



# 过程能力分析

PROCESS CAPABILITY ANALYSES

孙 静 王胜先 杨穆尔著



清华大学出版社



# 过程能力分析

PROCESS CAPABILITY ANALYSES

孙 静 王胜先 杨穆尔◎著

清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

中国制造在全球制造中扮演着越来越重要的角色，然而围绕着中国制造的国际争端层出不穷，恶性质量事件触目惊心。世界需要中国制造，但激烈的全球竞争对中国制造提出了严峻考验。面对不断提升的客户要求，过程能力分析尤为重要。

本书系统梳理过程能力分析的应用现状与研究成果；指出生产现场混用、误用现象的原因，解决了存在的解释混乱、矛盾甚至错误的问题；给出自相关过程的设计方案及分析结果，探讨了多元自相关过程控制的途径。

本书不仅可以服务于质量科学研究人员的科学的研究，而且为企业正确有效地使用过程能力分析提供了指南。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签，无标签者不得销售。

版权所有，侵权必究。侵权举报电话：010-62782989 13701121933

### 图书在版编目(CIP)数据

过程能力分析/孙静等著. --北京：清华大学出版社，2013

(清华汇智文库)

ISBN 978-7-302-32231-3

I. ①过… II. ①孙… III. ①企业管理—质量管理—研究 IV. ①F273.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 084537 号

责任编辑：高晓蔚

封面设计：汉风唐韵

责任校对：王凤芝

责任印制：沈 露

出版发行：清华大学出版社

网 址：<http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址：北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编：100084

社总机：010-62770175 邮 购：010-62786544

投稿与读者服务：010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈：010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者：三河市君旺印装厂

装 订 者：三河市新茂装订有限公司

经 销：全国新华书店

开 本：170mm×230mm 印 张：11 字 数：186 千字

版 次：2013 年 5 月第 1 版 印 次：2013 年 5 月第 1 次印刷

印 数：1~2500

定 价：35.00 元

# F 前言 Foreword

过去 30 年间,中国企业的管理水平取得了长足进步;然而,毋庸置疑,中国企业在学习和借鉴国际最先进的管理理论与管理经验的同时,也在补课,在夯实规范化管理、标准化管理、精细化管理、精准化管理等这些组织管理的基础。

工业化的基础是标准化,包括产品标准化、功能标准化、部件标准化、过程标准化、能力标准化等。在工业革命的背景下,“科学管理之父”的弗雷德里克·泰勒(Frederick W. Taylor,1856—1915)于 1903 年、1911 年先后出版专著《工场管理》和《科学管理的原理和方法》,奠定了现代科学管理的基础。时至今日,标准化管理作为泰勒科学管理理论的重要组成部分,早已深入人心。100 年来经过多次关于管理的科学性与艺术性的讨论,对工人是“经济人”的前提假设不断拓展,但不可否认,对事物的认识是循序渐进的,事物的发展是螺旋上升的,泰勒为西方企业界夯实了科学管理的基石。

中国制造在全球制造中扮演着越来越重要的角色。然而,近年来中国制造的国际争端层出不穷,百姓身边的恶性质量事件触目惊心。世界需要中国制造,但激烈的全球竞争是对中国制造的严峻考验。审视中国制造的发展历程和管理现状,中国企业迫切需要对过程进行科学管理,实现组织的规范化管理、标准化管理、精细化管理和精准化管理。过程能力分析是统计过程控制的重要组成部分,是实现预防为主、根除隐患、管理精准化的必由之路。面对不断提升的客户要求,基于客户要求的过程能力分析就显得尤为重要。该研究得到国家社会科学基金项目“过程能力的统计分析”(08BTJ002)的资助。

本书系统梳理了国内外对过程能力分析的研究成果与应用现状;对比分析过程能力指数和过程性能指数,指出生产现场混用、误用现象的原因,明确其应用前提,解决了对过程性能指数的解释混乱、矛盾甚至错误的问题。分析了自相关数据对过程能力指数的影响,提出自相关过程能力指数的设计方案及分析结果,并探讨



## 过程能力分析

了多元自相关过程控制的途径。本书不仅对从事质量科学的研究人员和质量工作者有借鉴意义,还能为企业正确有效地使用过程能力分析提供指南。

清华大学出版社高晓蔚老师对本著作的文字、图表做了认真的编辑。感谢所有为该书出版默默工作的人们!

由于作者水平有限,书中难免出现偏颇和错误,敬请读者批评指正!

全体作者

2013年3月30日

# C 目录 [ contents ]

|                               |              |
|-------------------------------|--------------|
| <b>第 1 章 引言 .....</b>         | <b>1</b>     |
| 1.1 过程能力与指数 .....             | 2            |
| 1.2 统计过程控制 .....              | 3            |
| 1.2.1 波动理论 .....              | 3            |
| 1.2.2 常规控制图的判断准则 .....        | 4            |
| 1.2.3 过程改进的策略 .....           | 5            |
| 1.3 过程能力分析的假设前提 .....         | 6            |
| 1.3.1 统计控制状态的假设 .....         | 7            |
| 1.3.2 样本代表性的假设 .....          | 7            |
| 1.3.3 正态分布的假设 .....           | 7            |
| 1.3.4 数据的独立性假设 .....          | 8            |
| <br><b>第 2 章 过程能力分析 .....</b> | <br><b>9</b> |
| 2.1 过程能力 .....                | 9            |
| 2.2 过程能力指数 .....              | 11           |
| 2.2.1 传统的过程能力指数 .....         | 12           |
| 2.2.2 一般化的过程能力指数 .....        | 13           |
| 2.2.3 考虑目标值的过程能力指数 .....      | 15           |
| 2.2.4 基于合格率的过程能力指数 .....      | 16           |
| 2.3 过程性能指数 .....              | 17           |
| 2.3.1 传统的过程性能指数 .....         | 18           |
| 2.3.2 一般化的过程性能指数 .....        | 18           |
| 2.4 指数的可靠性研究 .....            | 19           |



|                                     |           |
|-------------------------------------|-----------|
| 2.4.1 过程能力指数的概率特性 .....             | 19        |
| 2.4.2 测量误差的影响 .....                 | 23        |
| <b>第3章 过程能力指数与过程性能指数的对比分析 .....</b> | <b>24</b> |
| 3.1 过程能力指数与过程性能指数 .....             | 24        |
| 3.2 单值数据的过程能力指数与过程性能指数 .....        | 25        |
| 3.2.1 单值数据 .....                    | 25        |
| 3.2.2 指数的估计 .....                   | 26        |
| 3.2.3 数据模拟及分析 .....                 | 27        |
| 3.3 成组数据的过程能力指数与过程性能指数 .....        | 33        |
| 3.3.1 成组数据 .....                    | 33        |
| 3.3.2 指数的估计 .....                   | 33        |
| 3.3.3 数据模拟及分析 .....                 | 34        |
| 3.4 实例分析 .....                      | 39        |
| 3.4.1 过程性能指数的计算 .....               | 39        |
| 3.4.2 过程能力指数的计算 .....               | 40        |
| 3.5 小结 .....                        | 41        |
| <b>第4章 自相关过程能力分析 .....</b>          | <b>43</b> |
| 4.1 自相关过程的统计控制状态 .....              | 43        |
| 4.2 基于 AR(1)模型的参数估计 .....           | 46        |
| 4.2.1 AR(1)模型及相关估计 .....            | 46        |
| 4.2.2 自相关对样本均值和方差的影响 .....          | 47        |
| 4.3 自相关对基于观测值的过程能力指数的影响 .....       | 53        |
| 4.3.1 自相关对 $C_{pr}$ 的影响 .....       | 53        |
| 4.3.2 自相关对 $C_{pkp}$ 的影响 .....      | 60        |
| 4.3.3 自相关对 $C_{pnp}$ 的影响 .....      | 68        |
| 4.3.4 三种指数的置信区间效果分析 .....           | 82        |
| 4.4 自相关对基于残差的过程能力指数的影响 .....        | 90        |
| 4.5 小结 .....                        | 92        |

|                                  |     |
|----------------------------------|-----|
| <b>第 5 章 基于 AR(1)模型的过程能力分析方案</b> | 93  |
| 5.1 过程能力指数的五种设计方案                | 93  |
| 5.1.1 基于模型的设计方案                  | 93  |
| 5.1.2 不基于模型的设计方法                 | 95  |
| 5.2 五种设计方案的比较                    | 98  |
| 5.2.1 小样本情况下的比较                  | 98  |
| 5.2.2 大样本情况下的比较                  | 102 |
| 5.3 自相关过程的过程能力分析流程               | 107 |
| 5.4 实例分析                         | 108 |
| 5.4.1 检验过程是否受控                   | 108 |
| 5.4.2 正态性检验                      | 109 |
| 5.4.3 确定自相关模型                    | 110 |
| 5.4.4 计算过程能力指数                   | 111 |
| 5.4.5 制定行动方案                     | 111 |
| 5.5 小结                           | 111 |
| <b>第 6 章 多元过程能力分析</b>            | 113 |
| 6.1 以区域比构造的多元过程能力指数              | 114 |
| 6.2 以损失函数构造的多元过程能力指数             | 116 |
| 6.3 以不合格率构造的多元过程能力指数             | 118 |
| 6.4 以数据降维法构造的多元过程能力指数            | 118 |
| 6.5 以向量法构造的多元过程能力指数              | 120 |
| 6.6 其他多元过程能力指数                   | 121 |
| <b>第 7 章 多元自相关过程控制及能力分析</b>      | 123 |
| 7.1 多元自相关过程的残差 $T^2$ 控制图         | 123 |
| 7.1.1 多元自相关过程的残差 $T^2$ 控制图模型     | 123 |
| 7.1.2 多元自相关过程的偏移量                | 124 |
| 7.1.3 多元自相关过程残差 $T^2$ 控制图的控制效果   | 126 |
| 7.2 多元自相关过程的 VAR 控制图             | 127 |
| 7.2.1 向量自回归模型的性质                 | 127 |



## 过程能力分析

|  |     |
|--|-----|
| 7.2.2 VAR 控制图 .....                    | 128 |
| 7.2.3 VAR 控制图的应用 .....                 | 129 |
| 7.2.4 VAR 控制图的控制效果 .....               | 132 |
| 7.2.5 VAR 控制图与残差 $T^2$ 控制图的对比研究 .....  | 134 |
| 7.2.6 结论 .....                         | 136 |
| 7.3 以区域比构造的多元自相关过程能力指数 .....           | 136 |
| 7.3.1 基于 VAR 控制图的多元过程能力指数 .....        | 137 |
| 7.3.2 基于残差 $T^2$ 控制图的多元过程能力指数 .....    | 137 |
| <br>附录 A 实例数据 .....                    | 139 |
| <br>附录 B 公式证明 .....                    | 144 |
| B.1 $C_{pkr}$ 估计量的期望值及近似偏移量 .....      | 144 |
| B.2 以 $T$ 为目标值的非中心二阶矩的方差 .....         | 145 |
| B.3 $C_{pmr}$ 的偏移量上限 .....             | 146 |
| B.4 $C_{pmr}$ 估计量的近似置信区间 .....         | 146 |
| <br>附录 C 多元自相关过程残差 $T^2$ 控制图模拟步骤 ..... | 149 |
| <br>附录 D 多元自相关过程残差 $T^2$ 控制图模拟数据 ..... | 150 |
| <br>参考文献 .....                         | 157 |

# 第1章

## 引言

中国制造在全球制造中正扮演着越来越重要的角色。专家预测,在未来的一二十年间,中国有望成为“世界制造中心”。近年来围绕着中国制造的国际争端,人们还记忆犹新。虽然这些事件的最终结果都一再证实了世界需要中国制造,但是,日益激烈的全球市场竞争对中国制造的长远发展提出了严峻的考验。针对不断提升的客户要求,研究满足客户要求的过程能力就显得尤为重要。

对中国制造产品质量的监督管理,不论是企业自身还是质量监督检验检疫系统,都把相当多的注意力投在质量检验环节。质量检验确实是不可或缺的。然而,质量检验是事后把关,无法有效地实现事先预防。质量检验所得到的诸如产品不合格等结果,有些是无法补救的,如:三聚氰胺超标的婴幼儿奶粉等,虽然企业应该为不合格的结果负责并承担相应的经济损失,但不可否认这也造成社会资源的巨大浪费。有些不合格的产品,如:家用电器等,是可以后续处理加以补救的,但研究表明维修后的产品往往仍存在着安全隐患。同时,考虑到检验时间与成本,检验通常采取抽样检验,即使在随机抽样的理论前提下,依旧存在着误判的第一类错误和第二类错误;而严格意义上的抽样检验在现实工作中几乎是无法实现的,尽管有各种预先设计的抽样方案可供选择,实际工作者在操作过程中也很难完全摒弃人为因素的影响。近年来,国际标准化组织 ISO 已经认识到质量检验存在的问题,明确提出要加强关于过程控制和过程能力分析的国际标准的制定工作,一系列



关于过程控制和过程能力分析的国际标准陆续发布。过程能力分析是实现预防为主、根除隐患、管理精准化的必由之路。

### 1.1 过程能力与指数

过程能力(process capability)是指过程的加工水平满足要求的能力,以衡量过程加工的内在一致性。这里的要求包含国际标准、国家标准、行业标准和客户要求等。故而,过程能力常被用于反映过程满足客户期许(customer expectation)的能力。若过程能够很好地满足客户需求就认为过程是有能力的;反之,则意味着过程能力不足。这是对过程能力的整体抽象性的概括。

在实际工作中,为了对过程能力进行观察、测量、分析或比较,过程能力需要更加明确地定义,通常使用的可量化指标为过程能力指数(process capability index, PCI)。随着QS 9000在汽车业的推广以及ISO/TS 16949的广泛采纳,过程性能指数(process performance index)作为过程能力的另一个可量化指标也逐渐被大家认识。

由于过程能力是对过程加工内在一致性的反映,因此过程能力研究面临的首要问题是:如何有效地描述过程的内在一致性。通常的做法,是利用处于统计控制状态(state in statistical control,简称稳态)的过程观测数据来估计过程变异,以反映过程固有的、内在的一致性。因此,在实际工作中,往往都要先利用控制图进行过程是否处于统计控制状态的判断。若过程未处于统计控制状态,需要先进行调整以消除过程的异常因素。只有在过程处于统计控制状态的情况下,才能计算过程能力指数,以反映过程的内在一致性满足要求的程度。而这样得到的过程能力指数,给出了企业在正常工作状态下所生产的产品满足要求的程度。

在具体的应用中,过程能力分析与过程控制有着紧密的联系。过程控制和过程能力分析是统计过程控制的两个必要的环节。

## 1.2 统计过程控制

统计过程控制 SPC 是英文 statistics process control 的缩写,就是应用统计技术对过程进行控制,从而达到改进与保证产品质量的目的。这里的统计技术泛指任何可以应用的数理统计方法,以实现过程控制的控制图理论和过程能力分析为主线。统计过程控制理论的研究虽是从加工过程开始的,但其研究成果适应于各种过程,如设计过程、管理过程、流程式生产等。

### 1.2.1 波动理论

早在 20 世纪 20 年代,贝尔电话实验室成立了以休哈特为首的过程控制研究组,提出了过程控制理论和监控过程的工具——控制图,第一张控制图诞生于 1924 年 5 月 16 日。休哈特创建的过程控制理论,以 1931 年出版的名著《工业产品质量的经济控制》为标志,从质量控制理论的发展史来看,休哈特被称为统计过程控制 SPC 的奠基人。

人们对波动有以下认识:

- 过程中有许多导致波动的因素存在;
- 每种因素的发生是随机的且无法预测,然而这些因素都影响着过程的输出,即质量特性;
- 质量特性有波动是正常现象,无波动倒是虚假现象;
- 彻底地消灭波动是不可能的,但减少波动是可能的;
- 控制过程就是要把波动限制在允许的范围内,超出范围就要设法减少波动并及时报告,迟到的报告就有可能引起损失,是失职行为。

导致质量特性波动的因素根据来源的不同,可分为人(man)、机(machine)、料(material)、法(method)、环(environment)、测(measurement) 6 个方面,简称为 5M1E。从对质量影响的大小来分,质量因素又可分为偶然原因(common cause)和可查明原因(assignable cause)两大类。偶然原因,简称为偶因,又称为一般原

## 过程能力分析

因。可查明原因,又称为特殊原因(special cause),俗称异常原因,简称为异因。《常规控制图》国家标准 GB/T 4091-2001 对此做了如下的解释:

控制图理论认为存在两种变异。第一种变异为随机变异,由“偶然原因”(又称为“一般原因”)造成。这种变异是由种种始终存在的、且不易识别的原因所造成,其中每一种原因的影响只构成总变异的一个很小的分量,而且无一构成显著的分量。然而,所有这些不可识别的偶然原因的影响总和是可度量的,并假定为过程所固有。消除或纠正这些偶然原因,需要管理决策来配置资源,以改进过程和系统。

第二种变异表征过程中实际的改变。这种改变可归因于某些可识别的、非过程所固有的,并且至少在理论上可加以消除的原因。这些可识别的原因称为“可查明原因”或“特殊原因”。它们可以归结为原材料不均匀、工具破损、工艺或操作的问题、制造或检测设备的性能不稳定等等。

偶然原因引起质量的偶然波动(简称偶波),异常原因引起质量的异常波动(简称异波)。偶波是不可避免的,但对质量的影响微小,故可把它看作背景噪声而听之任之。异波则不然,它对质量的影响大,且采取措施不难消除,故在过程中异波及造成异波的异因是关注的对象,一旦发生,就应该尽快找出,采取措施加以消除,并纳入标准,保证它不再出现。将质量因素区分为偶然原因与异常原因,质量波动区分为偶然波动与异常波动,并分别采取不同的处理策略,这是休哈特的贡献。

控制图就是用来区分正常波动与异常波动的一种工具,控制图上的控制界限是区分正常波动与异常波动的科学界限。只有偶然原因没有异常原因的状态,称为统计控制状态(state in statistical control),简称稳态,是实施过程控制所追求的目标。

休哈特提出的控制图亦称为常规控制图,简称休图。按数据的性质分成计量控制图和计数控制图两大类。在计量控制图中,常用的是均值-极差( $\bar{X}$ -R)控制图和均值-标准差( $\bar{X}$ -s)控制图。

### 1.2.2 常规控制图的判断准则

以均值  $\bar{X}$  控制图为例,判断过程是否出现异常因素、是否处于统计控制状态的 8 条检验准则如图 1.1 所示。

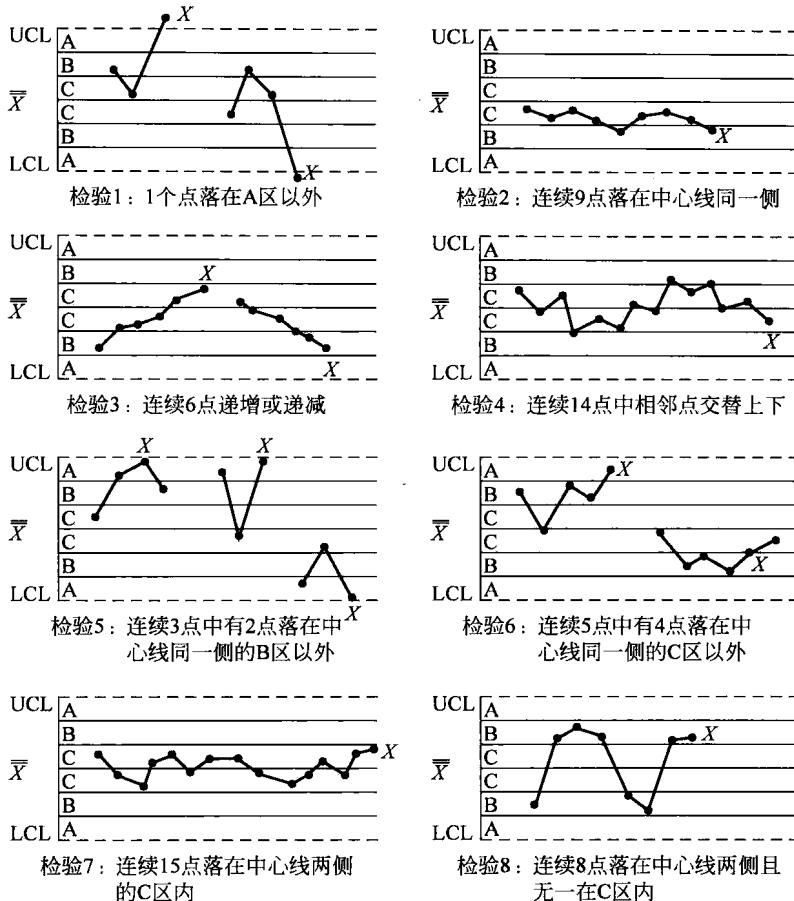


图 1.1 判断异常的检验准则

### 1.2.3 过程改进的策略

图 1.2 给出了过程改进的策略。该策略的前半部分以均值-极差( $\bar{X}-R$ )控制图为例,展示了数据采集、异常原因判断、统计控制状态确认等过程控制的环节。该策略的后半部分首先给出了由均值-极差( $\bar{X}-R$ )控制图和均值-标准差( $\bar{X}-s$ )控制图可得到的总体参数 $\sigma$ 的估值 $\bar{R}/d_2$  和 $\bar{s}/c_4$ ,其中, $d_2$  和 $c_4$  可查计量控制图控制限的参数表得到。进而,计算过程能力指数(process capability index, PCI)。随后,给出了过程能力分析和改进的途径。

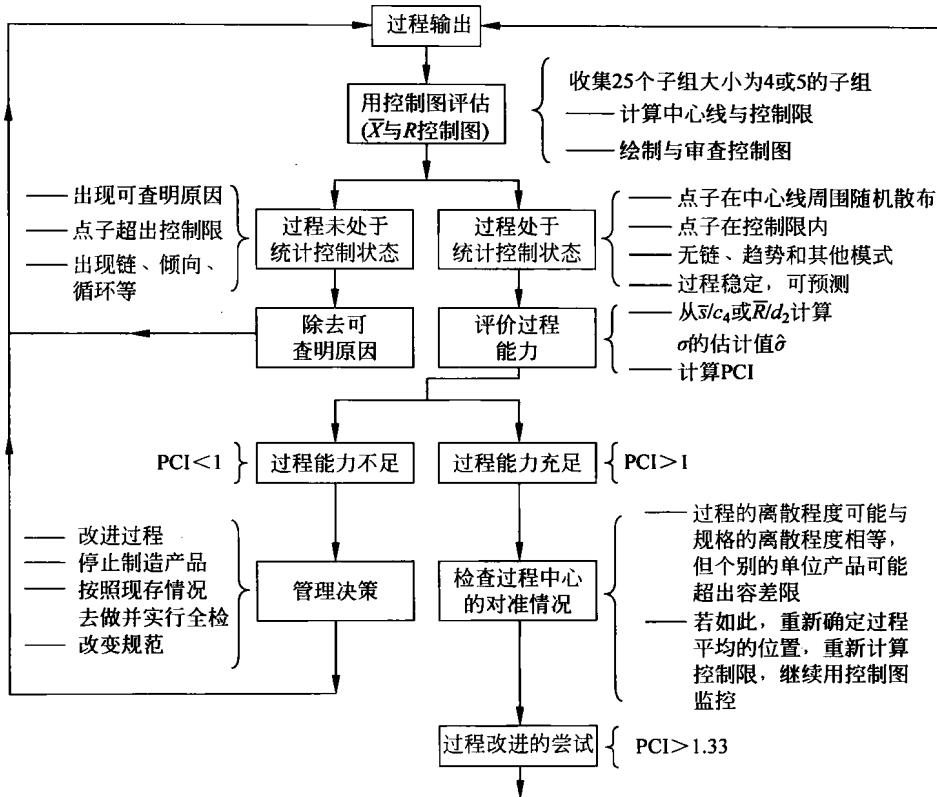


图 1.2 过程改进的策略

### 1.3 过程能力分析的假设前提

由于在实际应用中,过程能力分析往往与过程控制相结合,采用如图 1.2 所示的过程改进途径,故而,进行过程能力分析时,需要满足下列假设前提:

- 过程处于统计控制状态: 没有异常因素出现,过程也没有发生漂移或振荡。因此,计算过程能力指数之前,必须对所研究的过程进行判定以确定是否处于统计控制状态,只有处于统计控制状态的过程才能计算过程能力指数。

- 样本具有代表性：即随机抽取的样本可反映总体特性。
- 正态分布：过程观测值服从正态分布。
- 过程观测值彼此统计独立。

### 1.3.1 统计控制状态的假设

关于过程是否处于统计控制状态，可以利用控制图对过程进行分析，通过消除异常因素得以实现。自从 1924 年诞生第一张控制图至今，已有成千上万篇论文专注于过程控制的重要工具控制图，可以对过程是否存在异常因素、是否处于统计控制状态进行判断。

过程能力指数的计算往往要满足过程处于统计控制状态的前提条件。过程性能指数作为过程能力的另一个可量化指标，它的计算并不要求过程必须处于统计控制状态，因此，过程性能指数只能反映观测数据所代表的产品或过程满足要求的程度。而正因为过程能力指数的计算要求具备过程处于统计控制状态的前提，所以，过程能力指数反映的是过程固有的一致性满足要求的程度。

本书第 3 章将针对单值数据和成组数据的情况，对过程能力指数与过程性能指数这两类指数进行了对比研究。在过程处于统计控制状态的条件下，通过蒙特卡罗(Monte Carlo)模拟，以均方误(MSE)准则，分析过程能力指数与过程性能指数这两类指数与过程能力真值的偏离程度。通过 Bootstrap 方法建立两类指数的置信区间，分析置信区间的效果。

### 1.3.2 样本代表性的假设

关于随机抽取的样本可反映总体特性、样本具有代表性的假设前提，经过统计抽样几十年来的理论研究和实际应用，已有较为成熟、有效的途径来加以保证，本书对此不再赘述。

### 1.3.3 正态分布的假设

关于过程观测值服从正态分布的假设，早已不再是一个严格的前提条件。目前已有大量的文献对非正态分布的过程能力进行研究，本书第 2 章将系统地介绍



各种具有普适性的、更一般化的过程能力指数的定义。

### 1.3.4 数据的独立性假设

关于观测值彼此统计独立的假设前提,近年来随着测量技术和采集数据技术的发展,自相关数据在现实中普遍存在。比如,间隔 0.5 秒对烟叶水分的自动检测,观测值间通常高度相关。生产过程存在惯性,当取样时间间隔小到不足以忽略惯性作用时,过程的观测值就会呈现自相关。数据采集的高频率往往导致过程的检测数据自相关,有些制造过程的数据独立性假设甚至不能近似满足。本书将对自相关数据过程能力分析问题的研究成果进行详细介绍。

第 4 章将基于 AR(1) 模型,分析自相关对三类过程能力指数( $C_p$ , $C_{pk}$ , $C_{pm}$ )的影响。自相关的出现使得样本均值和样本方差的估计误差增大,会对过程能力指数的可靠性产生不良影响。故而,在自相关对样本均值和方差的影响进行分析的基础上,推导出自相关对  $C_p$ , $C_{pk}$ , $C_{pm}$  的影响,如  $C_p$ , $C_{pk}$ , $C_{pm}$  估计量的近似偏移量、样本均值、样本方差等。通过数据模拟的方法,研究了三类指数( $C_p$ , $C_{pk}$ , $C_{pm}$ )估计量的经验概率分布。进而,提出修正的对称置信区间,并验证置信区间的效果。随后,从残差角度,分析了自相关对  $C_p$ , $C_{pk}$ , $C_{pm}$  三类指数的影响。

第 5 章将从有模型法(model-based)和无模型法(model-free)两个方向,提出 5 种过程能力指数的设计方案,即观测值法、修正观测值法、残差法、跳跃取值法、批量法。通过理论推导和数据模拟,比较了 5 种设计方案的优缺点。观测值法在所有情况下表现较好,而且该方案和传统的过程能力指数的计算一样,只是置信区间的估计不再使用传统的方法,而要使用本书第 4 章提出的修正置信区间。有模型法和无模型法相比,有模型法需要承担模型估计不精确的风险,而无模型法存在着丢失信息的风险。随后,给出自相关数据过程能力分析流程,并以实例展示具体分析流程。

在第 6 章多元过程能力分析的基础上,第 7 章探讨多元自相关过程的控制及过程能力分析。提出残差  $T^2$  控制图与 VAR 控制图综合运用,解决多元自相关过程控制问题。定义多元自相关过程的偏移量,分析残差  $T^2$  控制图与 VAR 控制图的控制效果。经过对比研究,给出二者的选用标准。残差  $T^2$  控制图更适合检测过程出现的大偏移; VAR 控制图更适合检测过程出现的小偏移。针对残差  $T^2$  控制图与 VAR 控制图各自的设计特色,借鉴以区域比构造多元过程能力指数的思想,分别给出多元自相关过程残差  $T^2$  控制和自回归 VAR 控制的多元过程能力指数的设计。