新编普通高等院校**物理专业**系列教材

理论力学

丁光涛◎编著

中国科学技术大学出版社

新编普通高等院校**物理专业**系列教材

理论力学

丁光涛◎编著

中国科学技术大学出版社

内 容 简 介

本书是按照教育部《物理学本科指导性专业规范》的规定和要求编撰的普通高等教育本科物理专业及相关专业的经典力学教材。全书分为牛顿力学概要、拉格朗日力学、力学的变分原理、有心运动、刚体的运动和哈密顿力学六章，内容安排由浅入深，适当控制难度，便于教学，注意与普通物理力学和后续其他理论物理的衔接，注意从矢量力学到分析力学的过渡，引导读者逐步了解经典力学，同时列入一些选修自学内容，介绍若干力学新的成果，以激发读者的求知兴趣，培养读者的创新意识。全书概念准确，论证严谨，叙述简明，脉络清晰，各章配备了一定的例题和习题，书末给出了必要的参考文献。

本书可以作为教学型大学物理和应用物理专业，特别是高等师范院校物理教育专业本科生的教材，对一般理工科院校相关专业的师生也是一本有价值的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/丁光涛编著. —合肥：中国科学技术大学出版社，2013.5

（新编普通高等院校物理专业系列教材）

ISBN 978-7-312-03181-6

Ⅰ. 理…　Ⅱ. 丁…　Ⅲ. 理论力学—高等学校—教材　Ⅳ. O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 014646 号

出版　中国科学技术大学出版社

安徽省合肥市金寨路 96 号，230026

http://press.ustc.edu.cn

印刷　合肥市宏基印刷有限公司

发行　中国科学技术大学出版社

经销　全国新华书店

开本　710 mm×960 mm　1/16

印张　17

字数　300 千

版次　2013 年 5 月第 1 版

印次　2013 年 5 月第 1 次印刷

定价　30.00 元

新编普通高等院校物理专业系列教材

编　委　会

前　　言

本书是按照《物理学本科指导性专业规范》的规定和要求编撰的普通高等教育本科物理专业及相关专业的经典力学教材。内容包括牛顿力学、拉格朗日力学和哈密顿力学，共分六章：牛顿力学概要、拉格朗日力学、力学的变分原理、有心运动、刚体的运动、哈密顿力学。第 1 章在普通物理力学基础上，概括了质点和质点系力学的基本概念、基本原理、基本定理和守恒定律，并以典型例题说明基本方法；第 2 章和第 3 章包括拉格朗日力学的基本概念、微分形式和积分形式的变分原理、拉格朗日方程及其积分、变分法逆问题等；第 4 章集中研究了有心运动的规律，这是前三章矢量力学和拉格朗日力学两种理论和方法的综合应用；第 5 章研究刚体的运动，内容与其他同类教材有所区别，注意相关概念的讨论，适当保留部分静力学内容，重点讨论了平面运动和定点转动；第 6 章包括哈密顿力学的主要概念、原理和规律，内容注重与后续理论物理课程的衔接，并简要介绍了伯克霍夫力学。

教材是课程教学的基本依据，应当以学生为本。根据教学对象的特点，本教材的内容安排与理工科院校教材有明显区别，难度设置也适当低于综合大学物理专业教材，但是，加强了对基本概念和规律的论述，以及对基本方法的训练，尽可能改变某些理论力学教材中出现的重数学方法、轻物理内容的倾向。由于理论力学是第一门理论物理，教材兼顾了两个过渡：一是从普通物理力学到理论力学的过渡，这点在第 1 章中体现得很清楚；二是从矢量力学到分析力学的过渡，表现在对分析力学基本概念的引入、一些基本规律的表述和应用上，都用了较大的篇幅，适当减小“坡度”，让学习者逐渐习惯分析力学不同于矢量力学的特点。

力学中三个重要的运动模式：振动、有心运动和刚体运动，教程中都被作为重点内容，但处理方式不同。其中振动在普通物理力学中已系统讨论过，本教材则多次分散在不同的章节中讨论，并引入了新的知识，如简谐振动、耦合振动和阻尼振动的分析力学处理。有心运动部分内容比一般教材多而新，既有比较完整的相关规律讨论，又有适应后继课程需要和当代航天科技发展形势的若干内容。第 5 章主要讨论了刚体力学，这是重点章节。由于学生对刚体力学部分比较生疏，故用了

较大的篇幅，突出了从刚体的特点和具体运动形式的特征来引入相关的概念和规律，并充分利用实例说明刚体运动理论。

尽管理论力学已经历三个半世纪的发展，是最成熟的物理理论，但是它仍然在发展，那种认为力学已经封闭的观点是不符合实际的。因此，本教材内容的安排适当体现了与时俱进的精神，编入了一些涉及力学学科发展的新内容，如伯克霍夫方程、尼尔森方程、拉格朗日函数等效变换、动力学逆问题和变分法逆问题等，部分内容突破了若干力学的传统观念。这样做一方面使力学知识体系更完整，另一方面以新的知识去解放学生的思想，培养其创新精神和能力。在本书的参考文献中，除了一些流行的标准教材以外，还收入了若干与经典力学新的进展有关的文献，供有兴趣的读者进一步研究参考。

教材应当便于教师进行教学。《专业规范》规定的学时有限，但在不同的学年，学时有较大的变动范围，选用的学校的情况也有较大差别，因此，本教材内容实际上存在主干部分和组合部分，后者大多自成一节或一小节，插上能与其他部分内容配合成为一体，略去也不影响教学内容的系统完整。特别是上述力学新发展的内容大多列为选修，不影响课程的整体教学；同时又合理设置难度，可让有兴趣、有余力的学生自学。此外，教材中习题的数量和难度有所控制，注重例题与习题的配合。

这里，编者感谢安徽师范大学物理与电子信息学院领导和有关同志的支持和指导，感谢研究生甘慧兰和王宗翠同学的帮助，她们认真地录入了全部书稿。

丁光涛

2012 年 10 月

目　　次

第 1 章　牛顿力学概要

理论力学研究宏观物体低速运动的规律，它的奠基与首次集成应归功于牛顿(I. Newton，1642～1727)。虽然力学理论体系在 300 多年发展中几度创新变革，但是牛顿力学为其第一个历史发展阶段，并且直到现在仍在许多实际应用中占有重要的地位，因此，学习理论力学应从牛顿力学开始。牛顿力学是以牛顿运动定律为基础的力学理论，牛顿运动定律直接反映的是单个质点的运动规律；牛顿力学研究力学系统的基本方法是把系统看成质点的集合，集合中每个质点的运动都服从牛顿运动定律，牛顿力学是建立在人们长期实践经验基础之上的科学理论。本章概述牛顿力学的主要内容：质点运动学的基本概念及其几种主要坐标系表示，动力学的基本原理，动力学基本定理和守恒定律，并用上述规律来研究几种典型的运动。

1.1　质点运动学基础

1.1.1　机械运动、参考系

机械运动是最常见的基本运动形式，它表现为不同的物体之间或同一物体不同部分之间相对位置随时间的变化而变化，机械运动描述的这种特征是人们日常经验中所熟悉的。为了描述物体的位置及其变化，必须首先选定作为标准的参考系统，这个参考系统可以是一个不变形的物体或是一组相对位置保持不变的物体。从确定研究对象位置的作用来说，可以把参考系统抽象成刚性框架，最简单的是三条相交于一点的彼此间夹角不变的非共面直线。以下将这种参考框架称为**参考系**，三条基准直线的交点称为参考系的**原点**。

研究物体运动的参考系不是唯一的。不同参考系之间的差别可以是纯几何学

的，例如固连于同一参考物体上的参考系，原点可以不同，或基准直线取向不同。力学中不同参考系的区别还可以是运动学的，即不同的参考系固连于不同的参考物体上，而且这些物体又彼此相对运动。经验表明，同一个物体的运动在不同的参考系中的描述是不同的，这就是机械运动描述的相对性。在运动学中，各种参考系是平权的，而在动力学中，情况将有所变化，在一类参考系中物体运动规律比较简单，这就是惯性参考系。

1.1.2 空间、时间

机械运动发生在空间和时间之中，理论力学中空间和时间的基本属性如下。

(1) 空间是三维的、连续的、均匀的、各向同性的欧几里得空间。据此，确定一个点在空间的位置要用三个实数；而矢量及其运算在力学中得到广泛应用是与空间的欧几里得性质相关的，例如，矢量合成的平行四边形法则就与此性质密切相关。

(2) 时间是绝对的。时间是一维的、均匀的、连续变化的，方向总是从过去指向未来，确定一个事件发生的时刻只需一个实数。在空间的不同点，时间都是均匀的、单值的，流逝的进程是相同的，即使在彼此间相对运动的参考系中情况也是如此。例如，两个事件之间的时间间隔是不变的，这也包括了同时的绝对性：在一个参考系中的同时事件在所有参考系中都是同时的。很长时间以来，这种时间绝对性的假设与人们的经验高度一致，因而这被认为是不证自明的先验真理；但是，科学的发展表明这种时间绝对性只是在参考系间相对速度远远小于光速的情况下才近似成立，在狭义相对论中将为其他假设所取代。

(3) 在理论力学中，虽然空间位置的描述与参考系相关，但是，空间的绝对性仍是其基本假设之一。例如，在不同时刻空间的属性都是相同的，任意两个同时事件间的距离与参考系的运动无关。经典力学研究的是宏观物体的低速运动，不涉及强的引力场，也不涉及巨大尺度的宇观区域，这种绝对时空观念是这种力学理论体系的基石之一。

有一种观点，即对牛顿力学的时空观一概否定，这是不科学的。从历史发展的角度来看，把时间和空间概念从一般的运动和变化中抽象出来，建立起与具体的物体运动无关的“绝对时空”是力学学科得以建立和发展的前提。

1.1.3 质点、质点系

在研究物体的机械运动时，首先遇到的是如何处理运动的主体。力学的基本

处理思路是抓住主要因素，忽略次要因素，把实际对象抽象成理想模型，如质点、刚体、弹性体、流体等。**质点**是力学中最基本的理想模型。就字面意义来说，质点就是有质量的几何点。因为在运动学中讨论的问题不涉及质量，所以研究质点运动就是研究几何点的运动。每一时刻质点占据空间某一位置，也只能占据一个位置；点的运动就是其位置随时间而变化，这种变化是连续的；在一段时间内，质点占据的一系列几何位置构成一条连续的曲线。

能否用质点来描述实际运动的物体，不仅取决于物体的特点及其运动特征，而且与研究问题的目的有关。若物体运动时各部分运动情况相同，或者其差别可以忽略，则可以用一个点的运动来代表该物体的运动，即将物体抽象成质点。在有些情况下，物体上各点的运动情况并不相同，但是我们研究的目的在于从整体上把握它的运动情况，仍可以用质点去描述该物体。对同一个物体的运动，由于研究的目的不同，或者考虑的因素不同，可能要用不同的模型来描述。例如人造地球卫星或星际飞船，研究其轨道运行时可以当作质点，研究它的姿态控制问题时，就不能再当作质点了。

对不能作为一个质点来描述的物体，牛顿力学的基本方法是把物体分成很多部分，使每个部分内部的运动差别可以忽略，即把每个部分看作质点，把物体看成由质点组成的系统，称为**质点系**。实际的力学系统还可以包括多个物体，这些物体的特性可能不同，但是，都可以看作以某种方式组成的质点集合，即多种形态的质点系。

1.1.4　质点运动学方程、速度、加速度

质点运动学不仅要解决如何确定点在任意时刻的位置，而且还应解决如何描述点的位置随时间的变化，这就要求引入描述点的运动的物理量，并建立相应的规律。相对于选定的参考系，质点 P 的位置可以用从原点 O 引出的一个矢量 $\boldsymbol{r}=\overrightarrow{OP}$ 来描述，如图 1.1.1 所示。$\boldsymbol{r}$ 是质点的位置矢量，简称**位矢**，质点运动时矢量函数

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t) \tag{1.1.1}$$

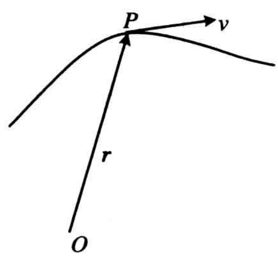

图 1.1.1

确定了任一时刻 t 质点的位置，即式(1.1.1)是矢量形式的**质点运动学方程**，$\boldsymbol{r}(t)$是时间 t 的连续的单值矢量函数。随时间运动的质点在空间一次占据一系列位置的集合，即位矢的矢端描绘的曲线就是质点运动的轨道。

位矢 $\boldsymbol{r}$ 对时间 t 的一次导数称为**速度**，记作

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \dot{\boldsymbol{r}} \tag{1.1.2}$$

速度是描述质点运动状态的另一个物理量。式中 $\dot{\boldsymbol{r}}$ 上的一点“·”表示对时间 t 的一次导数，而且以两点表示对时间 t 的二次导数，这种记法对其他力学量也适用。$\boldsymbol{v}$ 是一个矢量，表示质点位置变化的快慢和方向，$\boldsymbol{v}$ 的方向沿轨道的切线方向。

质点速度 $\boldsymbol{v}$ 对时间 t 的一次导数，即位矢 $\boldsymbol{r}$ 对时间 t 的二次导数称为**加速度**，记作

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \dot{\boldsymbol{v}} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} = \ddot{\boldsymbol{r}} \tag{1.1.3}$$

在牛顿力学中，加速度是一个重要的物理量。

1.1.5 几种坐标系

位矢 $\boldsymbol{r}$、速度 $\boldsymbol{v}$ 和加速度 $\boldsymbol{a}$ 是质点运动学的三个基本物理量，它们都是矢量。用矢量描述质点运动直观简捷，便于表述规律和进行理论推导运算；但是，在实际使用或测量这些物理量时往往需要一组数，因此，要给出这些物理量的数值表示方法，建立一种将矢量与数组对应起来的规则，基本方法是在参考系中建立坐标系，并确定描述矢量大小和方向的法则。下面给出四种常用的坐标系，但是，只对直角坐标系和平面极坐标系作较为详细的表述。

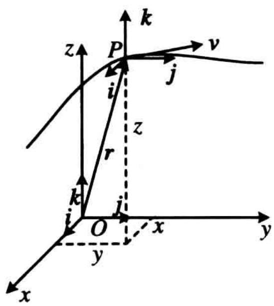

图 1.1.2

1. 直角坐标系

设 $Oxyz$ 为固定在参考系中的直角坐标系，$\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 分别为 x,y,z 轴正方向的单位矢量，矢量函数 $\boldsymbol{r}(t)$ 由动点 P 的三个坐标 $x(t)$，$y(t)$ 和 $z(t)$ 来表示(图1.1.2)：

$$\boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k} \tag{1.1.4}$$

由于 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 为三个方向不变的单位矢量，故由质点的速度 $\boldsymbol{v}$ 和加速度 $\boldsymbol{a}$ 的定义式(1.1.2)和式(1.1.3)，分别得到

$$\boldsymbol{v}(t) = \dot{\boldsymbol{r}}(t) = \dot{x}\boldsymbol{i} + \dot{y}\boldsymbol{j} + \dot{z}\boldsymbol{k} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k} \tag{1.1.5}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}(t) &= \dot{\boldsymbol{v}}(t) = \ddot{\boldsymbol{r}}(t) = \ddot{x}\boldsymbol{i} + \ddot{y}\boldsymbol{j} + \ddot{z}\boldsymbol{k} \\ &= \dot{v}_x\boldsymbol{i} + \dot{v}_y\boldsymbol{j} + \dot{v}_z\boldsymbol{k} \\ &= a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k}\end{aligned} \tag{1.1.6}$$