

高等学校試用教科書



結 构 力 学

JIEGOU LIXUE

下 册

金宝楨 楊式德 朱宝华合編
金宝楨主編

人 民 教 育 出 版 社

高等学校試用教科書



結 构 力 学

JIEGOU LIXUE

下 册

金宝楨 楊式德, 朱宝华合編
金宝楨主編

人 民 教 育 出 版 社

本书是金宝楨、楊式德、朱宝华三位教师編写的，由金宝楨主編。全书上下两册已于1958、1960年先后出版。1961年4月間，經南京工学院、清华大学、同济大学、天津大学、湖南大学、唐山铁道学院、华东水利学院等校的有关教师略加增、删、修改后再版。

上册内容包括：靜定结构的計算，彈性体系的基本定理，位移的計算以及用力法計算剛架。下册内容包括：用位移法、漸近法和近似法計算剛架，連續梁，超靜定拱和超靜定桁架的計算，以及极限荷載，穩定計算和动力計算等部分。本书討論了結構力学的基本理論，并且增加了一些結合我国实际情况和联系結構設計的材料。

本书可作为高等工业学校土建、水利类专业“結構力学”課程的試用教科书。亦可供有关工程技术人员参考之用。

本书的原編写分工为：金宝楨同志編写第1、5、10、11、13、14、21各章；楊式德同志編写第2、3、4、9、12、15、17、19、22各章；朱宝华同志編写6、7、18、20各章。

结 构 力 学

下 册

金宝楨 楊式德 朱宝华合編

北京市书刊出版业营业許可証出字第2号

人民教育出版社出版（北京景山东街）

民族印刷厂印裝

新华書店北京发行所发行

各地新华書店經售

統一书号 15010·904 开本 850×1168 1/32 印张 14 10/16

字数 373,000 印数 17,001—20,000 定價(7)¥1.60

1960年7月第1版 1961年7月第2版 1961年10月北京第4次印刷

下册目录

第十三章 位移法的原理及其对于刚架的应用.....	371
§ 13-1. 前言.....	371
§ 13-2. 未知数总数的确定.....	372
§ 13-3. 位移法的基本体系.....	374
§ 13-4. 等截面单跨超静定梁的数据及角变位移方程.....	375
§ 13-5. 位移法的概念及其典型方程.....	380
§ 13-6. 用静力法计算典型方程中的系数和自由项.....	383
§ 13-7. 用图形相乘法计算系数和自由项.....	387
§ 13-8. 对称性的利用.....	392
§ 13-9. 温度影响的计算.....	396
§ 13-10. 变截面杆件的角变位移方程.....	400
§ 13-11. 变截面杆件的弯曲常数.....	403
§ 13-12. 弯曲常数表.....	408
§ 13-13. 单层工业厂房刚架的简化计算.....	421
§ 13-14. 用联合法计算刚架.....	424
§ 13-15. 用混合法计算刚架.....	426
习题.....	430
第十四章 用渐近法计算刚架.....	434
§ 14-1. 前言.....	434
弯矩分配法.....	436
§ 14-2. 弯矩分配法的基本要素.....	436
§ 14-3. 弯矩分配法的物理概念.....	442
§ 14-4. 弯矩分配法的计算步骤.....	444
§ 14-5. 弯矩分配的核驗.....	449
§ 14-6. 刚架支座沉陷的分析.....	451
§ 14-7. 具有一个结点线位移刚架的侧移分析.....	453
弯矩一次分配法.....	458
§ 14-8. 一次分配法基本公式的推导及其应用.....	458
§ 14-9. 弯矩一次分配法用于刚架的分析.....	463
迭代法.....	463

§ 14-10. 迭代法的基本原理及其应用	468
§ 14-11. 具有结点侧移的刚架计算	474
§ 14-12. 适用于变截面刚架的计算公式	488
§ 14-13. 迭代法用于复杂多层刚架的计算	490
习题	498
第十五章 用近似法计算刚架	501
§ 15-1. 近似法的概念	501
§ 15-2. 多跨多层刚架在竖向荷载作用下的近似算法	502
§ 15-3. 多跨多层刚架在水平荷载作用下的计算	507
§ 15-4. 刚架在设计中的计算步骤	514
习题	516
第十六章 连续梁	518
§ 16-1. 连续梁的应用	518
§ 16-2. 三弯矩方程	521
§ 16-3. 弯矩的定点及其应用	533
§ 16-4. 弯矩分配法的应用	538
§ 16-5. 连续梁的影响线	540
§ 16-6. 弯矩及剪力的包络图	556
§ 16-7. 连续梁与静定梁的比较	560
§ 16-8. 连续梁在弹性支座上的计算	560
习题	563
第十七章 超静定拱	565
§ 17-1. 超静定拱的应用	565
§ 17-2. 二铰拱的计算方法	567
§ 17-3. 抛物线二铰拱	574
§ 17-4. 无铰拱的计算方法	578
§ 17-5. 无铰拱的影响线	585
§ 17-6. 无铰拱设计中的一些问题	589
§ 17-7. 管道的计算	591
习题	593
第十八章 超静定桁架及次应力	595
§ 18-1. 超静定桁架的应用	595
§ 18-2. 用力法计算超静定桁架	595
§ 18-3. 超静定桁架的近似计算	606
§ 18-4. 桁架次应力的来源及其意义	608
§ 18-5. 用弯矩分配法计算次应力	609

习题	613
第十九章 结构的极限荷载	615
§ 19-1. 一般概念	615
§ 19-2. 极限弯矩及静定梁的极限荷载	617
§ 19-3. 剪力对极限弯矩的影响	622
§ 19-4. 一次加载时超静定梁的极限荷载	624
§ 19-5. 比例加载的一般定理	631
§ 19-6. 刚架的极限荷载	634
§ 19-7. 拱的极限荷载	642
§ 19-8. 桁架的极限荷载	644
§ 19-9. 交变荷载的极限值	647
习题	650
第二十章 结构的稳定计算	653
§ 20-1. 稳定计算的意义	653
§ 20-2. 用静力法及能量法定临界荷载	654
§ 20-3. 简单压杆及组合压杆的稳定	663
§ 20-4. 拱的稳定	682
§ 20-5. 窄条梁及工字梁的稳定	692
§ 20-6. 刚架的稳定	705
§ 20-7. 稳定计算在设计中的应用	714
习题	718
第二十一章 结构的动力计算	720
§ 21-1. 动力计算的意义及其特点	720
§ 21-2. 弹性体系的自由度	721
一自由度体系的振动	724
§ 21-3. 一自由度体系的自由振动	724
§ 21-4. 一自由度体系的有阻尼自由振动	729
§ 21-5. 一自由度体系的无阻尼受迫振动	733
§ 21-6. 一自由度体系的有阻尼受迫振动	736
有限自由度体系的振动	741
§ 21-7. 有限自由度体系的自由振动的基本方程	741
§ 21-8. 对称性的利用	744
§ 21-9. 有限自由度体系的受迫振动的计算问题	747
§ 21-10. 弹性体系在振动载作用下的内力与位移公式	748
§ 21-11. 解求最大惯性力的典型方程	749
§ 21-12. 成组未知力的利用	754

机器基础的振动	759
§ 21-13. 机器基础的类型及其计算的简化假定	759
§ 21-14. 基础的自由振动	760
§ 21-15. 基础的受迫振动	766
梁的横向振动	770
§ 21-16. 梁的横向自由振动	770
§ 21-17. 用近似法计算体系自振频率	777
§ 21-18. 梁的横向受迫振动	783
结构的抗地震计算	789
§ 21-19. 地震的起源及其对建筑物的影响	789
§ 21-20. 结构在地震作用下的计算问题	790
§ 21-21. 柯氏地震力理论简述	793
§ 21-22. 多层刚架的频率计算及其振动形式	797
§ 21-23. 我国地震区建筑规范草案中关于地震荷载的计算	800
习题	807
第二十二章 结构力学与结构设计的关系	810
§ 22-1. 结构力学在结构设计中的作用	810
§ 22-2. 结构形式的选择	811
§ 22-3. 计算简图的选择	814
§ 22-4. 计算方法的选择	816
§ 22-5. 结构设计与结构力学的发展	819
附录 I $\xi_1(u)$ 、 $\xi_2(u)$ 、 $\xi_3(u)$ 、 $\eta_1(u)$ 、 $\eta_2(u)$ 、 $\eta_3(u)$ 等函数数值	821
附录 II A_{kx} 、 B_{kx} 、 C_{kx} 、 D_{kx} 等函数数值	827
主要参考书目	830

第十三章 位移法的原理及其对于刚架的应用

§ 13-1. 前言

除前章所讲的力法以外，位移法是解答一般超静定刚架的另一基本方法。位移法也称为形变法，它与力法的根本区别在于：后者是以“内力”（轴力、剪力和弯矩）作为基本未知量，而前者是以“位移”（结点的线位移和角位移）作为基本未知量。在力法中，须先求出各多余未知力，才能计算体系内任一截面的内力（ M 、 N 和 Q ）；在位移法中，一旦求出各结点的未知位移，则任一杆端的弯矩即可迎刃而解。

为了具体表明位移法中所取的基本未知量，我们参看图 13-1，其中 (a) 示一两层刚架在水平荷载作用下发生的形变情况。单就杆件 ab 来说，它发生了以下三个位移：结点 a 的角变 φ_a ，结点 b 的角变 φ_b ，和

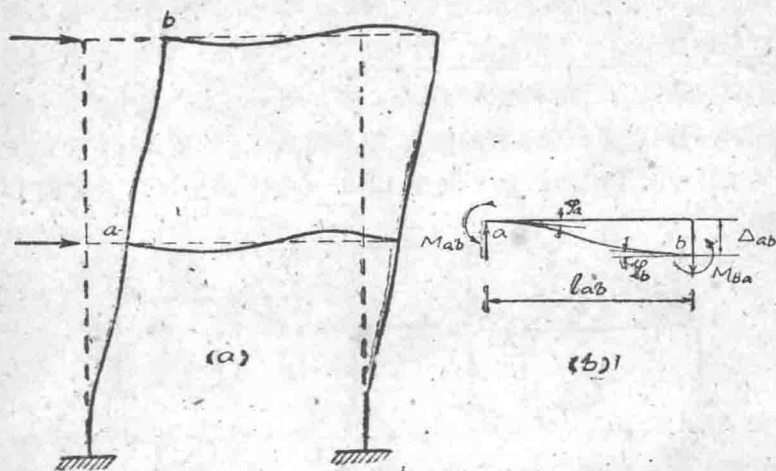


图 13-1

结点 b 对于结点 a 并与杆轴垂直的綫位移 Δ_{ab} , 示如图 13-1, b 。以后将要証明, 杆端弯矩 M_{ab} 和 M_{ba} 均可表示为 φ_a, φ_b 和 Δ_{ab} 的函数。

应当指出, 取结点的弹性位移作为未知量时, 通常可以略去轴力和剪力对于结点位移的影响, 而只考虑弯矩所引起的位移。实际上, 这并非一个新的假定, 因用力法計算刚架时也同样未曾考虑轴力和剪力对于结构形变的影响。同时, 我們还假定直形杆件的原有长度等于其弹性曲綫的弦长, 也就是当杆件弯曲时其两端结点之間所发生的接近可略而不計。

§ 13-2. 未知数总数的确定

位移法中所取的基本未知量是结点的角位移和綫位移。结点的角位移常被称为轉角或角变; 其綫位移有时簡称为位移。用位移法分析超靜定刚架时, 应先确定該刚架的未知位移的总数 n , 即

$$n = n_y + n_d, \quad (13-1)$$

其中 n_y —— 該刚架的未知角位移数;

n_d —— 該刚架的未知綫位移数。

数值 n_y 的决定非常简单, 因它直接等于刚架的剛結点数。只要数一下已知剛架中有几个剛結点, 即可确定 n_y 的数值。应注意, 数剛結点时不可包括具有已知零位移的结点, 例如刚架固定于地面的那些结点。同时, 还必须明确剛結点的概念, 即在連到结点的所有杆件中至少要有两个杆件属于剛性接合; 例如图 13-2, a 中的结点 1, 2, 3 和图 13

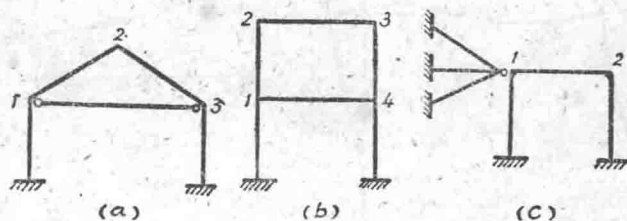


图 13-2

-2, b 中的结点 1, 2, 3, 4。如果刚架的任一结点包括两个或多个刚性接合, 则此结点将具有与刚性接合数目相同的刚结点数; 例如图 13-2, c 中的结点 1 就具有两个刚结点。

关于 n_A 的数值, 除简单情况可用观察法直接看出外, 一般可决定如下: 将已知刚架所有的刚结点都变成铰接而得出铰接图, 则此铰接图的自由度数就等于已知刚架的结点线位移数 (n_A)。例如在图 13-3 中, (a) 示已知刚架, (b) 示其铰接图, 由自由度公式可算得其结点线位移为

$$n_A = w = 2y - c - c_0 = 2 \times 4 - 3 - 3 = 2。$$

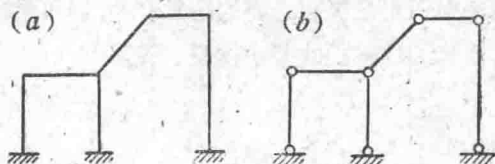


图 13-3

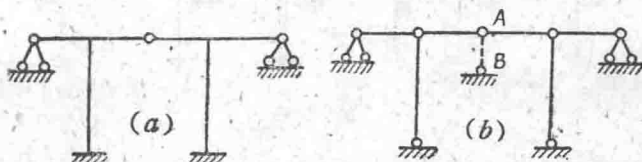


图 13-4

但是应该指出: 在有些情况下, w 铰接图的自由度数是不等于结点线位移数 (n_A) 的。例如在图 13-4, a 所示刚架中, 其铰接图 (图 b) 的自由度数为零, 但事实上需要加上支杆 AB 以后体系才是几何不变的, 亦即其结点线位移数应等于 1。由此可见: 一个比较可靠的方法是, 刚架结点线位移数的计算应根据使其相应的铰接图成为几何不变所必需加添的支杆数来确定。

根据以上的讨论, 可得图 13-2 至图 13-4 中各刚架的未知位移总数如下:

从图 13-2, $a, n_y=3, n_x=1, \therefore n=4$;

从图 13-2, $b, n_y=4, n_x=2, \therefore n=6$;

从图 13-2, $c, n_y=3, n_x=0, \therefore n=3$;

从图 13-3, $a, n_y=4, n_x=2, \therefore n=6$;

从图 13-4, $a, n_y=2, n_x=1, \therefore n=3$.

§ 13-3. 位移法的基本体系

用位移法计算刚架时,须将已知刚架变成一系列的单跨超静定梁。只要在已知刚架中引用足够而必要的附加联系,即可实现上述情况。象这样形成的体系称为位移法的基本体系。

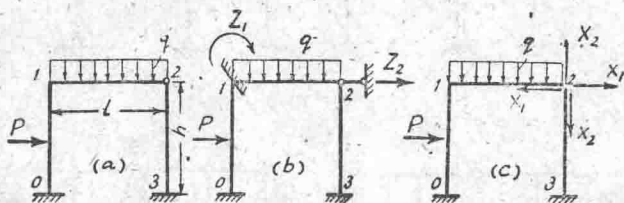


图 13-5

把位移法的基本体系和力法的基本体系作一比较是有意义的。今以图 13-5, a 所示刚架为例。此刚架具有一个未知结点转角 ($n_y=1$) 和一个未知结点线位移 ($n_x=1$)。为了使此刚架变成一系列的单跨超静定梁,就需要在已知刚架上加上两个 (因 $n=2$) 附加联系 (图 13-5, b): 一是在刚结点 1 处加上一个固定联系, 其作用为阻止该结点发生角变; 另一是在结点 2 处加上一个支杆, 其作用为阻止该结点发生线位移。这样, 就形成了位移法的基本体系。从“力”的观点来看, 它是一个四次超静定的体系。如用力法分析此一刚架, 则所取的基本体系如图 13-5, c 所示。从图 13-5 中的 (b) 和 (c), 立可看出:

1) 位移法的基本体系是由已知刚架加上联系得出的, 而力法的基

本体系是由已知刚架去掉联系得出的；

2) 由已知刚架变成位移法的基本体系时将增加其超静定次数，但当它变成力法的基本体系时将使其超静定次数降低为零。

一般说来，为了得出位移法的基本体系，就需要：(1) 在刚架的所有刚结点处都安置固定联系，以阻止结点发生角变；(2) 在已知刚架的适当地点加上足够的支杆，以阻止结点发生线位移。图 13-6 示另一刚架及其基本体系。

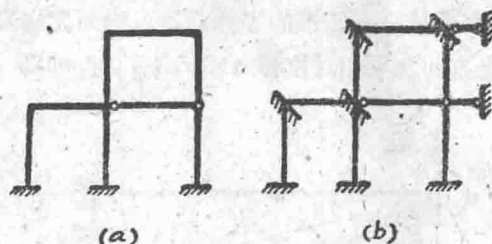


图 13-6

从静力方面来说，位移法的基本体系与已知体系之间的区别在于：由于已知荷载或位移将使固定联系内产生反矩及在支杆内产生反力。

从机动观点来看，在位移法的基本体系中所加的每一个固定联系只相当于一个联系，它只起着阻止相应结点发生角变的作用，而并不妨碍它发生线位移。因此，这种固定联系决不同于具有绝对刚性的固定端，因为后者是相当于三个机动联系的。对于已知刚架来说，固定联系内的反矩就是作用于所在结点的弯矩。

§ 13-4. 等截面单跨超静定梁的数据及角变位移方程

如前所述，位移法的基本体系是由一系列单跨超静定梁构成的。这些单跨超静定梁的支承情况一般可分为以下两种：一种是一端固定而另一端铰接；另一种是两端均为固定。在位移法的计算中，我们要用到上述每一种梁的这样一些数据：由于已知荷载在梁端引起的弯矩和反

力; 由于固定端的单位角变在梁端引起的弯矩和反力; 由于梁的一端对于另一端并在梁轴垂直方向的单位位移在梁端引起的弯矩和反力; 由于不均匀加热在梁端引起的弯矩和反力; 等等。所有这些数据均可应用力法求出, 在前一章中已经计算过一些情形。关于上述两种等截面超静定梁在各种影响下所引起的支座弯矩和支座反力, 如表13-1所示。

显然, 当梁上受有两种或多种影响时, 则在梁端引起的总弯矩与总反力应等于由于每种影响个别作用时所得弯矩与反力的代数和。例如, 对于一端固定而另一端铰接的等截面梁, 当固定端发生角变 φ_A 及两端在梁轴垂直方向发生相对位移 Δ (图 13-7) 时, 则得

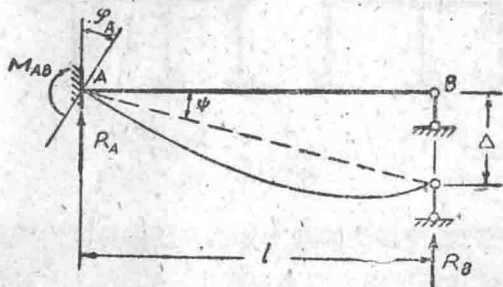


图 13-7

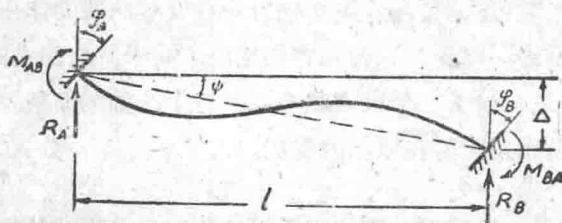


图 13-8

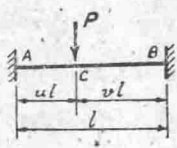
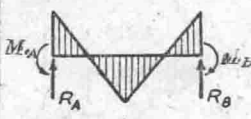
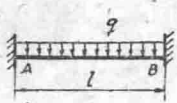
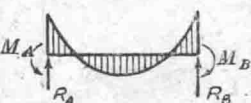
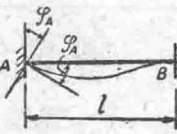
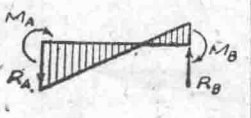
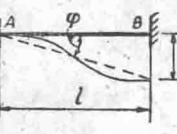
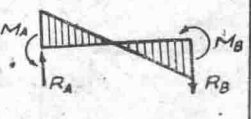
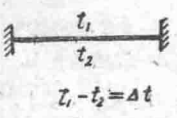
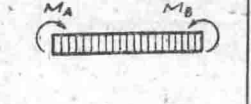
$$M_{AB} = \frac{3EJ}{l} \varphi_A - \frac{3EJ}{l^2} \Delta = \frac{3EJ}{l} \left(\varphi_A - \frac{\Delta}{l} \right);$$

$$R_A = -\frac{3EJ}{l^2} \varphi_A + \frac{3EJ}{l^3} \Delta = -\frac{3EJ}{l^2} \left(\varphi_A - \frac{\Delta}{l} \right);$$

表 13-1 等截面梁的反力

号码	梁的计算简图及其所受影响	弯矩图及反力	公 式
一端固定而另一端铰接的梁			
1			$M_A = -\frac{Pl}{2}v(1-v^2)$ $M_C = \frac{Pl}{2}u^2v(3-u)$ $R_A = \frac{Pv}{2}(3-v^2)$ $R_B = Pu^2\left(1+\frac{v}{2}\right) = \frac{Pu^2}{2}(3-u)$
2			$M_A = \frac{ql^2}{8}$ $R_A = \frac{5}{8}ql$ $R_B = \frac{3}{8}ql$
3			$M_A = -\frac{3EJ}{l}\varphi_A$ $R_A = -R_B = \frac{3EJ}{l^2}\varphi_A$
4			$M_A = -\frac{3EJ}{l^2}\Delta = -\frac{3EJ}{l}\psi$ $R_A = -R_B = \frac{3EJ}{l^3}\Delta = \frac{3EJ}{l^2}\psi$
5			$M_A = \frac{3EJa\Delta t}{2h}$ 其中 h—横截面的深度; α—线膨胀系数。 $R_A = -R_B = -\frac{3EJa\Delta t}{2hl}$

表 13-1 (续)

号碼	梁的計算簡圖及其所受影响	弯矩图及反力	公 式
两 端 固 定 梁			
6			$M_A = -uv^2Pl$ $M_B = u^2vPl$ $M_C = 2u^2v^2Pl$ $R_A = v^2(1+2u)P$ $R_B = u^2(1+2v)P$
7			$M_A = -M_B = -\frac{ql^2}{12}$ $R_A = R_B = \frac{ql}{2}$
8			$M_A = \frac{4EJ}{l}\varphi_A$ $M_B = \frac{2EJ}{l}\varphi_A$ $R_A = -R_B = -\frac{6EJ}{l^2}\varphi_A$
9			$M_A = M_B = -\frac{6EJ}{l^2}\Delta = -\frac{6EJ}{l}\psi$ $R_A = -R_B = -\frac{12EJ}{l^3}\Delta = -\frac{12EJ}{l^2}\psi$
10			$M_A = -M_B = \frac{EJa\Delta t}{h}$ 其中 h—横截面的深度; α—线膨胀系数. $R_A = R_B = 0.$

$$R_B = \frac{3EJ}{l^2} \varphi_A - \frac{3EJ}{l^3} \Delta = \frac{3EJ}{l^2} \left(\varphi_A - \frac{\Delta}{l} \right).$$

令 $\frac{J}{l} = K$ 及 $\frac{\Delta}{l} = \psi$, 则得

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= 3EK(\varphi_A - \psi), \\ R_A &= -\frac{3EK}{l}(\varphi_A - \psi); \\ R_B &= \frac{3EK}{l}(\varphi_A - \psi). \end{aligned} \right\} \quad (13-2)$$

其次, 对于两端固定的等截面梁, 当 A 端发生角变 φ_A , B 端发生角变 φ_B 及两端在梁轴垂直方向发生相对位移 Δ (图 13-8) 时, 则得

$$M_{AB} = \frac{4EJ}{l} \varphi_A + \frac{2EJ}{l} \varphi_B - \frac{6EJ}{l^2} \Delta = \frac{2EJ}{l} \left(2\varphi_A + \varphi_B - 3\frac{\Delta}{l} \right);$$

$$M_{BA} = \frac{4EJ}{l} \varphi_B + \frac{2EJ}{l} \varphi_A - \frac{6EJ}{l^2} \Delta = \frac{2EJ}{l} \left(2\varphi_B + \varphi_A - 3\frac{\Delta}{l} \right);$$

$$R_A = -\frac{6EJ}{l^2} \varphi_A - \frac{6EJ}{l^2} \varphi_B + \frac{12EJ}{l^3} \Delta = -\frac{6EJ}{l^2} \left(\varphi_A + \varphi_B - 2\frac{\Delta}{l} \right);$$

$$R_B = \frac{6EJ}{l^2} \varphi_B + \frac{6EJ}{l^2} \varphi_A - \frac{12EJ}{l^3} \Delta = \frac{6EJ}{l^2} \left(\varphi_B + \varphi_A - 2\frac{\Delta}{l} \right);$$

即

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= 2EK(2\varphi_A + \varphi_B - 3\psi); \\ M_{BA} &= 2EK(2\varphi_B + \varphi_A - 3\psi); \\ R_A &= -\frac{6EK}{l}(\varphi_A + \varphi_B - 2\psi); \\ R_B &= \frac{6EK}{l}(\varphi_B + \varphi_A - 2\psi). \end{aligned} \right\} \quad (13-3)$$

式(13-2)中的第一式和式(13-3)中的前二式都是把梁端弯矩表示为结点角变和位移的函数, 因而这些式子称为角变位移方程。如果梁

上受有荷载,还需要在各式的右边加一荷载项,这个荷载项是由于已知荷载在梁端引起的固端弯矩 M_F 。

应注意,式(13-2)和式(13-3)中的 φ_A , φ_B 和 ψ 都是指的正号。角变 φ 和 ψ 正负号是这样规定的:从杆轴原来位置量到发生角变后弹性曲线的切线为顺时针方向时,此角变为正;反此,则为负。位移 $\Delta(=\psi l)$ 的正负号和角变 ψ 一致。当 φ 或 ψ 为负号时,应将其负号代入角变位移方程。这样,如得出的杆端弯矩为一正号,这表示此端矩系在顺时针方向;如得一负号,就表示它在反时针方向。

本节所提供的单跨超静定梁的数据都是属于等截面梁。关于变截面杆件的角变位移方程,将在本章§13-11中讨论。

§13-5. 位移法的概念及其典型方程

为了便于阐明位移法的物理概念,兹以图13-9, a所示刚架为例。先建立此刚架的基本体系(图13-9, b), 其中在刚结点1置一固定联系,在结点2置一支杆。不难看出,在固定联系1内引起的反矩和在支杆2内引起的反力都是来自两方面的影响:一为单纯由于已知荷载的影响,此时各结点既无角位移又无线位移;另一为在去掉已知荷载后由

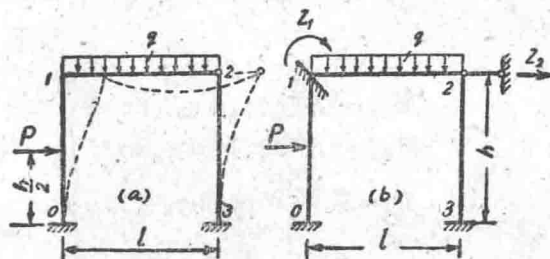


图 13-9

于刚结点1发生角位移 Z_1 和竖柱上端发生线位移 Z_2 的影响。 Z_1 和