

周沛耕 主编

高考数学总复习单元训练



北京

- 实用——各单元例题或模拟题直接和高考题型结合以配合同学们进行高考考前总复习
 - 或——本书主编为北大附中特级教师周沛耕老师教委高考数学命题组负责人任子朝对本书给予具体指导
 - 面——涵盖了高考所有考纲、考点
 - 页——在本书的第一章介绍了学习教学经验
- 由北京大学高考数学满分者谈经验和秘诀

航空工业出版社

高考数学总复习单元训练

主 编：周沛耕（北大附中特级教师）

航空工业出版社

1994、1

(京)新登字161号

高考数学总复习单元训练

主编：周沛耕

出版：航空工业出版社

(北京市安外小关东里14号)

发行：新华书店北京发行所

印刷：北京大白楼印刷厂

1993年10月第1版

1993年10月第1次印刷

开本：787×1092毫米1/32

印张：10.875

印数：1—20000

字数：248千字

ISBN7-80046-616-7/G·111

定价：8.00元

编委会

指 导：任子朝

(国家教委考试中心高考命题组数学科秘书)

主 编：周沛耕 (北京大学附中特级教师)

副主编：余学虎 仪 晟 林以松 邹 明 曹承川

孔庆键 赵碧景 张建国 宋万民 冀金礼

孙文武 单峻峰 韩 珍

编 委：张运兴 玄 健 苏怀堂 潘玉存 杨启发

李士坤 孙树宾 刘作高 邹先春 祝清杭

王有贵 王东方 谷洪波 李克正 赵从仁

林谦陆 宋泽新 王树贵 于善胜 张义文

靳天鑫 边德顺 徐计东 王集召 刘爱珠

黄伟珍 韦 官 邱广杰 王爱功 邓学奎

辛献民 李效三 鲍士雄 章正贤 朱世根

(排名不分先后)

前 言

“争渡、争渡、惊起一滩鸥鹭。”

一年一度的全国高考，在数以百万计的考生及家长心目中，具有神圣的地位。对于每一位即将毕业的中学生来说，无疑是人生的一大决战。考前的单元总复习是否科学有效，是决定高考成绩的关键。

数学习题是各知识点精要荟萃的渊藪。在总复习之时，融会贯通一定量的习题，在你的脑中就有一份取胜的把握，我们反对“题海战术”，但从一定量的习题中，发现解决问题的迅速有效的方法。

本书是根据高中数学各个单元顺序编排的，以配合各校师生进行考前总复习。本书精选了具有典型性的例题，并进行较为深入的分析，以利于考生掌握答题的要领和技巧。最后，精编了几套试题，以检测考生对本单元所掌握的程度。本书主要特点是：

(1) 第一章介绍了学习数学的经验，由北京大学 高考数学满分者和国际奥林匹克数学竞赛 (IMO) 金牌获得者谈学习数学经验。这些数学状元能顺利地通过那个“黑色的七月”，“惊心动魄的三天”，微笑地走向神圣而又神秘的北大校园，并非偶然，他们各自都有成功的秘诀。该书第一章披露了他们的“秘方”。

(2) 在本书的最后，精编了三套模拟题，并附有详细的参考答案。

(3) 本书以国家教委考试中心颁布的《考试说明》为依据，力求使考生掌握有效的复习方法。使同学们更好的学到书本知识。同时，本书例题和测试题都直接和高考题型相结合，针对性极强。

为编好这样一本高考总复习书籍，中国科学院北京华夏文化服务公司文教部组织了全国各省市三十所重点中学五十多名有丰富经验和较深理论造诣的数学教师共同编写（具体编写者，见本书后记），并由全国最有名的重点中学之一：北京大学附中特级教师周沛耕老师主编（周老师多次参加高考命题，同时还兼北京市奥林匹克学校培训组组长，他的学生多次在国际奥林匹克数学竞赛中获金奖）。在本书编写过程中，还得到国家教委考试中心高考命题组数学科秘书任子朝具体指导，并对本书提出很多极为宝贵的意见。因此，本书堪称集体智慧的精萃之作。

在本书编写过程中，航空工业出版社程志远、张少峰，北京第二外国语学院刘津、黄卫红，中南财经大学刘英，北京大学郭海龙、单峻峰、戴德峰、颜新华，以及付文丽、周元春、杨惠竹、韩琼等同志作了大量工作，在此一并表示衷心感谢！

由于时间仓促，缺点和错误在所难免，欢迎批评教正。
最后，祝同学们一路顺风。

编者

于北京大学西门娄斗桥

高考数学总复习单元训练

目 录

前言

第一章	高考数学状元的感想	(1)
第二章	函数	(18)
第三章	不等式	(60)
第四章	数列、数学归纳法	(71)
第五章	三角函数、反三角函数	(83)
第六章	复数	(93)
第七章	排列、组合、二项式定理	(121)
第八章	直线与平面	(137)
第九章	多面体与旋转体	(145)
第十章	直线和圆	(181)
第十一章	圆锥曲线	(200)
第十二章	参数方程和极坐标	(239)
第十三章	解析几何综合问题	(260)
附录: 1.	模拟题(一)	(1)
2.	模拟题(二)	(7)
3.	模拟题(三)	(15)

注: 模拟题及答案另行装订

第一章 高考数学状元谈经验

一、从80分到满分

肖常兴（北京大学国际经济系91级）

中学的几门课里，比较怕的还就是数学了。每次从期末考试考场里走出来，都有种如释重负的感觉，恨不能立刻忘掉这一学期学的数学，假期里也从不想碰一下数学书。这样果然忘得很快。

进了高三果然出事了！总复习的开始，数学老师先安排了一两次摸底性的模拟高考测试，内容自然是涵盖整个高中数学部分，拿到试卷，望着似曾相识却怎么也记不起解题办法的立体几何、平面解析几何（只不过隔了一个假期），我傻眼了，脑中似乎方法还挺多，可就是模模糊糊印象不清，只好拣着瞎撞。忙了一阵最后几道大题还没来得及做完下课铃就响了——120分满分的卷子我却只能考个八十来分。这下我可慌了！

于是开始反省：为什么高一、高二期末考试我都可以考得不错，现在一综合就不行了呢？

回想高中前二年学习数学的方法：上课只是听老师讲概念、定理、例题，然后拿到课后练习就仿着例题做，“掌握”倒也快。可是课后的习题（包括参考书中类似的同步练习）都是按本部分讲述的内容和例题编的，脱不了这个范围。所以拿到题目就可不假思索地做，做出来就算完事也不加以分析。通过做题，在解题过程中也能基本上掌握这一部

分习题的解法，只是由于未加分析、归纳、总结，这种掌握只不过脑子里无意识地感性地装着几种解题方法，因为范围限制，所以遇到题目时凭直觉就能判断出该用哪种方法。打个不恰当的比方，就象拿钥匙开锁，每过一个房间给你几把钥匙，可以分别打开这个房间的几个门，然后现场让你开。就那么几扇门，那么几把钥匙，稍试一下就能完成。但随着你不断地走过许多房间，钥匙越来越多，你还不加区别地串在一起，不作标记，走完后突然拉你回到某一房间门口让你从一大串杂七杂八的钥匙中找出能开这个门的，而且还有时间限制，拿着这一大把你未作标记的钥匙，你会是什么感觉？

我找到了问题的症结，我就开始补救了。随着老师逐步开始各个部分的复习：立体几何、平面解析几何、代数，由典型例题到各章节的习题，我开始分析每个章节是怎么安排的，一个完整的单元是怎样从初始定义到最后综合性的习题。前面提到过的范围，现在我就要弄清这范围本身是什么，在什么条件下使用这些解题方法，即题型归类。象几何中往往就是从一个定义出发，譬如立体几何中线线平行，其定义是“同一平面内的两直线无公共点”，以其定义再推出什么由线面平行也可推出线线平行，等等。在这里，定义本身就是一种解题方法，（象在解椭圆、双曲线的某些题中利用定义去解题往往最为简便），加深这些基本解题方法在头脑中的印象，且分清类别，记住某一类问题有几种解决方法（包括定义方法），以及每种方法是在什么条件下运用、运用的特点，掌握了每把钥匙的标识，开起门自然得心应手了。

有很多人反对题海战术，我想题海战术弊端不是出在“海”（题太多），而是跳进了海以后不辨方向，只一味追求灵巧的解题技巧，仿佛与书上的定义、例题的解题方法越不一样就越有用；或一题就是一题，哪怕做题中感觉到了“哎，和以前做过的某题似有关系，弄不好容易混淆”却也只是一闪而过的念头，不回过头去找出来比较比较，区别区别，又跳进汪洋大海中去。所以，掌握并分清基本的解题思路，遇到题时，即使有新鲜的解题技巧，也不要忘了基本手法。两下比较一下，往往这种技巧也是出于基本方法。

廓清了概念，明晰了解题办法，做起题来也逐渐顺手。可是我还有一个从小学时老师就在评语中批注的毛病——粗心。尤其是数学，忘了参数范围讨论，正、负号弄错，于我画常有的事，虽说算不上大毛病，可是往往很要命。大题中少了一两步还不至全扣分。选择题要是弄错了一点，可就前功尽弃了。

一向似乎浸在数学中的老师在一次试卷分析后，意外地给我们做了一次心理鼓动：“上了考场，你只要记住两点：第一，所考的内容我都学过，题型我也一定做到。第二，要细心。宁可在草稿纸上多画几笔，也不要匆忙得出答案。”

这段话给我印象很深。结合在此之前我在分类归纳上的良好准备，此时我也坚信，所考的内容都学过。这句平平淡淡的话，却正是道出了莘莘学子埋头苦学中忽略了的一点：所考的内容都学过，高考并非全无可知，只是一次对你所学过知识的检验，应该有信心。

在此基础上，每一步都力求谨慎、严谨、细心并非是做不到。

走出高考的考场，我轻轻舒了口气，夏天的天空格外美丽，只是此时我并非死里逃生的庆幸，心里升起的是一份自信——我知道，我成功了。

(肖常兴 男，1972年11月生于江苏常州市，不久即随父母入皖，在大别山区的一个山城——岳西县度过童年和少年时光。高二因父母工作单位迁址转学到铜陵三中。1990年高考中获安徽省文科总分第一名。数学得了满分。现就读于北京大学国际经济系金融专业。)

二、我的一点体会

王 崧 (国际奥林匹克数学竞赛金牌获得者)

6年中学生活一晃而过，两年竞赛生涯也已成为历史。有很多人问起我这样一个问题，我参加两届IMO，到底有些什么经验、好的学习方法。当然，说经验、学习方法，也很难谈出很多，这里我仅仅谈一谈我的一点体会。

要学好数学，首要的是兴趣。这几年来在大中小型竞赛上获奖的学生，以及一些高考尖子，都是对自己所长之一门，(如数学、物理、化学、英语等)有相当兴趣的，数学也不例外。事实上，IMO中所考查的数学知识能力技巧远远超过了中学数学课本内容，基本上涉及了所有初等数学领域(如数论、组合数学、代数、图论、几何等)。由于数学真正内涵丰富，但又相对枯燥，搞好数学要有浓厚的兴趣与坚定的毅力。我从小极喜欢数学，十几年来自始至终保持旺盛的精力超前学习。小学学完初中代数，中学学完高中数学，自学了一些微积分，高中三年在老师指导下，看了大量的课外书以及

与数学竞赛紧密相关的大学数学教材。因此我觉得兴趣是首要的。

当然，学好数学光凭兴趣不行，还要打好基础，要真正付出代价。我的老战友库超比我高一届，他早先在同学中并不很突出，但是中学几年来学习极为刻苦，其程度远比我高。几年来他自己独立完成的竞赛训练题等有十几本，每本大约2000道。（至于我，做的题较少留下，其总数以千计。）正因如此，他才能够进步迅速，最终能够为国为校争光。十万分可惜的是，他在31届IMO拿了银牌，离金牌分数线仅差一分。

决定竞赛命运的不仅仅是水平，临场发挥也占有很大作用，这要求参加竞赛者有很强的心理素质，高考亦是如此，当然我不是要谈如何应付考试，我仅再谈一谈关于决心、信心、恒心的问题。

我参加竞赛也不总是成功，也有失误的时候，初三时首次参加全国高中数学联赛两试才获19分（120分满分，湖北省40分为三等奖起分线）。我每临竞赛都有一定目标，决心很大，同时信心又十足。当然成功时尝到喜悦，失利时也不会气馁。1989年10月初全国联赛我破天荒地全部做完所有题，同时没错一道小题与计算题，但是等到的比赛结果是193分（满分225）。那一次题目极简单，湖北200分以上二十多人。学校对此极为重视，校长亲自过问竞赛查卷。最后终于查到208分，尽管最后十几分未争回，但总算列全省第九，获得了一次参加复赛的机会。这已经是十一月底了，而这一个月我是在一片压力下过来的，复赛机会来之不易，我抓住了它，从而走向成功。

这些已过去，现在还得从零开始，当然我面临的困难将会更多，路还更长。我对正在准备高考以及将要在赛、考场上一展雄姿的同学说一句：

祝愿你们幸运，成功！

（王崧 男，现年20岁，1985年9月考入黄冈中学初中，1988年9月考入黄冈中学高中，在六年中学时代，多次参加校、地、省直至全国的学科竞赛并获奖，1988年参加全国初中数学竞赛获湖北省赛区第一名，1988年10月参加全国高中数学联赛获湖北省第33名，1989年10月参加全国高中数学联赛获第9名，参加冬令营选拔赛被入选冬令营，1990和1991年，两次入选国家队，参加第31届（北京）、第32届（瑞典SIGTUNA）IMO均获金牌。1991年保送入北京大学数学系。）

三、我是怎样学数学的

奚万荣 （北京大学）

学数学离不开做题，做题时不应该怕题。要把数学当成自己的强项看待，相信自己能与别人拉开距离，当然自己在前面，这就需要自信，有一种非拿满分不可的责任感。

还是首先讲讲1990年省数学竞赛做题时的经历吧。这次竞赛我拿到了满分120分。最后那一题，似我从未接触过的一个陌生人。在此时我脑子里一片混乱，心也特慌。但又有什么用呢？我镇静下来，倾倒了脑中的“垃圾”，呈现一片空白，然后按部就班根据已知一步步地推进，把所有能得

到的都列到草稿上，再联系要求的结论，脑中与此相联的一个个思维接二连三地涌现出来。这就叫“养兵千日，用兵一时”。经过细致的推论，终于寻到了一个合适的解题路径，难题、生题此时就是熟题了。尽管如此，我解题过程中，由于计算有误，导致结论出错。幸亏在检验中找出了问题的症结所在，挽救了大局，否则就是徒劳而无功了。看来攻破一道道数学题的难关，还应把功夫用在平时学习上。

我高中学数学可说分了两个阶段。在高一高二我注重抓基础。老师当天在课堂上讲的章节，课后在脑子里象过电影快镜头似的闪一遍，然后当天就做与之相关的题目，趁热打铁，力求在做题过程中就掌握领会。同时我还选择一些典型题目自测掌握程度如何，弱点方面自己就加强练习。直到能在遇到此类型题目能很快想出解题方法来。到了高三大都是复习巩固，一般人所说的技巧与方法贯穿在平时学习中的，并不是到高三才着重抓。众多知识要使它浓缩下来这是一个必要的程序。我把以前所学的基础知识绘成一张大表。然后闭眼想要点、方法，能想多少就想多少。那些想不出来的证明记得不牢，再翻看书把它们加强一下印象。然后下步做的工作是再巩固：找综合性题目把基础知识串起来。这样自己所学的知识不会游离脱节。

掌握了基础题后就可向综合题进军。高考前老师也针对高考与同学们掌握知识的现状，猜猜大题呢。做题时与题目有关的你能想到的尽量想到，从问题已知出发，一步步地推进，然后与问题联系起来，选择一条合适的道路。我觉得综合题，知识面较广，内容结合程度高，如果综合题掌握得能举一反三，运用自如，足可以证明他数学知识掌握的程度。

做题时就应注意把基础知识、基本方法、解题技巧联合起来统一考虑。多多钻研这类题目，虽然花的时间多一点，但做出来的乐趣无可比拟。

数学的基本方法中我很推崇数形结合。我们经常遇到把几何代数三角连串起来的题目，有的很扎手，又很抽象。此时一般都是数形结合给你神奇的威力，把抽象的题经过复杂的抽象思维整理成有形图象，一目了然。前边提到的竞赛就靠此法力挽狂澜。

有人问我有啥秘方法宝可贡献出来，我想除了上面我所说的，唯有耐心、不慌，能在做题目中找到一种享受与乐趣。哦，还得提醒一句，千万留一点时间检验。出产品都有质检一关，数字亦然，一不小心出了次品废品可苦了自己。

（本文作者奚万荣，毕业于江苏省重点中学扬中县中。1991年获省数学竞赛一等奖，中学时代多次在市县竞赛中获奖。1991年保送到北京大学学习。）

四、我学数学一二三

欧阳 （北京大学）

我生在农村。自小以来，父辈们所寄托的弃耕从文的希望就一直是一种不小的压力；象鲁迅先生所描绘的，“读书呀读书呀”的声音一直在我耳边响荡，振聋发聩。所以，我学习比较用功、刻苦。加上自己心中的那一个小小的梦想，

在学习上就可以说到“执着”的地步了。在这里，我主要是想说一说我学习数学的一些所谓“心得”的东西。不瞒诸位，数学对我并不很亲睐，从没有得过什么奖什么牌，成绩也一直平平；只不过因为高考中数学总分150分而我得了145分，自我感觉良好，认为可以说说而已。

一为抓基础。万丈高楼平地起，基础不牢靠是不行的。数学，顾名思义，是关于数字的科学。0至9这几个阿拉伯数字的颠来倒去，却也变化无穷。你想想，我们的脑瓜子才多大一点，怎么可能把那么多的变化一个一个地统统都装下？所以，我觉得最要紧的就是掌握那些最基本的东西。就如一张渔网，抓住了网的总绳，就等于说抓住了全网。数学也一样，万变不离其宗，基本定义、定理记住了。其余的，推来推去，还不就那么回事？

在解题上，思维方式很重要，特别是那种逆向思维——这是我要说明的第二点，也是最主要的一点。心理学上有一种说法，叫“思维定势”，就是说拘泥于按照一般的、常规的思维顺序，考虑方法去观察、认识、解决问题，由表及里。从现象到本质，从已知到结论，等等。都属于常规思维；若是局限于这种顺序，首先就把自己的思维圈在一个圈子里，则成了“思维定势”。在我的记忆中，印象最深的是一个智力题目，大意是有排成正方形的九点，要一笔把它们连起来，不允许重复。好象还有别的条件，反正它要求的就是做题者必须突破“正方形”这个圈子；而很多人做不出来，就是让思维局限在这个圈子里，不敢往外看，形成了“思维定势”。

而逆向思维呢，则是打破常规，以完全相反或“突出奇

兵”式的一种思维过程来解决问题，如由内知表，从结论到已知。说得通俗一点，是拗着走，最常见的是数学中的反证法。说起来很简单，逆向思维的作用却不可低估。有些题目——我主要是说证明题——有时以结论推写出已知条件比规规矩矩由已知去推到结论要容易得多，直截得多。用不着我再来举出实例吧，相信诸位在学习过程中肯定能发现大量的这类题目。所以，诸位不妨试一试，有意识地培养自己的逆向思维习惯更好地发挥自己的创造力。

还想说一说的是临考前的心理。记得曾经看到过一种现象，很多同学在考数学前半小时就纷纷找题目给自己做。很不解；问之，则回答：“让自己进入境界。”这可以说是一种“自我紧张式”，让自己早点达到考试状态，当然有其合理、可取的地方；只是未免有点辛苦。而我那时，则采取了一种“自我放松式”，考前跟人说说笑话，眺眺远景，或是闭目养神，悠哉游哉。不信？朱建华得世界跳高冠军时都是采取的这种方法哩。一般说来，考前一段时间，个个都如临大敌，脑子高度紧张如上了弦的弓；在“大决战”前的几十分钟内让大脑稍微休息休息，“养精蓄锐”，说不定会使之更有爆发力，更加快活呢。

嘿，算了吧，好汉不提当年勇啊。不过，我还是希望能给诸位带来一点有用的东西——当然，诸位仍须根据自己的实际情况决定取舍——否则，罪过大矣。不知身处“龙门”之外的诸君，以为上面的胡诌，有可取之处否？

1993.5

（本文作者1991年毕业于湖南省双峰一中，获1991年湖南省高考第四组总分第一名）