



信息与计算机科学丛书 — 57

能源数值模拟方法的理论和应用

袁益让 著



科学出版社



“十二五”国家重点图书出版规划项目

信息与计算科学丛书 57

能源数值模拟方法的理论 和应用

袁益让 著



科学出版社

北京

内 容 简 介

能源数值模拟的计算方法是现代计算数学和工业应用数学的重要领域. 能源数值模拟, 就是用电子计算机模拟地下油藏十分复杂的化学、物理及流体流动的真实过程, 以便选出最佳的开采方案和监控措施. 本书内容包括油田开发中的油水二相渗流驱动、可压缩二相渗流、化学驱油. 核废料污染, 油田勘探中的油气资源盆地评估, 海水入侵和防治, 半导体器件瞬态问题等领域的数值模拟计算方法、数值分析理论和实际应用.

本书可作为信息和计算科学、数学和应用数学、计算机软件、计算流体力学、石油勘探与开发、半导体器件、环保等专业的高年级本科生参考书或研究生教材, 也可供相关领域的教师、科研人员和工程技术人员参考.

图书在版编目(CIP)数据

能源数值模拟方法的理论和应用/袁益让著. —北京: 科学出版社, 2013

(信息与计算科学丛书; 57)

“十二五”国家重点图书出版规划项目

ISBN 978-7-03-037704-3

I. ①能… II. ①袁… III. ①油气资源-能源-数值模拟 IV. ①TE01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013) 第 121665 号

责任编辑: 王丽平 房 阳 / 责任校对: 刘小梅

责任印制: 钱玉芬 / 封面设计: 陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京佳信达欣艺术印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2013 年 6 月第 一 版 开本: B5(720 × 1000)

2013 年 6 月第一次印刷 印张: 44 1/2

字数: 900 000

定价: 198.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

《信息与计算科学丛书》编委会

(按姓氏拼音为序)

主 编：石钟慈

副主编：王兴华 余德浩

编 委：白峰杉 白中治 陈发来 陈志明 陈仲英
程 晋 鄂维南 郭本瑜 何炳生 侯一钊
舒其望 宋永忠 汤 涛 吴 微 徐宗本
许进超 羊丹平 张平文

《信息与计算科学丛书》序

20 世纪 70 年代末, 由已故著名数学家冯康先生任主编, 科学出版社出版了一套《计算方法丛书》, 至今已逾 30 册. 这套丛书以介绍计算数学的前沿方向和科研成果为主旨, 学术水平高、社会影响大, 对计算数学的发展、学术交流及人才培养起到了重要的作用.

1998 年教育部进行学科调整, 将计算数学及其应用软件、信息科学、运筹控制等专业合并, 定名为“信息与计算科学专业”. 为适应新形势下学科发展的需要, 科学出版社将《计算方法丛书》更名为《信息与计算科学丛书》, 组建了新的编委会, 并于 2004 年 9 月在北京召开了第一次会议, 讨论并确定了丛书的宗旨、定位及方向等问题.

新的《信息与计算科学丛书》的宗旨是面向高等学校信息与计算科学专业的高年级学生、研究生以及从事这一行业的科技工作者, 针对当前的学科前沿, 介绍国内外优秀的科研成果. 强调科学性、系统性及学科交叉性, 体现新的研究方向. 内容力求深入浅出, 简明扼要.

原《计算方法丛书》的编委和编辑人员以及多位数学家曾为丛书的出版做了大量工作, 在学术界赢得了很好的声誉, 在此表示衷心的感谢. 我们诚挚地希望大家一如既往地关心和支持新丛书的出版, 以期信息与计算科学在新世纪的发展起到积极的推动作用.

石钟慈

2005 年 7 月

前 言

能源数值模拟的计算方法是现代计算数学和工业应用数学的重要研究领域,著名数学家、油藏数值模拟创始人 J.Douglas Jr. 等开创了能源数值模拟这一重要领域. 20 世纪 80 年代以来, J.Douglas Jr., R.E.Ewing 和 M.F.Wheeler 等对二相渗流驱动问题发表了著名的特征差分法、特征有限元法和交替方向求解法, 并作了理论分析, 奠定了能源数学基础.

所谓油藏数值模拟, 就是用电子计算机模拟地下油藏十分复杂的化学、物理及流体流动的真实过程, 以便选出最佳的开采方案和监控措施. 对于三次采油新技术, 特别需要注意驱油剂与油、气、水油藏的宏观构造和微观结构的配伍性, 考虑化学剂的用量和能量的消耗. 近年来, 随着电子计算机速度和能力惊人的增长, 油藏数值模拟的适用越来越普遍, 模拟结果越来越真实, 即便对极其复杂的油藏情况, 也获得了巨大的成功, 油藏数值模拟已成为石油开采中不可缺少的重要环节. 当多相流体在多孔介质中流动时, 流体要受到重力、毛细管力和黏滞力的作用, 且在相与相之间可能发生质量交换. 因此, 用数学模型来描述油藏中流体的流动规律, 就必须考虑上述诸力及相间质量交换的影响. 此外还应考虑油藏的非均质性及几何形状等. 油藏数值模型首先将非线性系数项线性化, 从而得到线性代数方程组, 再通过线性代数方程组数值解法, 求得所需的未知量: 压力、Darcy 速度、饱和度、温度、组分等的分布和变化. 在此基础上再进行数值解的收敛性和稳定性分析, 使油藏数值模拟的软件系统, 建立在坚实的数学和力学基础上. 经数十年的迅速发展, 目前油藏数值模拟的理论、方法和应用, 已从油田开发发展到油气资源评价、油田勘探和环境科学等重要领域, 故通常又称能源数值模拟. 本书重点介绍二相渗流驱动、强化采油、核废料污染、油气资源评价、海水入侵预测和防治、半导体器件数值模拟的计算方法及其理论分析.

作者 1985~1988 年在美国和 Douglas, Ewing 合作, 从事这一领域的科研和开发工作. 回国后带领课题组在此领域继续承担了国家“973”计划、攀登计划(A,B)、自然科学基金(数学、力学)、国家教委博士点基金、国家攻关及石油天然气公司和石油石化公司的攻关课题, 从事这一领域的基础理论和应用技术研究. 本书共分七章, 是我们三十多年来在这一领域研究工作的总结.

第 1 章为能源数值方法基础. 用高压泵将水强行注入油藏, 使其保持油藏内流体的压力和速度, 驱动原油到采田井底, 称二次采油. 可分为不混溶、不可压缩油

水二相驱动问题;可混溶、不可压缩油水二相驱动问题;可压缩相混溶的驱动问题.其数学模型是关于压力的流动方程和关于饱和度的对流扩散方程.二相渗流驱动问题的数学模型、数值方法、理论分析和工程应用软件是研究能源数学的基础.该章研究不可压缩的情况,重点介绍 1980 年以来 J.Douglas Jr. 学派对二相渗流驱动问题的特征差分方法、特征有限元法、特征混合元-混合元法和交替方向有限元法.在此基础上进一步讨论变网格有限方法、动边值问题的特征混合元方法和特征差分方法.最后讨论并介绍实际问题中出现的半定问题的特征有限元方法和差分方法及其理论分析.

第 2 章为可压缩二相渗流问题的数值方法.该章研究可压缩相混溶油水二相渗流驱动问题,问题中关于压力的流动方程是抛物型的,饱和度方程是对流扩散型的.1983 年 J.Douglas Jr. 等首先提出二维可压缩二相渗流的“微小压缩”数学模型、数值方法和分析,开创了现代数值模拟这一新领域.该章重点介绍可压缩可混溶渗流问题的特征有限元方法、特征差分方法、迎风差分方法和可压缩二相渗流的特征差分方法、迎风分数步方法、交替方向有限元方法和多组分可压缩渗流问题的分数步特征差分方法、特征交替方向有限元方法及其理论分析.

第 3 章为化学驱油的数值模拟基础.油田经注水开采后,油藏中仍残留大量的原油,这些油或者被毛细管力束缚住不能流动,或者由于驱替相和被驱替相之间的不利流度比,使得注入流体波及体积小,而无法驱动原油.在注入液中加入某些化学添加剂,则可大大改变注入液的驱洗油能力,常用的化学添加剂大都为表面活性剂、醇和聚合物,问题的模型是多相、多组分混合流体的质量平衡方程组.可以建立关于压力函数的流动方程和饱和度函数组的对流扩散方程组,以及相应的边界和初始条件.该章内容主要是作者 1987 年 1 月~1988 年 3 月在美国怀俄明大学石油工程数学研究所参加 R.E.Ewing 教授主持的“强化驱油(三次采油)数值模拟的理论和应用研究”的部分成果和作者主持“八五”国家重点科技项目(攻关)(85-203-01-08)“聚合物驱应用软件研究及应用”(1991 年 6 月~1995 年 10 月)的部分理论成果,其应用成果及后续工作“大庆油田高含水后期 4000 万吨以上持续稳产高效勘探开发技术”获 2010 年国家科技进步奖特等奖(2010-J-210-0-01-007).该章重点介绍强化采油数值模拟的特征差分方法、不相互干扰和相互干扰两种情况下的特征混合方法、强化采油特征交替方向有限元方法及其理论分析.

第 4 章为核废料污染问题的数值模拟方法.核废料深埋在地层下,若遇到地震、岩石裂隙发生,它就会扩散,因此研究其扩散及安全问题是十分重要的.对于不可压缩、二维模型,它是地层中迁移的耦合抛物型方程组的初边值问题.问题的数学模型由四类方程组成:① 压力函数的流动方程;② 主要污染元素浓度函数的对流扩散方程;③ 微量元素浓度函数组的对流扩散方程组;④ 温度函数的热传导方程.该章内容主要是作者 1987 年 1 月~1988 年 3 月在怀俄明大学石油工程数

学研究所参加 R.E.Ewing 教授领导的“核废料污染问题数值模拟研究”的部分理论成果。我国和美国一样,也是地震高发区,因此这些成果对我国核工业的发展和废料的处理,亦有一定的借鉴价值。该章主要介绍不可压缩核废料污染问题的有限元方法、可压缩核废料污染问题的特征混合元方法、特征混合元-差分方法及其理论分析。

第 5 章为油气资源盆地数值模拟基础。盆地模拟技术综合了石油地质、有机地球化学、快速电子计算机和计算技术等最新成果,对与生成油气有关的古温度、压力等物理量在计算机上作时空概念下的动态模拟,从而进一步研究油气的生成、运移和聚集。这对保证石油工业的稳步发展有重要的经济价值。一个完整的盆地模拟系统,由五部分组成:① 地史模型;② 热史模型;③ 生烃史模型;④ 排烃史模型;⑤ 运移聚集史模型。特别是运移聚集史数值模拟,它是油藏资源评价最重要最困难的部分。在油气储量评估的基础上进一步确定油藏的位置,对寻找新的油田和在油田勘探领域具有十分重要的价值。它是建立在现代渗流力学和地质学的基础上,考虑了浮力、地下水动力、毛细管力等驱动力,并需考虑断层、通道和变动区域等地质情况,来模拟油气运移聚集历史。该章的内容主要是作者主持承担 1988~1993 年胜利石油管理局重点攻关课题“三维盆地模拟系统”的成果,该系统被石油部选定先后用其评估了胜利油田、辽河油田、冀东油田、大港油田和中原油田所辖的各凹陷的油气资源量,该成果获 1994 年胜利油田科技进步奖一等奖,1995 年获山东省科技进步奖一等奖,以后作者继续主持承担 1993~1997 年中国石油天然气总公司“八五”攻关课题“二次运移定量模拟系统”、1998~2000 年胜利油田重点攻关课题“多层油资源运移聚集定量数值模拟技术研究”、2001~2003 年胜利油田重点攻关课题“油资源二次运移聚集并行处理区域化精细数值模拟技术研究”,其成果软件系统成功应用到胜利油田惠民凹陷、滩海地区、东营凹陷等地区的油气资源勘探和评估,多次获胜利油田科技进步奖一等奖,2003 年获山东省科技进步奖三等奖。并继续承担胜利油田 2004~2007 年攻关课题“石油资源运移聚集通道数值模拟技术研究”,该软件系统成功应用到阳信凹陷的资源勘探和评估。该章主要介绍盆地数值模拟的理论和应用、多层渗流耦合系统的迎风分数步差分方法、对流扩散问题的变网格特征有限元方法、非矩形域的特征交替方向有限元法、多层渗流耦合系统的动边值问题迎风差分方法、二相渗流动边值问题的特征差分方法和理论分析。

第 6 章为海水入侵预测和防治的数值方法。海水入侵沿海地区,在自然海水环境条件改变和社会环境条件影响下,造成海水向沿海地区储水层的侵入。我国的环境渤海经济区情况特别严重,给山东省莱州湾沿海地区的经济发展和人民生活带来极大的危害。因此深入研究海水入侵的成因、机制、规律,有的放矢地提出防治方案,采取各种切实可行的综合治理措施,尽快制止海水入侵的发展,减轻海水入侵带来的灾害,促进资源与环境的良性循环是一项十分重要的科研和工程任务。海水入侵

这种复杂的地下水运动, 具有危害大、隐蔽性强、动态变化多、难以治理等特点. 利用计算机的高速计算能力, 在渗流力学、水文地质学基础上, 考虑地理环境、地质结构等复杂条件的影响, 建立合理的数学模型, 进而在计算机上定量描述海水入侵过程, 对认识、掌握海水入侵的机制和规律, 预测海水入侵的发展趋势, 是切实可行、行之有效的方法. 防治海水入侵的工程要花巨大的投资, 要在长时间内发挥重大的作用, 因此, 依靠科学与工程计算的方法, 采用计算机对工程的后效进行数值模拟, 对工程的作用给出定量预测是很有必要的, 对提出工程的调控应用模式具有现实的意义. 该章主要内容是作者 1992 年 1 月 ~1995 年 12 月主持承担的国家“八五”攻关项目“防治海水入侵主要工程后效及调控模式研究”(编号 85-806-06-04)的部分理论成果, 其应用成果获 1997 年国家水利部科技进步奖三等奖, 并已在山东莱州湾防治工程中采用. 海水入侵预测和防治是现代具有特色的资源、环境和自然灾害问题, 具有非线性、强对流、自由边界等特点. 该章主要介绍海水入侵及防治工程渗流力学数值模拟的有限差分方法、有限元方法及其理论分析.

第 7 章为半导体瞬态问题的数值方法. 半导体技术的迅速发展, 传统的近似方法已不再适用, 需要求解扩散模型的非线性偏微分方程的初边值问题. 对于几何形状复杂的半导体器件的高维问题, 必须用数值模拟方法求解. 对三维热传导型半导体的瞬态问题, 要研究三维空间复杂的几何外形和结构, 同时要考虑热传导对半导体瞬态问题的影响, 否则模拟将会失真. 该章部分内容为作者 1985 年 8 月 ~1986 年 12 月参加 J.Douglas Jr. 教授主持的“半导体瞬态问题数值模拟理论和应用”课题的部分成果. 该章主要介绍半导体瞬态问题数值模拟的特征差分元法、特征有限元法、特征混合元法, 热传导型半导体瞬态问题的分数步特征差分方法、分数步迎风差分方法、变网格交替方向有限元法和局部加密网格方法及其理论分析.

在能源数值模拟的基础理论方面, 曾获得 1995 年国家光华科技基金三等奖, 2003 年教育部提名国家科学技术奖(自然科学)一等奖——能源数值模拟的理论和应用, 1997 年国家教委科技进步奖(甲类自然科学)二等奖——油水资源数值方法的理论和应用, 1993 年国家科技进步奖(甲类自然科学)二等奖——能源数值模拟的理论方法和应用, 1989 年国家教委科学进步奖(甲类自然科学)二等奖——有限元方法及其在工程技术中的应用, 1993 年由于培养研究生的突出成果——“面向经济建设主战场探索培养高层次数学人才的新途径”获国家级优秀教学成果奖一等奖.

1953 年美国 G.H.Bruce 等发表了“孔隙介质中不稳定气体渗流的计算”一文, 为用计算机计算油藏渗流问题开辟了一条新路. 近 60 年来, 由于大型快速计算机的迅速发展, 现代大规模和科学计算方法不断取得进展和逐步完善, 大大促进油藏数值模拟方法的发展和广泛应用. 目前, 黑油、混相和热力采油模型及其软件已投入工业性生产, 化学驱油模型和软件也正日臻完善. 而且这一方法在近二十年已成

功应用到油、气藏勘探 (油气资源评估), 核废料污染, 海水入侵预测和防治, 半导体器件的数值模拟等众多领域, 并取得重要的成果. 可以预期能源数值模拟计算方法在 21 世纪将会出现重大的进展和突破, 在国民经济各部门产生重要的经济效益, 并将进一步推动计算数学和工业与应用数学学科的发展, 在国家现代化建设事业中发挥巨大的作用.

在能源数值模拟计算方法的理论和应用课题的研究中, 在数学、渗流力学方面我们始终得到 J.Douglas Jr.、R.E.Ewing、姜礼尚教授、石钟慈院士、符鸿源研究员的指导、帮助和支持; 在计算渗流力学和石油地质方面得到郭尚平院士、汪集旸院士、徐世浙院士、秦同洛教授和胜利油田总地质师潘元林、胜利油田地科院总地质师王捷的指导、帮助和支持; 并一直得到山东大学, 胜利、大庆、长庆等石油管理局和山东省农业委员会有关领导的大力支持. 特在此表示深深的谢意!

在本课题长达三十年的研究过程中, 山东大学先后参加此项攻关课题有我的学生: 王文洽教授、羊丹平、梁栋、芮洪兴、鲁统超、赵卫东、程爱杰、崔明荣、杜宁和李长峰等博士, 他们都为此付出了辛勤的劳动.

袁益让

2011 年 10 月于山东大学 (济南)

目 录

第 1 章 能源数值方法基础	1
1.1 引言	1
1.1.1 油藏数值模拟的物理基础	2
1.1.2 二相渗流驱动问题	3
1.1.3 能源数值模拟的发展前景	3
1.2 对流扩散问题的特征差分方法和有限元方法	6
1.2.1 模型问题及其特征有限元法	6
1.2.2 特征有限元格式的误差估计	9
1.2.3 基于线性插值的特征差分方法	14
1.2.4 基于二次插值的特征差分方法	17
1.2.5 拓广和应用	19
1.3 油水二相渗流驱动问题的特征有限元方法	21
1.3.1 数学模型	21
1.3.2 特征有限元全离散格式	23
1.3.3 H^1 模误差估计	26
1.3.4 L^2 模误差估计	31
1.3.5 弥散系统的特征有限元格式	34
1.4 二相渗流驱动问题的特征差分方法	35
1.4.1 特征差分程序	35
1.4.2 收敛性分析	38
1.5 油水二相驱动问题的混合元方法	46
1.5.1 数学模型	46
1.5.2 半离散混合元格式	48
1.5.3 半离散混合元格式的收敛性分析	49
1.5.4 全离散混合元格式	52
1.5.5 全离散混合元格式的收敛性分析	53
1.6 特征混合元方法 —— 可混溶情况	59
1.6.1 特征混合元方法和分析	59
1.6.2 特征混合元-混合元方法和分析	64
1.7 特征混合元方法 —— 不混溶情况	68

1.7.1	数学模型	68
1.7.2	特征混合元格式	69
1.7.3	某些辅助性结果	73
1.7.4	格式 I 的收敛性分析	73
1.7.5	格式 II 的收敛性分析	76
1.8	二相渗流驱动问题的变网格有限元法	76
1.8.1	数学模型	76
1.8.2	变网格有限元格式	77
1.8.3	收敛性分析	80
1.9	二相渗流数值模拟的交替方向有限元方法	87
1.9.1	三维方向交替特征有限元格式	88
1.9.2	收敛性分析	92
1.10	二相渗流动边值问题的特征混合元方法	98
1.10.1	数学模型	98
1.10.2	定压渗透边值问题的特征混合元格式	99
1.10.3	定压问题混合元格式的收敛性	104
1.10.4	不渗透问题的特征混合元格式和分析	106
1.11	二相渗流动边值问题的特征差分方法	107
1.11.1	特征差分方法	107
1.11.2	收敛性分析	112
1.12	二相渗流半定问题的特征有限元方法和差分方法	116
1.12.1	三维油水驱动半定问题特征有限元格式	116
1.12.2	特征有限元格式的收敛性分析	118
1.12.3	一维油水驱动半定问题特征差分格式	122
1.12.4	特征差分格式的收敛性分析	124
	参考文献	129
第 2 章	可压缩二相渗流问题的数值方法	133
2.1	可压缩、可混溶渗流问题的特征有限元方法	134
2.1.1	数学模型	134
2.1.2	半离散化有限元格式和混合元格式	136
2.1.3	有限元格式的数值分析	138
2.1.4	混合元格式的数值分析	143
2.1.5	特征有限元方法	147
2.1.6	特征有限元方法的收敛性	148
2.2	二相渗流驱动问题的特征差分方法	155

2.2.1	数学模型	155
2.2.2	特征有限差分程序	157
2.2.3	格式 I 的收敛性分析	159
2.2.4	格式 II 的收敛性分析	167
2.3	可压缩二相渗流问题的迎风差分格式	170
2.3.1	引言	170
2.3.2	二阶迎风差分格式	172
2.3.3	收敛性分析	173
2.3.4	推广和简化	182
2.4	可压缩二相渗流问题的分数步特征差分方法	183
2.4.1	分数步特征差分格式	185
2.4.2	收敛性分析	186
2.4.3	推广和应用	193
2.5	二相渗流问题迎风分数步差分格式	194
2.5.1	引言	194
2.5.2	二阶修正迎风分数步差分格式	196
2.5.3	格式 I 的收敛性分析	200
2.5.4	格式 II 的收敛性分析	217
2.6	油气资源数值模拟的交替方向特征有限元格式	218
2.6.1	引言	218
2.6.2	交替方向特征修正变网格有限元格式	220
2.6.3	收敛性分析	223
2.7	多组分可压缩渗流问题的分数步特征差分方法	232
2.7.1	分数步特征差分格式	233
2.7.2	L^2 模误差估计	235
2.8	多组分可压缩渗流问题特征交替方向有限元方法	239
2.8.1	某些准备工作	240
2.8.2	修正特征交替方向有限元程序	241
2.8.3	收敛性分析	244
	参考文献	253
第 3 章	化学驱油 (三次采油) 的数值模拟基础	257
3.1	强化采油数值模拟的特征差分方法	259
3.1.1	数学模型	259
3.1.2	一类特征差分格式	262
3.1.3	收敛性分析	265

3.2	三维强化采油数值模拟的特征差分方法	270
3.2.1	数学模型	271
3.2.2	特征差分格式和收敛性定理	273
3.3	强化采油的特征混合元方法 (I)——不相互干扰的情况	276
3.3.1	一个模型问题	278
3.3.2	特征混合元程序	279
3.3.3	格式 I 的 L^2 误差估计	282
3.3.4	格式 II 的收敛性	289
3.4	强化采油的特征混合元方法 (II)——相互干扰的情况	289
3.4.1	一般数学模型	289
3.4.2	特征混合元格式	291
3.4.3	收敛性理论	293
3.5	强化采油特征交替方向有限元方法	295
3.5.1	数学模型	295
3.5.2	特征交替方向有限元格式	297
3.5.3	收敛性分析	299
	参考文献	302
第 4 章	核废料污染问题的数值模拟方法	305
4.1	不可压缩核废料污染问题的有限元方法	306
4.1.1	引言	306
4.1.2	半离散有限元程序	307
4.1.3	有限元方法的数值分析	309
4.1.4	全离散混合元方法	315
4.1.5	全离散混合元方法的数值分析	317
4.2	可压缩核废料污染问题的特征混合元-有限元方法	322
4.2.1	数学模型	322
4.2.2	特征混合元-有限元格式	323
4.2.3	收敛性分析	325
4.3	可压缩核废料污染问题的特征混合元-差分方法	332
4.3.1	数学模型	332
4.3.2	混合元-特征差分程序	335
4.3.3	格式 I 的误差估计	338
4.3.4	格式 II 的误差估计	347
	参考文献	348

第 5 章 油气资源盆地数值模拟基础	350
5.1 盆地数值模拟的理论、方法和应用	351
5.1.1 引言	351
5.1.2 油气资源评估的数值模拟和分析	354
5.1.3 三维单层运移聚集的数值模拟	359
5.1.4 多层问题运移聚集的大规模精细并行计算数值模拟	366
5.2 多层渗流方程耦合系统的迎风分数步差分方法	376
5.2.1 二阶迎风分数步差分格式	378
5.2.2 二阶格式的收敛性分析	382
5.2.3 一阶迎风分数步差分格式及其收敛性分析	393
5.2.4 应用	395
5.3 非线性多层渗流方程耦合系统的差分方法	395
5.3.1 引言	395
5.3.2 迎风分数步差分方法	397
5.3.3 收敛性分析	400
5.4 多层非线性渗流耦合系统的特征分数步差分方法	410
5.4.1 引言	410
5.4.2 问题 I 的特征分数步差分格式	412
5.4.3 收敛性分析	416
5.4.4 问题 II 的特征分数步差分格式及分析	425
5.5 对流扩散问题的特征修正交替方向变网格有限元方法	426
5.5.1 引言	426
5.5.2 特征修正交替方向变网格有限元格式	427
5.5.3 收敛性分析	430
5.5.4 应用	440
5.6 非矩形域渗流耦合系统特征修正交替方向有限元方法	442
5.6.1 引言	442
5.6.2 某些准备工作	443
5.6.3 特征修正算子分裂有限元格式	445
5.6.4 收敛性分析	450
5.6.5 拓广和应用	460
5.7 三维渗流耦合系统动边值问题迎风差分方法	461
5.7.1 引言	461
5.7.2 区域变换	463
5.7.3 迎风差分格式和分析	467

5.7.4	迎风分数步差分格式和分析	474
5.7.5	拓广和实际应用	484
5.8	三维二相渗流动边值问题的迎风分数步差分方法	485
5.8.1	引言	485
5.8.2	迎风分数步差分格式	487
5.8.3	收敛性分析	494
5.8.4	应用	504
	参考文献	506
第 6 章	海水入侵预测和防治的数值方法	511
6.1	海水入侵及防治工程的渗流力学数值模拟	512
6.1.1	引言	512
6.1.2	三维渗流力学模型	514
6.1.3	迎风分数步算法	515
6.1.4	数值模拟结果与分析	518
6.1.5	防治海水入侵主要工程的后效	521
6.1.6	地下坝、防潮堤工程后效预测	523
6.1.7	工程调控应用模式	525
6.2	海水入侵和防治的迎风分数步差分格式	526
6.2.1	数学模型	527
6.2.2	修正迎风分数步差分格式	528
6.2.3	收敛性分析	531
6.3	海水入侵数值模拟的特征差分方法	543
6.3.1	数学模型	543
6.3.2	特征差分格式	546
6.3.3	收敛性分析	549
6.4	海水入侵数值模拟的特征有限元方法	553
6.4.1	特征有限元格式	553
6.4.2	收敛性分析	555
	参考文献	564
第 7 章	半导体瞬态问题的数值方法	567
7.1	半导体器件数值模拟的特征有限元和混合元方法	569
7.1.1	引言	569
7.1.2	特征有限元格式	571
7.1.3	特征有限元格式的收敛性	574
7.1.4	特征混合元格式及其收敛性	580

7.2	三维热传导型半导体问题的差分方法	583
7.2.1	问题 I 的特征差分格式	584
7.2.2	问题 I 的收敛性分析	589
7.2.3	问题 II 的特征差分方法和分析	595
7.3	三维热传导型半导体的分数步特征差分法	596
7.3.1	特征分数步差分格式	597
7.3.2	收敛性分析	601
7.4	半导体的修正分数步迎风差分方法	608
7.4.1	分数步迎风差分方法	609
7.4.2	收敛性分析	613
7.5	非矩形域半导体瞬态问题的交替方向特征有限元方法	626
7.5.1	某些预备性工作	627
7.5.2	交替方向修正特征有限元方法	630
7.5.3	收敛性分析	634
7.6	半导体瞬态问题的变网格交替方向特征有限元方法	644
7.6.1	某些预备工作	645
7.6.2	特征修正交替方向变网格有限元格式	647
7.6.3	某些辅助性椭圆投影	651
7.6.4	收敛性分析	652
7.7	半导体瞬态问题的特征混合元区域分裂方法	661
7.7.1	引言	661
7.7.2	某些预备工作	662
7.7.3	特征修正混合元区域分裂程序	665
7.7.4	收敛性分析	668
7.7.5	三维问题的推广	675
7.8	半导体器件问题局部加密网格的有限差分方法	675
7.8.1	网格系统及相关的记号	676
7.8.2	有限差分格式和收敛性	677
7.8.3	时空局部网格加密有限差分格式和分析	681
7.8.4	数值算例	681
	参考文献	683
	索引	687

《信息与计算科学丛书》已出版书目