

初 等 数 学

几 何 部 分

上 册

江苏省四所师范学院《初等数学》教材编写组

一九七三年七月

毛主席语录

我们的教育方针，应该使受教育者在德育、智育、体育几方面都得到发展，成为有社会主义觉悟的有文化的劳动者。

教育必须为无产阶级政治服务，必须同生产劳动相结合。

学制要缩短。课程设置要精简。教材要彻底改革，有的首先删繁就简。

你们学自然科学的，要学会用辩证法。

认识从实践始，经过实践得到了理论的认识，还须再回到实践去。

目 录

第一章 图形的简单性质

第一节 线段和角的度量	1
一、线段的度量(1) 二、角的度量(4)	
第二节 垂线和平行线	8
一、垂线(8) 二、平行线(10)	
第三节 三角形	15
一、三角形及有关概念(15) 二、三角形的性质(16)	
三、三角形的全等(19) 四、三角形的稳定性(22)	
第四节 逻辑论证的内容、方法与认识	26
一、概念的定义(26) 二、概念的分类(27)	
三、数学命题(28) 四、定理的结构和证明(28)	
五、逆定理·反证法(31)	
第五节 四边形	33
一、平行四边形(33) 二、特殊的平行四边形(36)	
三、梯形(38)	
第六节 圆	40
一、圆的一些性质(40) 二、圆周角的度量(43)	
三、圆的切线(45) 四、定圆心(49)	
第七节 对称图形	52
一、轴对称图形(52) 二、中心对称图形(54)	
第八节 面积计算	57
一、一些简单图形的面积(57) 二、圆面积(57)	
三、不规则图形的面积(61)	

第二章 三角形的边角计算

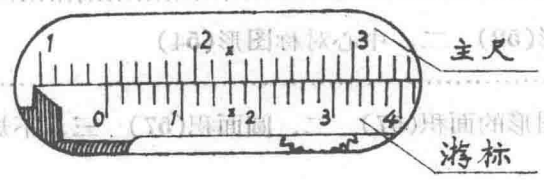
第一节 相似三角形	66
一、成比例的线段(66) 二、相似三角形(70)	
三、相似图形的画法(74)	
第二节 三角函数	81
一、直角坐标系(81) 二、三角函数(84)	
三、同角的三角函数间的关系(86)	
四、互为余角的三角函数间的关系(87)	
五、特殊角的三角函数值(88)	
六、三角函数表(90) 七、化钝角三角函数为锐角三角函数(90)	

第三节 直角三角形的边角计算	94
一、测距、测角计算(95) 二、坡度计算(95) 三、斜度、锥度计算(97)	
第四节 任意三角形的边角计算	104
一、正弦定理(104) 二、余弦定理(111) 三、三角形的面积用边角表示的公式(116) 四、三角形边角计算的应用题(116)	

第三章 轨迹和作图

第一节 命题的形式	124
一、命题的四种形式及其相互关系(124) (二)充分条件、必要条件、充要条件(125)	
第二节 轨迹	129
一、点的轨迹(129) 二、基本轨迹定理(130) 三、(交轨法)(133)	
第三节 连接	136
一、两圆的位置关系(136) 二、两圆的公切线(139) (三)直线和圆弧的连接(141) 四、圆弧和圆弧的连接(144)	
第四节 等分圆周	152
一、等分圆周和正多边形的概念(152) 二、等分圆周的方法(153) 三、正多边形的计算公式(162)	

注：下图是第3页图1—5所示的游标卡尺上的放大的附图。



真指角应的准角三 章二第

30	1
18	2

第一章 图形的简单性质

劳动人民在长期的生产实践中，经常接触到具有一定形状的物体，积累了丰富的有关图形的知识，由此形成了一门研究物体的形状、大小和相互位置关系的学科——几何学。伟大领袖毛主席教导我们：“认识从实践始，经过实践得到了理论的认识，还须再回到实践去。”（《毛泽东选集》第二六九页）为了适应三大革命实践的需要，在这一章里我们将学习几何图形的简单性质，用以解决实际问题，为社会主义建设作出贡献。

第一节 线段和角的度量

一、线段的度量

1. 直线、射线、线段

木工师傅在木板上弹出的墨线，插秧时拉紧的秧绳，都给我们以直线的形象。我们把直线看作是向两方无限伸长着的。画直线通常用直尺。经过一点可以画无数条直线，但是经过两点只可以画一条直线。这说明了直线的基本性质：

经过两点可以作一条直线，而且只可以作一条直线。

从它可以推出：

两条直线相交，只有一个交点。

这是因为，如果有两个交点，那么这两条直线就要重合成一条直线。

直线用表示它上面任何两点的两个大写字母来表示，例如“直线AB”；也可以用一个小写字母来表示，例如“直线 l ”（图1-1）。

在直线上某点一旁的部分叫做射线。这点叫做射线的端点；射线只有一个端点。由小孔透入暗室的太阳光线，手电筒射出的光线都是射线的形象。射线用表示它的端点和射线上另外任何一点的两个大写字母来表示，表示端点的字母应写在前面。例如“射线OA”（图1-2）。

直线上两点间的部分叫做线段。

这两点叫做线段的端点。线段用表示它的两个端点的大写字母来表示。例如“线段AB”；也可以用一个小写字母来表示，例如“线段 a ”（图1-2）。



图1-1

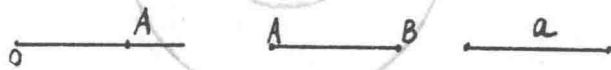


图1-2

2. 度量单位

把A、B两点用不同形状的线连结起来，可以看出：
在所有连结两点的线中，线段最短（图1

章一第

—3）。

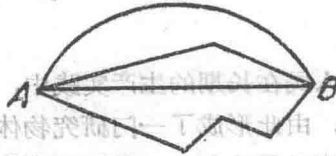


图1—3

连结两点的线段的长，叫做两点间的距离。

要度量线段的长度，首先要确定长度单位。现将我国常用的公制和市制长度单位及其换算列表如下：

公 制	市 制	换 算
1 公里(km) = 1000米	1 里 = 150丈	1 公里 = 2 市里
1 米 (m) = 10分米	1 丈 = 10尺	1 米 = 3 市尺
1 分米(dm) = 10厘米	1 尺 = 10寸	
1 厘米(cm) = 10毫米(又称密立)	1 寸 = 10分	
1 毫米(mm) = 100忽米(又称丝)		
1 忽米(cmm) = 10微米(μ)		

有时还会遇到英制的度量单位：1哩 = 1760码；1码 = 3呎；1呎 = 12吋；1吋 = 8分。

公制与英制的换算：1米 = 3.280呎；1吋 = 25.4毫米。

海洋上距离常用哩为单位，1哩 = 1852米。

3. 度量工具

在工地上、农村里测量距离的工具，一般是用皮尺、步弓或测绳。在工厂里量零件的长，当精确度要求不高时，一般用卡钳和钢皮尺来量；当精确度要求较高时，可以用分厘卡（图1—4）、游标卡尺（图1—5）和块规等来测量。这里将游标卡尺的构造、用法和原理说明如下：

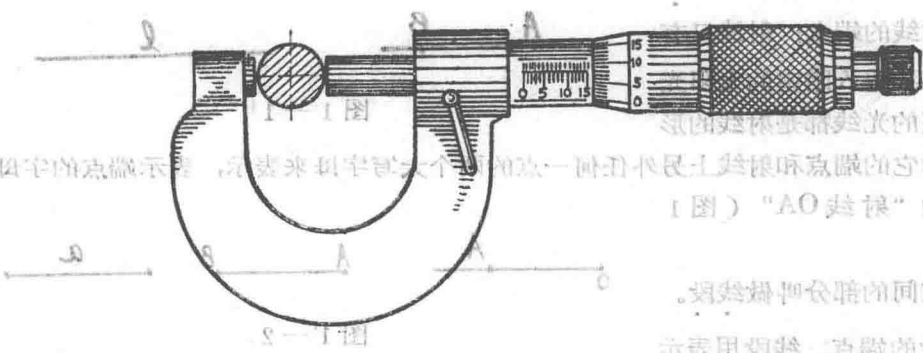


图1—4

图1—5所示的是一种精确到0.02毫米的游标卡尺。在这种游标卡尺上有主尺和游标

(或称副尺)两部分,游标是连结在右卡脚上可以沿着主尺方向滑动的。主尺共有 200 个刻度(起点刻度 0 不计入,下同)。每一刻度为一毫米,每 10 个刻度标有阿拉伯数字;最大读数为 200 毫米,但测量范围是 0—150 毫米。

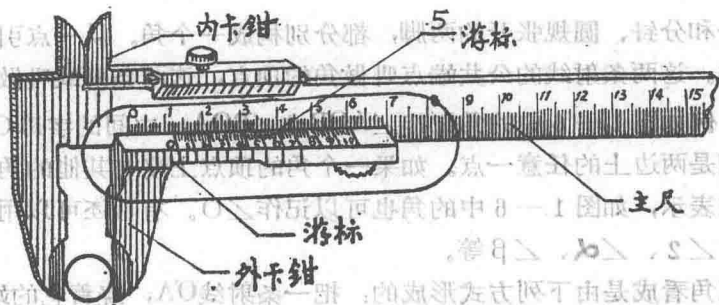


图 1—5

这种游标卡尺的游标共有 50 个刻度,恰好等于主尺上 49 个刻度。因此,游标上每一刻度为 $\frac{49}{50}$ 毫米,也就是说主尺与游标每一刻度相差 $\frac{1}{50}$ 即 0.02 毫米。在游标上每 5 个刻度标有阿拉伯数字。

当卡钳的两只卡脚并拢时,游标上左面的刻度 0 就与主尺上左面的刻度 0 对齐。要测一个零件的外径时,把零件放在两外卡脚之间卡紧,如果游标上刻度 0 的位置正好对准主尺上某一刻度,例如 15 毫米,那么这个零件的外径恰好是 15 毫米。

如果游标上刻度 0 的位置介于主尺某两个刻度之间,例如介于 14 毫米和 15 毫米之间(图 1—5),这就表示零件的外径介于 14 毫米和 15 毫米之间。此时再看游标上与主尺某一刻度对齐的刻度(在图 1—5 的放大的附图内画有 × 号的刻度),例如游标上与主尺的某一刻度对齐的是第 8 个刻度(它在游标上的读数是 1.6),那么这个零件的外径是 14.16 毫米。

由于主尺与游标每一刻度相差 0.02 毫米,当游标刻度 0 介于主尺上某两个刻度 p 与 $p+1$ 之间时,如果游标刻度 0 后第一刻度与主尺某一刻度(即 p 后面紧接着的第一个刻度)对齐,这时游标刻度 0 在主尺刻度 p 之后 0.02 毫米,那么零件的外径是 $(p + 0.02)$ 毫米。依此类推,如果游标刻度 0 后第 q 个刻度与主尺某一刻度(即 p 后面紧接着的第 q 个刻度)对齐,这时游标刻度 0 在主尺的刻度 p 之后 $(0.02 \times q)$ 毫米,那么零件的外径是 $(p + 0.02 \times q)$ 毫米。这里所量零件的外径是 14.16 毫米,就是由于游标刻度 0 后的第 8 个刻度与主尺上某一刻度对齐时,有 $14 + 0.02 \times 8 = 14.16$ 的缘故。

如果要测一个零件的内径,那就不用游标卡尺上的内卡钳来量。

例 设计一个精确到 0.1 毫米的游标卡尺。

解:既然要求精确到 0.1 即 $\frac{1}{10}$ 毫米,也就是游标上每一刻度比主尺上的每一刻度要小 $\frac{1}{10}$ 毫米,则游标上的每一刻度应为 $1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$ (毫米),这就要求游标上的 10 个刻度恰好等于主尺上的 9 个刻度(即 9 毫米)。应用这种游标卡尺就可以度量物体的长度精确到 0.1 毫米。

二、角的度量

1. 角的概念

钟表上的时针和分针、圆规张开的两脚，都分别构成一个角。从一点引出的两条射线所组成的图形叫做角。这两条射线的公共端点叫做角的顶点，这两条射线叫做角的边。角用符号“ \angle ”来表示，例如图 1—6 中的角记作 $\angle AOB$ 或 $\angle BOA$ ，中间的字母 O 表示顶点，两旁的字母 A、B 分别是两边上的任意一点。如果一个角的顶点上没有其他的角，也可以用表示顶点的那个字母来表示，如图 1—6 中的角也可以记作 $\angle O$ 。有时还可以用数字或希腊字母表示角，如 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle \alpha$ 、 $\angle \beta$ 等。

我们也可以把角看成是由下列方式形成的：把一条射线 OA，绕着它的端点 O，从原来的位置 OA 旋转到另一个位置 OB，这时 OA 和 OB 就形成了一个角（图 1—6）。

把一条射线，绕着它的端点顺着—个方向旋转，当这条射线转到和原来的位置构成一条直线时（图 1—7），所成的角叫做平角。再旋转下去，转到和原来的位置重合时（图 1—8），所成的角叫做周角。

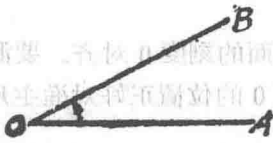


图 1—6



图 1—7

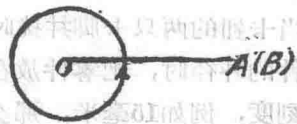


图 1—8

今后讲到角的时候，如果没有特别说明，所指的角都是指没有超过平角的角。

二等分一个角的射线，叫做这个角的平分线。平角的一半叫做直角（图 1—9）。小于直角的角叫做锐角（图 1—10）；大于直角而小于平角的角叫做钝角（图 1—11）。

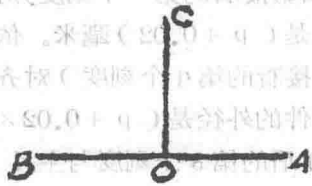


图 1—9

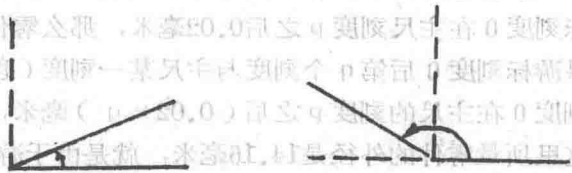


图 1—10

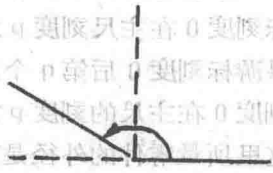


图 1—11

容易看出：平角都相等，周角都相等，直角都相等。

2. 圆和弧

当一条线段绕着它固定的一端，如图 1—12 的 O，在平面内旋转一周时，它的另一端就画出一条封闭的曲线，这条封闭的曲线叫做圆，固定的点 O 叫做这圆的圆心，连结圆心



图 1—12

和圆上任意一点的线段，如 OA 、 OB 、 OC ，叫做圆的半径。

圆用符号“ \odot ”来表示，以 O 为圆心的圆记作“ $\odot O$ ”。有时把以 O 为圆心和 r 为半径的圆记作“ $\odot O(r)$ ”。已知一个圆的圆心和半径，我们就可以用圆规作出这个圆。

从圆的形成，可以知道，同圆或等圆的半径相等。

和圆有两个交点的直线叫做这个圆的割线，连结圆上任意两点的线段叫做这个圆的弦，经过圆心的弦叫做这个圆的直径。例如如图1-13中， PQ 是 $\odot O$ 的割线， CD 和 EF 都是 $\odot O$ 的弦， AB 是 $\odot O$ 的直径。

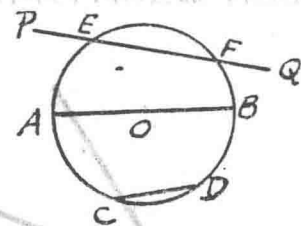


图1-13

显然，直径等于半径的二倍，同圆或等圆的直径相等。

圆上任意两点间的部分叫做弧。弧用符号“ $\widehat{\quad}$ ”来表示，以 A 和 B 为端点的弧记作 \widehat{AB} （图1-14）。

圆的任意一条直径的两个端点把圆分成两条相等的弧，每一条这样的弧叫做半圆。小于半圆的弧叫做劣弧，大于半圆的弧叫做优弧。通常单说弧的时候，总是指劣弧。如果指优弧，例如以 A 、 B 为端点的优弧要记作 \widehat{AmB} （图1-14）。

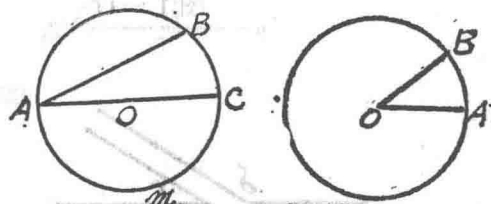


图1-14

图1-15

顶点在圆心的角叫做圆心角，图1-15中的 $\angle AOB$ 是 $\odot O$ 的一个圆心角。容易看出：在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等；反过来，相等的弧所对的圆心角相等。

3. 角的度量

量角的大小，用“度”作为度量单位。把整个圆分成360等分，每一份叫做一度的弧，一度的弧所对的圆心角，叫做一度的角。为了更精确地表示一个角的大小，我们把一度分成60等分，每一份叫做一分；把每一分分成60等分，每一份叫做一秒。度、分、秒分别用符号“ $^\circ$ ”、“ $'$ ”、“ $''$ ”来表示，例如 $\angle ABC$ 是57度17分45秒，记作 $\angle ABC = 57^\circ 17' 45''$ 。

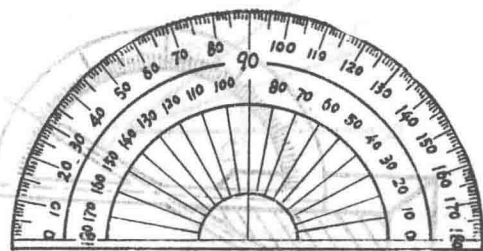


图1-16

很明显，1周角 $= 360^\circ$ ，1平角 $= 180^\circ$ ，1直角 $= 90^\circ$ 。锐角是小于 90° 的角，钝角是大于 90° 而小于 180° 的角。

度量角的工具一般用量角器（图1-16）。工厂里有时要求精确地测量出工件的角度，使用精确度比较高的测角仪器——万能角度尺（或游标量角器），其原理和游标卡尺类似。

4. 相关的角

如果两个角有一个公共顶点，并有一条公共边，而另两边分别在这公共边的两旁，那么这两个角叫做互为邻角（图 1-17）。如果两个角的和等于 90° ，那么这两个角叫做互为余角（图 1-18）。如果两个角的和等于 180° ，那么这两个角叫做互为补角（图 1-19）。如果两个邻角互补，那么这两个角叫做邻补角（图 1-20）。

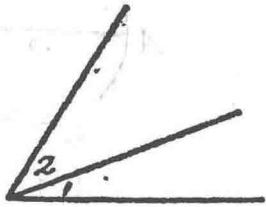


图 1-17

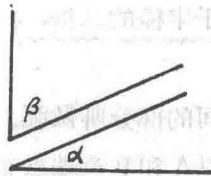


图 1-18



图 1-19

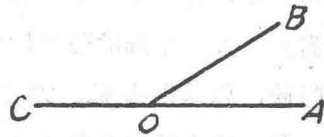


图 1-20

容易看出，同角（或等角）的余角相等，同角（或等角）的补角相等。

图 1-21 是一机械零件，为了量出它的角，工人师傅创造一种对顶角量角器，其使用方法如图所示。

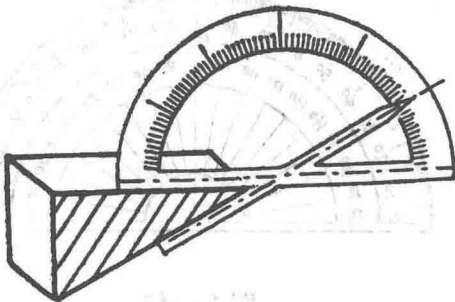


图 1-21

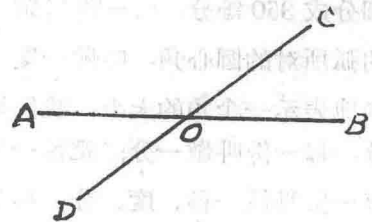


图 1-22

在 $\angle AOD$ 和 $\angle BOC$ 中（图 1-22），一个角的两边分别是另一个角的两边反向延长的射线，这样的两个角叫做对顶角。

由于 $\angle AOD$ 和 $\angle BOC$ 是同一个角 $\angle AOC$ 的邻补角，所以 $\angle AOD = \angle BOC$ 。因此，对顶角

相等。对顶角量角器就是根据这个性质制成的。

5. 角的作法

利用量角器可以画一个角使它等于已知角，还可以画出几个角的和、两个角的差，一个角的整数倍或者把一个角分成若干等分。

下面我们介绍使用直尺和圆规来作一个角等于已知角及作一个角的平分线的方法。这种方法在实际工作中是经常采用的。

(1) 作一个角使它等于已知角。

已知： $\angle AOB$ (图 1-23)。

求作： $\angle A'O'B'$ 使它等于 $\angle AOB$ 。

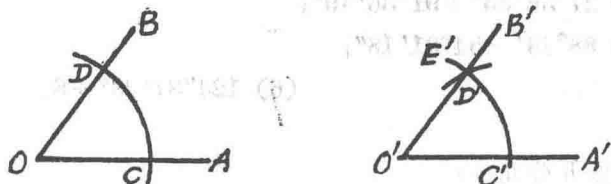


图 1-23

作法：

- ① 任意作一条射线 $O'A'$ 。
- ② 以 O 为圆心，任意长为半径作 \widehat{CD} ，分别交 OA 、 OB 于 C 、 D 。
- ③ 以 O' 为圆心， OC 的长为半径作 $\widehat{C'E'}$ ，交 $O'A'$ 于 C' 。
- ④ 以 C' 为圆心， CD 的长为半径作弧，交 $\widehat{C'E'}$ 于 D' 。

⑤ 从 O' 作经过 D' 的射线 $O'B'$ 。

$\angle A'O'B'$ 就是所要作的角。

(2) 作已知角的平分线。

已知： $\angle AOB$ (图 1-24)。

求作： $\angle AOB$ 的平分线。

作法：

- ① 以 O 为圆心，任意长为半径作 \widehat{CD} ，分别交 OA 、 OB 于 C 、 D 。
- ② 分别以 C 、 D 为圆心，大于 $\frac{1}{2}CD$ 的同样的长为半径作弧相交于 E 。
- ③ 作射线 OE 。

射线 OE 就是所要作的角平分线。

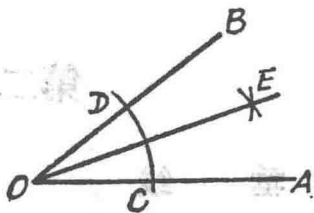


图 1-24

习 题 一

1. 说明直线、射线和线段的区别。
2. 进行下列换算：
 - (1) 无损伤缝合针直径为 0.2mm ，合多少丝？
 - (2) 我国第一艘自行设计、建造的万吨级远洋货轮“东风号”的航速是每小时约 31.44 公里，相当于每分钟多少米？
 - (3) 我国目前领海宽度是 12 海里，这个宽度等于多少公里？
3. 计算：
 - (1) $77^{\circ}45' + 50^{\circ}25'$ ；
 - (2) $180^{\circ} - 44^{\circ}20'36''$ ；
 - (3) $120^{\circ}18'5'' + 27^{\circ}36'55'' + 91^{\circ}36'19''$ ；
 - (4) $28^{\circ}36'21'' + 88^{\circ}43' - 54^{\circ}31'18''$ ；
 - (5) $27^{\circ}36'55'' \times 7$ ；
 - (6) $124^{\circ}37'23'' \div 6$ 。
4. 进行下列换算：
 - (1) 57.29° 合几度几分几秒？
 - (2) $98^{\circ}5'17''$ 合多少度？
5. 设计一个精确到 0.05mm 的游标卡尺。
6. 说明余角、补角、邻角和邻补角的区别。
7. 已知两个钝角互为邻角又相等，并且在公共边两旁的它们的另一边互相垂直，求每一个钝角的度数。
8. 用三角板和圆规，分别作出 15° 、 22.5° 、 75° 和 150° 的角。
9. 任意作两个锐角 α 、 β ，使 $\angle\alpha$ 大于 $\angle\beta$ ，作出 $\angle\alpha + \angle\beta$ 和 $\angle\alpha - \angle\beta$ 。
10. 互为邻补角的两个角的平分线构成一个直角。为什么？

第二节 垂线和平行线

一、垂 线

1. 垂线的概念

建筑工人在砌墙时，总要拉一条水平线和挂一条铅垂线，这两条直线是构成直角的。工人师傅在划线时，常常先划出这样两条称为“十字线”的直线，作为确定图形位置的标准。指南针的东西与南北方向也是相交成直角的（图1—25）。

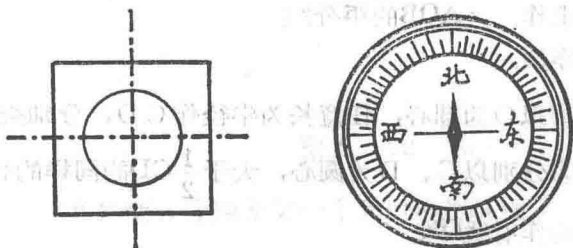


图 1—25

两条直线相交成直角,这两条直线叫做互相垂直。其中每一条叫做另一条的垂线,交点叫做垂足。如图 1—26 中,AB 和 CD 互相垂直,AB 是 CD 的垂线,CD 也是 AB 的垂线, O 是垂足。垂直用符号“ \perp ”来表示,读作“垂直于”。AB 和 CD 互相垂直时,写成 $AB \perp CD$, 或 $CD \perp AB$ 。

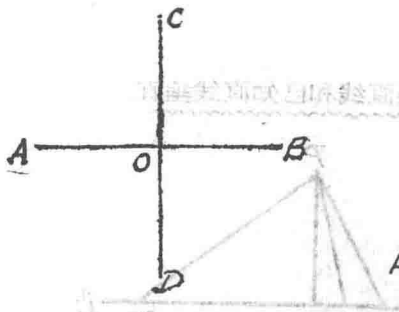


图 1—26

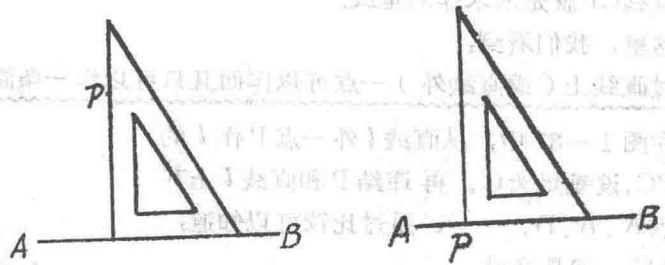


图 1—27

我们可以用三角板来画垂线。图 1—27 表示过直线外或直线上一点画垂线的方法。在生产实践中,工人师傅常用角尺画工件边缘的垂线(图 1—28)。

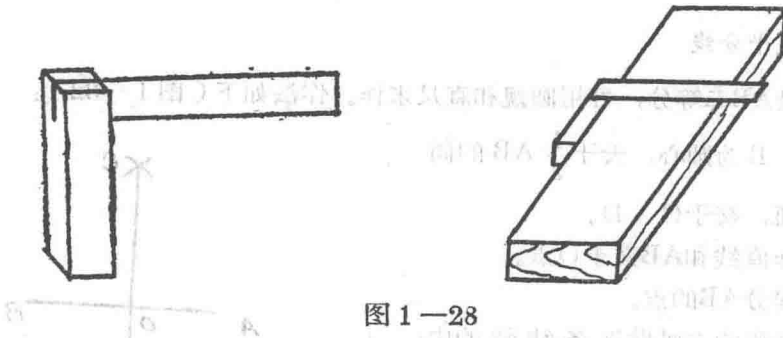


图 1—28

用直尺和圆规过直线 AB 上一点 O 作 AB 的垂线(图 1—29),实际上是作平角 AOB 的平分线。作法如图 1—29 所示。

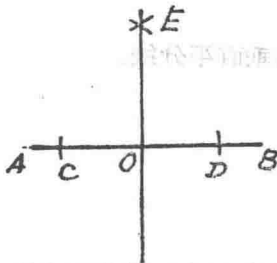


图 1—29

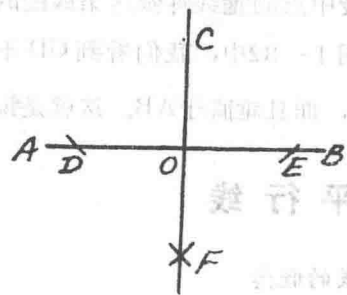


图 1—30

过直线 AB 外一点 C 作 AB 的垂线,关键在于确定除 C 点外的另一点 F 的位置(图 1—30)。作法如下:

①以C为圆心，适当长为半径作弧，和AB交于D、E。

②分别以D、E为圆心，大于 $\frac{1}{2}DE$ 的同样的长为半径作弧，相交于F。

③过C、F作直线。

直线CF就是所求作的垂线。

这里，我们看到：

过直线上（或直线外）一点可以作而且只可以作一条直线和已知直线垂直。

在图1-31中，从直线 l 外一点P作 l 的垂线PC，设垂足为C。再连结P和直线 l 上其他各点A、B、D、……，通过比较可以知道，PC最短。就是这说：

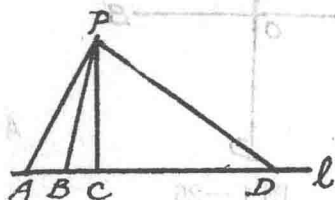


图1-31

从直线外一点到直线上各点所连的线段

中，和这条直线垂直的线段最短。

从直线外一点到直线作垂线，这点和垂足之间的距离，叫做点和直线的距离。

2. 线段的垂直平分线

要把一条线段AB二等分，可用圆规和直尺来作。作法如下（图1-32）：

①分别以A、B为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的同样的长为半径作弧，交于C、D。

②过C、D作直线和AB交于O点。

O点就是二等分AB的点。

二等分一条线段的点叫做这条线段的中点。图1-32中，O就是AB的中点。我们也可以“ $OA=OB$ ”来表示O是AB的中点。

经过线段中点的垂线叫做这条线段的垂直平分线。在图1-32中，我们看到CD不但平分AB于O点，而且垂直于AB。这就是说，CD是线段AB的垂直平分线。

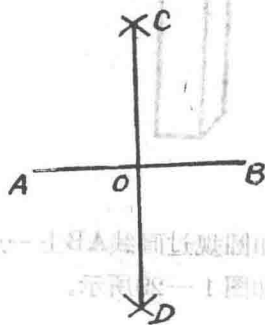


图1-32

二、平行线

1. 平行线的概念

在生产实践中，我们常常看到在一个平面内无论怎样延长也不会相交的线段。例如，笔直的两条铁轨，看作是两条线段的话，这两条线段无论怎样延长也不会相交。

在同一个平面内不相交的两条直线叫做平行线，分别在两条平行线上的两条线段就是平行的线段。

平行用符号“ \parallel ”来表示，读作“平行于”。如果直线AB平行于直线CD（图1-33），写成 $AB \parallel CD$ 。

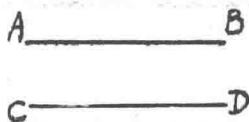


图 1-33

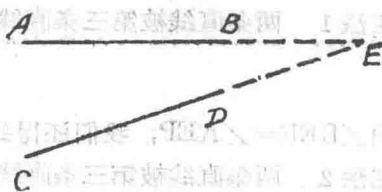


图 1-34

图1-34的AB、CD两条线段虽然不相交，但是它们延长后相交，这两条线段就不是平行的。通过十字路口一高一低的南北与东西两条电线虽然不相交，但是它们不在同一个平面内，这样的两条直线也不是平行的。

在同一个平面内的两条不相重合的直线，它们的位置关系只可能有两种，或者平行，或者相交。

2. 三线八角

在研究两条直线是否平行时，常常要考虑到一条直线截两条直线所成的角的大小。现在我们先来说明一条直线截两条直线所成的角的名称（图1-35）。

如图1-35，直线 l_3 截直线 l_1 、 l_2 成八个角。我们依照这八个角的位置关系，把它们分成若干对。

$\angle 3$ 和 $\angle 5$ ， $\angle 4$ 和 $\angle 6$ 叫做内错角。
 $\angle 1$ 和 $\angle 5$ ， $\angle 2$ 和 $\angle 6$ ， $\angle 3$ 和 $\angle 7$ ， $\angle 4$ 和 $\angle 8$ 叫做同位角。
 $\angle 3$ 和 $\angle 6$ ， $\angle 4$ 和 $\angle 5$ 叫做同旁内角。

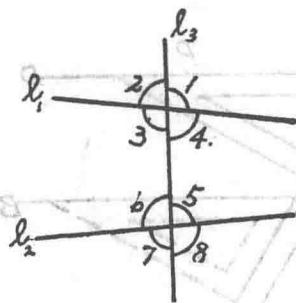


图 1-35

3. 平行线的判定

两条直线AB、CD被第三条直线PQ所截，交点是E、F， $\angle CFE$ 和 $\angle BEF$ 是一对内错角。我们把AB看作是由PQ的位置绕着E点按反时针方向旋转而得到的。在旋转的过程中，AB陆续取 A_1B_1 、 A_2B_2 、…… A_nB_n 、……的位置，它们与CD的交点分别是 B_1 、 B_2 、…… B_n 、……。显然， $\angle B_1EF < \angle B_2EF < \dots < \angle B_nEF < \dots < \angle CFE$ ，

$FB_1 < FB_2 < \dots < FB_n < \dots$ 。

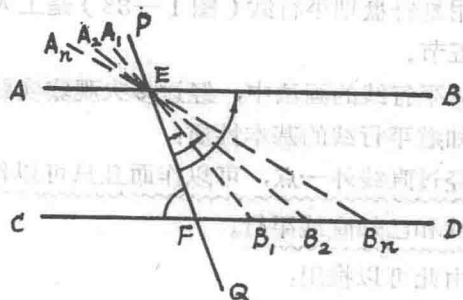


图 1-36

不难发现，这样的旋转再继续下去，“数量的变化达到了某一个最高点，引起了统一物的分

解，发生了性质的变化”（《毛泽东选集》第三〇七页），当AB转到这样一个位置—— $\angle BEF = \angle CFE$ 时，AB和CD的关系便突变而为没有交点了。这时， $AB \parallel CD$ 。由此得到：

平行线判定法 1 两条直线被第三条直线所截，如果一对内错角相等，那么这两条直线平行。

由于对顶角 $\angle BEF = \angle AEP$ ，我们还得到：

平行线判定法 2 两条直线被第三条直线所截，如果一对同位角相等，那么这两条直线平行。

根据判定法 2，容易知道：

如果两条直线都和第三条直线垂直，那么这两条直线平行。

由于 $\angle BEF$ 和 $\angle AEF$ 是一对邻补角，我们又得到：

平行线判定法 3 两条直线被第三条直线所截，如果一对同旁内角互补，那么这两条直线平行。

过直线AB外一点P，我们只要用直尺和三角板按图 1—37甲所示，就可以作出平行于AB的直线CD。用丁字尺或角尺也可以作平行线，作法如图 1—37乙、丙所示。这些作平行线的方法，都是根据判定法 2 来作的。

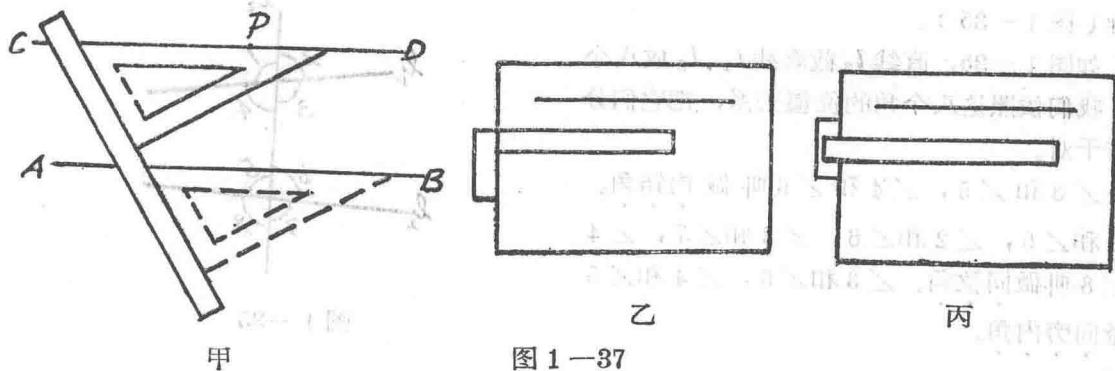


图 1—37

用划针盘划平行线（图 1—38）是工人师傅最常用的划平行线的方法，这个方法的根据见第五节。

从平行线的画法中，经过多次观察实践，可以知道平行线的基本性质：

经过直线外一点，可以作而且只可以作一条直线和已知直线平行。

由此可以推出：

如果两条直线都和第三条直线平行，这两条直线也互相平行。

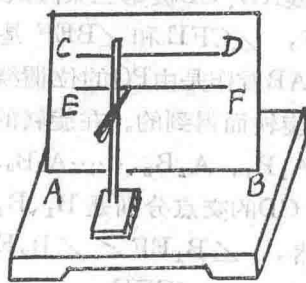


图 1—38

这是因为，如果这两条直线相交的话，那么经过这个交点就有两条直线和第三条直线平

行。但这是和平行线的基本性质矛盾的。

4. 平行线的性质

如果两条直线AB和CD平行，任意作一条直线PQ和它们相交于两点E、F(图1—39)。我们用量角器度量一下，可以发现任何一对内错角都相等。这就是平行线的性质。

平行线性质 1 两条平行线被第三条直线

所截，内错角相等。

平行线性质 2 两条平行线被第三条直线

所截，同位角相等。

根据性质 2，容易知道：

如果一条直线和两条平行线中的一条垂

直，它也和另一条垂直。

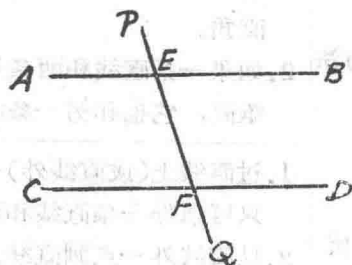


图 1—39

平行线性质 3 两条平行线被第三平直线

所截，同旁内角互补。

例 在工厂里测定圆锥体工件H的锥角 θ 时，常用正弦规(图1—40)。正弦规中的两圆柱棒相距100mm(或200mm)。使用时，其中一圆柱放在平台上，另一圆柱下面垫上块规(一种精确到半丝的量具)。把工件放在正弦规上，用增减块规的方法使工件的另一面与平台平行(这可以用千分表来测定)。如果正弦规与平台的交角是 α ，那么锥角 $\theta = \alpha$ ，为什么?

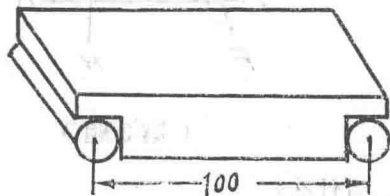


图 1—40

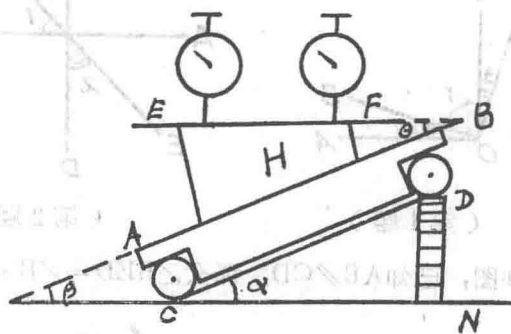


图 1—41

解：从图1—41， $EF \parallel CN$ ，故有 $\theta = \beta$ 。

又因 $AB \parallel CD$ ，则 $\beta = \alpha$ ，那么 $\theta = \alpha$ 。

附带指出：正弦规与平台的交角 α 是由所垫的块规的厚度与正弦规的圆柱棒距离之比确定的。这在第二章中将要讲到这个问题。