基础知识的前提。

数学基础知识主要有概念、定理、法则、公式等，其中概念是思维的“细胞”，是知识的“砖瓦”，逻辑地表达和推导有关定理、法则、公式都要以概念为基础。例如在推导根式运算法则时，就离不开算术根和根式这两个概念。教学实践表明，学生对于数学概念掌握得是否好，将直接影响到基础知识的学习。

(2) 数学概念是提高教学基本能力的保证。

运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力的培养需要在知识学习的过程中实现，而学生们在分析问题和解析问题时表现出来的能力不强，有许多时候都是数学概念不清的缘故。例如某单位招考师资班学员的试题中有“化简 $\sqrt{4a^2 - 12a + 9}$ ”这样一道比较一般的题目，竟有 $\frac{3}{4}$ 的人错误地答为 $2a - 3$ 。分析原

因，就是对算术根的概念掌握存在一定问题，因而影响了计算的正确性。

(3) 数学概念是数学知识不断发展的标志。

大家都知道，随着学习的进程，数学知识在不断地发展，而这一发展的主要标志就是原有基本数学概念的发展，例如数的概念的发展，角的概念的发展；或者是新的概念的出现，例如变量、函数、极限等概念的出现，就导致数学知识内容由常量数学阶段发展到了变量数学阶段。

总之，在传授知识过程中，一定要十分重视数学概念的教学。“数学概念的教学是知识传授的基点”，这是一条客观的规律性的认识。

2. 当前教学中存在的问题：

关于概念教学，应当要求做到：正确形成概念，牢固掌握概念，灵活运用概念。学生形成概念、掌握概念和运用概念的情况，应是数学教学质量的一个主要标志。但是当前教学中却存在着忽视概念教学而偏重于练习和培养解題技巧的倾向，它们的表现有：(1) 不少老师不明白加强概念教学的重要性，往往急着赶着讲完新课，好留出时间来复习、作题。记得有一次，一位青年教师在谈概念课、定理课、习题课，哪种课难备、难上的问题时，她说：

“概念课最好备，因为只要照书本上的定义讲一遍，然后让学生背熟定义就行了；定理课次好讲，因为定理的证明学生不易懂，要备好课才能讲明白；习题课最难备，那么多题目要去解答，还要总结解題思路 and 技巧，有时学生舒来一些题同问我，一时还想不到如何做呢！”可见这位老师对于概念教学是知识传授的基点这一教学的规律性认识缺乏自觉性。

(2) 教学中的问题反映在学生身上就是由于基本概念不清，导致做题时：题意不明，思路不清，运算不准，推理不会，画圈不对，因而学习负担虽然很重，但学习成绩很难提高。学生对基本概念掌握不好，会出现“连锁”反应，恶性循环。例如开始对绝对值概念弄不清接着就不明白 $\sqrt{1-2a+a^2} = \sqrt{(1-a)^2} = |1-a|$ 的最后一步式子中为什么要画两条杠的道理。对求函数

$y = 3x + \sqrt{12x-11}$ 的定义域或解方程

$|x-2|+|x-3|+|2x-8|=9$ ，或解不等式 $|x-a|<a$ ($a>0$) 时，就会越发胡涂了。更主要的是如果养成了不注意概念学习，偏重解难题的学习习惯和方法，对学生今后的成长也将十分不利。

因此，在知识传授过程中，加强概念教学不仅是提高当前的教学质量的需要，也是对学生今后的成长负责的表现。

二、关于新授课的研究

新授课最主要的工作是学生在教师的主导作用下，学习数学新知识（包括数学概念，数学命题和数学方法），它是数学课中最常见的，也是最重要的一种课型。

新授课的教案，应力求反映出课堂教学过程的概貌，虽无一定模式，编写也可详可简，但至少应包括两项内容：

1. 教学目的要求

关于教学目的要求既要确立知识、能力和思想教育的教学目的（其中知识目的是基本的），还要考虑学生的情况区别对待，教学要求可分基本的、提高的、供选择的三个层次。

2. 教学过程安排

关于教学过程安排至少可分为两大段，主要时间是用来引入和领会新课的内容，最后用一点时间小结和布置作业。此外，刚上课时，有时还要用点时间检查或讲评一下昨天的作业情况，有时还要用点时间来进行组织教学的工作，以便将全班同学的注意力吸引到新课内容的学习上来。

下面将着重研究新课的“引入”和“领会”问题。

（一）认识发展规律与数学教学

1. 认识发展规律简述

马克思主义的认识论告诉我们，人们的认识分为感性认识和理性认识两个不同的阶段。其中由感性认识到理性认识的阶段是认识的第一个“飞跃”，而由理论到实践的阶段是认识的第二个“飞跃”。关于知识的“引入”和“领会”，显然是第一个“飞跃”中的基本问题。因此我们应对这一认识阶段作进一步研究，才会对实际教学工作具有更大的指导意义。

感性认识是怎样上升为理性认识的呢？毛主席在《实践论》中，提出了“去粗取精、去伪存真、由此及彼、由表及里”的四个

环节。

在数学概念教学中，引入新概念这个从感性认识到理性认识的“飞跃”过程，也需要有一个思考过程，这也正是学生普遍感觉困难的地方，为此在新授课教学中，一定要精心引导学生，完成上述的四个思考环节，为实现认识的第一个“飞跃”搭好必要的桥梁。

2. “实际引入”的常见类型。

(1) 实例引入

在数学教学中，通过几个实际事例的分析，综合来概括、抽象引入概念是十分常见的方法，仍以初中代数第一册第一章“有理数”为例，许多基本概念都是采用“实例引入法”来引入的。

例如正数和负数的概念，教材中首先分析三个实际事例，温度的上下，货物的进出，高于或低于海平面，然后进行比较综合，它们都是具有相反意义的量，概括这一类问题，提出表示具有相反意义的量的一般需要，从而引入抽象的正数和负数的概念，解决这一类实际问题，书中最后再做若干练习，完成认识的一个发展全过程。

采用“实例引入法”教学，在备课时，首先要选择实例，进行“去粗取精”、“去伪存真”的工作，例如书中的实例和补充的实例是否能揭示将要学习的概念的本质，数量上是否足以能引起学生思维的“飞跃”，又如，这些实例学生们是否较为“熟悉”等。

其次在上课时，一般要经历下述阶段：①对每个实例分别进行学习和研究，这是“去粗取精、去伪存真”两个环节的需要和体现。②对全部实例进行综合，比较它们之间的异同之处，特别是它们之间有什么共同点，这就是“由此及彼”的环节。事物的本质是存在于事物的互相联系之中的，“由此及彼”就是要在此“与”彼”之间建立起联系，寻找到各种不同事物之间的那些一般的共同的东西，从而使感性认识向理性认识的飞跃向前推进一步。③将认识再推进一步，“由表及里”获得抽象的数学概念，形成理性认识。这是最重要、最关键的环节，只有通过这一环节，才算获得了理性认识，获得了对事物内在的本质的认识。