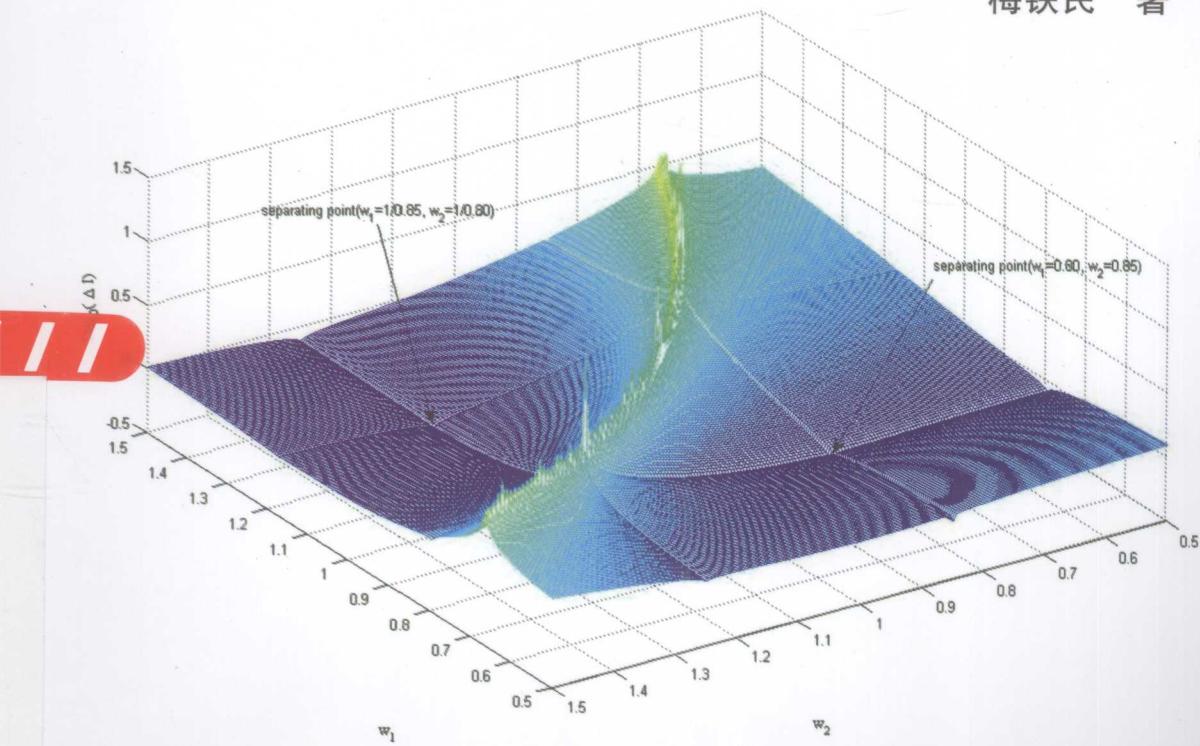


盲源分离 理论与算法

Theory and Algorithms of Blind Source Separation

梅铁民 著



西安电子科技大学出版社
<http://www.xdph.com>

of subband signals. 介 蘭 容 內

[145] Mei, Alfred M., et al. 1999.

双音源分离算法的重叠部分分离与距离度量的盲

非负矩阵分解方法在语音分离中的应用. 学报全文. 球体会议. 地图着色. 野

盲源分离理论与算法

参 考 文 献. 译者简介. 本版说明. 答疑. 附录. 编者说明. 作者简介. 版 权

录. 前言. 致谢. 参考文献. 引言. 第一章. 盲源分离的基本概念. 第二章. 盲源分离的基

梅铁民 著

21-23, 2006, pp.

[147] Yu, F., Guo, F., Wang, J., et al. 2005. A blind source separation method based on DCT domain nonnegativity. *IEEE Trans. Signal Processing*, 53(1), 174-178.[148] Mei, T., Xie, Y., Yin, J., et al. 2005. A blind source separation method based on time-domain optimization. In: *Proc. ICASSP 2005*. 香港特别行政区离散余弦变换在音频、语音分离中的应用. 第10届国际信号处理会议. 2005年3月28日-4月1日, 中国香港.[149] Mei, T., Xie, Y., Yin, J., et al. 2005. A blind source separation method based on matrix factor blind deconvolution. In: *Lecture Notes in Computer Science*, Springer, Lecture Notes in Computer Science (LNCS) 3633, 2005, 1-10. ISBN 3-540-26002-3.[150] Mei, T., Xie, Y., Yin, J., et al. 2005. A blind source separation method based on a global approach. In: *Proc. ICASSP 2005*. 香港特别行政区离散余弦变换在音频、语音分离中的应用. 第10届国际信号处理会议. 2005年3月28日-4月1日, 中国香港.[151] Mei, T., Xie, Y., Yin, J., et al. 2005. A blind source separation method based on a local approach. In: *Proc. ICASSP 2005*. 香港特别行政区离散余弦变换在音频、语音分离中的应用. 第10届国际信号处理会议. 2005年3月28日-4月1日, 中国香港.[152] Mei, T., Yin, J., Feature-domain separation via a linear model. In: *Lecture Notes in Computer Science*, Springer, Lecture Notes in Computer Science, Springer, 2005, 1-10. ISBN 3-540-26002-3.[153] Mei, T., Yin, J., Feature-domain separation via a linear model. In: *Lecture Notes in Computer Science*, Springer, Lecture Notes in Computer Science, Springer, 2005, 1-10. ISBN 3-540-26002-3.[154] Mei, T., Xie, Y., Chien, C.-L., et al. 2005. Deconvolution-based blind source separation. In: *Proc. ICASSP 2005*. 香港特别行政区离散余弦变换在音频、语音分离中的应用. 第10届国际信号处理会议. 2005年3月28日-4月1日, 中国香港.[155] Xu, J., Yang, J., et al. 2005. A blind source separation method based on sparse representation. In: *Proc. ICASSP 2005*. 香港特别行政区离散余弦变换在音频、语音分离中的应用. 第10届国际信号处理会议. 2005年3月28日-4月1日, 中国香港.

西安电子科技大学出版社



北航

C1666917

TN911.7

141

013081524

内 容 简 介

盲源信号分离理论是现代信号处理的重要前沿研究领域之一，在通信、语音处理、图像处理、地震勘探、生物医学、雷达及经济数据分析等领域有着广泛的应用。

本书从二阶矩理论、高阶累积量理论和信息论三个方面来阐述盲源信号分离的基本理论，并从观测信号的混合模型（瞬时混合、卷积混合）出发来介绍典型算法。

该书面向具有一定信号处理基础的学生和研究者。通过本书的学习，读者能够掌握盲源信号分离的基本理论、典型算法以及最新进展，快速进入该领域前沿开展研究工作。

图书在版编目(CIP)数据

盲源分离理论与算法 / 梅铁民著.

—西安：西安电子科技大学出版社，2013.4

ISBN 978 - 7 - 5606 - 3051 - 9

I. ① 盲… II. ① 梅… III. ① 信号盲分离 IV. ① TN911.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 081979 号

策 划 高 樱

责任编辑 阎 彬 高 樱 史春蕾

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路 2 号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xdph.com 电子邮箱 xdupfxb001@163.com

经 销 新华书店

印刷单位 西安文化彩印厂

版 次 2013 年 4 月第 1 版 2013 年 4 月第 1 次印刷

开 本 787 毫米×960 毫米 1/16 印张 10.5

字 数 185 千字

印 数 1~1000 册

定 价 20.00 元

ISBN 978 - 7 - 5606 - 3051 - 9/TN

XDUP 3343001 - 1

* * * 如有印装问题可调换 * * *

前　　言

盲源信号分离

盲源信号分离理论是现代信号处理的重要前沿研究领域之一，在信号处理的各个领域有着十分广泛的应用。盲源信号分离是指从观测到的多源混合信号中分离并恢复出相对独立的源信号的过程。所谓“盲”，是指对源信号及混合过程知之甚少，可利用的信息只有观测到的混合信号。人们利用源信号间的统计独立性、不相关性，统计分布的非高斯性，时间上的非平稳性以及频域上的非白性，混合矩阵的非奇异性等，通过观测信号自适应地分离并恢复源信号。

盲源信号分离是一种自适应信号处理技术。从神经网络角度讲，它是一种无监督学习过程，即根据某种评判准则，自适应地获得信号处理网络的权重，使系统逐步逼近所要求的状态，从而实现信号分离。

与盲源信号分离并行的另一个概念是独立分量分析，两者从不同侧面描述同一问题。盲源信号分离是从信号处理结果来看问题；而独立分量分析是从信号处理过程来看问题，信号分离过程就是信号的统计独立性最大化过程。

盲源信号分离（独立分量分析）的概念最早由 Héault 和 Jutten 等人在 1985 年提出。但直到 1991 年，由于 Jutten、Comon 和 Sorouchyari 等人的三篇论文在欧洲《Signal Processing》上同时发表，才引起有关学者的广泛关注，并在数字信号处理与神经网络领域产生重要影响。目前盲源信号分离理论已经在通信、语音处理、图像处理、地震勘探、生物医学、雷达及经济数据分析等领域得到广泛应用。

本书从二阶矩理论、高阶累积量理论和信息论三个方面来阐述盲源信号分离的基本理论，从观测信号的混合模型（瞬时混合、卷积混合）出发来介绍一些典型算法。

前人丰富的研究成果以及自己多年来在该领域的知识积累，为本书的顺利完成奠定了坚实的基础。

作者

2012 年 12 月

言前

本书符号特别说明

1. 时域标量：普通小写斜体字母，如 $s(t)$ ；
2. 时域矢量：黑斜体小写字母， $s(t)$ ；
3. 矩阵或矩阵序列：黑斜体大写字母， A 或 $A(n)$ ；
4. 频域或时频域标量：普通小写斜体字母，如 $s(e^{j\omega})$ 或 $s(t, e^{j\omega})$ ；
5. 频域或时频域矢量：黑斜体大写字母，如 $S(e^{j\omega})$ 或 $S(t, e^{j\omega})$ 或 $S(n, e^{j\omega})$ ；
6. 频域矩阵：黑斜体大写字母，如 $H(e^{j\omega})$ 或 $H(t, e^{j\omega})$ 。

目 录

第1章 绪论	1
1.1 盲源信号分离研究的历史与发展	1
1.2 盲源信号分离的研究对象	2
1.3 盲源信号分离的可行性	3
1.4 盲源信号分离算法的分类	4
1.5 盲源信号分离与独立分量分析的关系	7
1.6 盲源信号分离与多输入多输出系统盲解卷积的关系	8
第2章 信息论、神经网络及高阶统计量基础知识	9
2.1 信息论	9
2.2 神经网络	12
2.3 高阶累积量理论	14
2.4 自然梯度与相对梯度	17
2.5 盲分离算法计算量的比较	19
第3章 混合模型与分离模型	20
3.1 瞬时混合模型与分离模型	20
3.2 卷积混合模型与分离模型	22
3.3 信号的非线性混合模型	23
3.4 从源信号到混合信号的统计性质变化	24
3.5 盲分离算法性能指标	34
第4章 瞬时混合信号盲分离的二阶矩理论	35
4.1 两个源信号的特例	35
4.2 一般性理论	37
第5章 基于去相关的盲信号分离算法	41
5.1 相关矩阵的非负定性及 Hadamard 不等式	41
5.2 基于去相关判据的一般算法	42
5.3 基于源信号非平稳性的简化算法	44
5.4 基于去相关的盲信号分离算法的推广	45
第6章 双源信号盲分离的去相关算法	49
6.1 双源信号盲分离迭代算法	49
6.2 算法的几何解释与收敛性分析	50
6.3 仿真实验例子	52

第 7 章 相关矩阵特征值分解盲分离算法	54
7.1 AMUSE 算法	54
7.2 广义特征值分解(GED)盲分离算法	57
第 8 章 瞬时混合信号盲分离的高阶累积量理论	61
8.1 可分性约束条件	61
8.2 基于高阶累积量的盲分离判据	62
第 9 章 对称四阶互累积量矩阵联合对角化算法	66
9.1 目标函数与算法	66
9.2 参数 λ 的选择问题	68
9.3 算法实现方面的考虑	68
第 10 章 Comon 算法	70
10.1 基本原理	70
10.2 Comon 算法实现	72
第 11 章 JADE 算法	77
11.1 模型	77
11.2 目标函数	77
11.3 累积量矩阵与正交矩阵 Q 之间的关系	78
11.4 矩阵联合对角化	79
11.5 四阶累积量矩阵的特征矩阵表示	80
第 12 章 不动点 ICA 算法	82
12.1 不动点算法	82
12.2 不动点算法稳定性与收敛性分析	84
12.3 KMA 与 MUK 算法	87
第 13 章 瞬时混合信号盲分离信息论理论与算法	89
13.1 基于信息论的自然梯度算法	89
13.2 非线性激励函数	91
13.3 最大似然估计算法	92
13.4 信息最大化算法(Informax)	94
第 14 章 信号不连续性最大化算法	96
14.1 信号的不连续性	96
14.2 目标函数与算法	96
14.3 重叠矩阵及其近似对角化	97
第 15 章 瞬时混合信号盲分离的频域算法	99
15.1 纯频域算法	99
15.2 半时域半频域算法	103

第 16 章 基于二阶矩的卷积混合信号时域盲分离理论与算法	105
16.1 卷积混合信号盲分离的去相关理论	105
16.2 基于去相关的盲信号分离算法	113
16.3 仿真实验例子	116
16.4 本章小结	121
第 17 章 基于高阶累积量的卷积混合信号盲分离理论与算法	122
17.1 基于高阶累积量的盲分离判据	122
17.2 基于高阶累积量的卷积混合信号盲分离算法	124
17.3 仿真实验例子	127
第 18 章 功率谱密度矩阵联合对角化与卷积混合信号盲分离	129
18.1 功率谱密度矩阵联合对角化原理	130
18.2 基于功率谱密度矩阵联合对角化的盲分离算法	133
18.3 仿真实验例子	135
18.4 本章小结	139
第 19 章 基于信息论的卷积混合信号频域盲分离算法	140
19.1 混合模型与分离模型	140
19.2 自然梯度算法的几种推广形式	142
19.3 基于 Kullback-Leibler 散度的卷积混合信号盲分离算法	144
19.4 与其他算法的比例	146
19.5 仿真实验例子	147
参考文献	149

第1章 绪论

盲源信号分离研究的一个核心且直接的理论基础是卷积混合模型。卷积混合模型假设信号是由多个独立的源信号通过线性卷积过程混合而成的。卷积混合模型是信号处理领域的一个重要分支，它通过逆卷积操作来分离出原始信号。盲源信号分离(BSS: Blind Source Separation)是现代信号处理的重要前沿研究领域之一，在信号处理的各个领域有着十分广泛的应用。盲源信号分离是指从观测到的多源混合信号中分离并恢复出相对独立的源信号的过程。通常情况下，这些源信号中包含着有用的信息，但是又不能直接地观测到它们，因此对这些源信号进行分离显得特别重要。所谓“盲”是指对源信号及混合过程知之甚少，可利用的信息只有观测到的混合信号。但可以对源信号及混合过程做一些基本假设，诸如源信号相互间的统计独立性、不相关性，源信号本身的统计分布特性、平稳与非平稳性，混合矩阵的非奇异性等，从而使盲源信号分离成为可能。

盲源信号分离是一种自适应信号处理技术，是一种无监督学习过程，即根据某种评判准则，自适应地获得信号处理网络的权重，使系统逐步逼近所要求的状态，从而实现信号分离。因此，盲源信号分离是自适应信号处理的一个重要组成部分。盲源信号分离，当时也称为独立分量分析(ICA: Independent Component Analysis)，最早由 Hérault 和 Jutten 等人在 1985 年提出^[1]。随后，Jutten、Comon 和 Cardoso 等法国学者陆续发表了一些论文^[2-4]，但当时并没有得到重视。直到 1991 年，由于 Jutten、Comon 和 Sorouchyari 等人的三篇论文在欧洲《Signal Processing》上同时发表，才使盲源信号分离在数字信号处理与神经网络领域产生了重要影响，并引起有关学者的广泛关注^[5-7]。事实上，卷积混合信号盲分离问题最早甚至可以追溯到 Widrow 等人的工作。Widrow 等人提出的自适应噪声抵消问题(ANC)是目前所研究的卷积混合信号盲分离问题的一个特例^[77-78]。目前盲源信号分离理论已经在通信、语音处理、图像处理、地震勘探、生物医学、雷达及经济数据分析等领域得到广泛应用^[125, 128-129]。

1.2 盲源信号分离的研究对象

在信号测量中，在多个源信号同时存在且用多个传感器同时测量的情况下，由传感器所获得的观测信号是所有源信号共同作用的结果，即观测信号是所有源信号的一个函数，此时称观测信号是源信号的混合信号。如果观测信号与源信号（包括源信号的各阶时间延迟）之间构成线性关系，则称这种混合过程为线性混合过程；反之，如果观测信号与源信号（包括源信号的各阶时间延迟）之间构成非线性关系，则称这种混合过程为非线性混合过程。另外，混合系统既可以是有记忆系统，也可以是无记忆系统。无记忆混合系统输出的当前值只与源信号的当前值有关，而与源信号的过去值无关，这样的混合系统又称为瞬时（线性）混合系统；反之，有记忆混合系统的输出不仅与输入源信号的当前值有关，而且与源信号的过去值有关，这样的混合系统也称为卷积（线性）混合系统。

在对观测到的混合信号进行多源信号分离时，如果各个源信号及混合过程均未知，则这个多源信号分离问题就构成盲源信号分离问题。

目前研究较多的是瞬时混合系统和卷积混合系统的输出信号分离问题。此外，非线性混合系统的研究也引起越来越多的关注^[15,133]。

例如，在多个声源同时存在的情况下，用麦克风阵列进行信号测量时，如果忽略麦克风的非线性特性，则麦克风的输出信号为线性混合信号；如果麦克风的非线性特性不能忽略，则观测信号为非线性混合信号。此外，如果是在室内录音，房间混响效应不能忽略，此时房间作为信号的传输通道，是一个有记忆混合系统，因此观测到的信号为卷积混合信号。即使在室外录音，虽然不存在房间混响效应，但是如果声源到各个传感器的时间延迟不能忽略，那么这时信号的传输系统也是一个有记忆混合系统；反之，如果时间延迟可以忽略，则传输系统是无记忆混合系统。

在生物医学信号观测中，母亲-胎儿心电信号（MECG-FECG）的检测与分离是一个典型的多源信号分离问题^[11]。在脑电信号（EEG）的研究中，一般认为，人体外所能观测到的脑电信号是大脑中许许多多脑神经元相互独立的生物电信号综合作用的结果，因此，这也是一个多源信号观测与分离问题^[9]。功能磁共振成像（fMRI）数据处理可看成是一个瞬时混合模型^[8]。由心率信号和动脉血压信号提取心脏交感神经（CSNA）和副交感神经（CPNA）信号，这是一个卷积混合模型^[10]。

在通信领域，移动通信中的多用户检测问题是一个多源信号观测与分离问

题^[71]。电话及电视会议系统中的回波抵消问题也可以看成是一个特殊的多源信号分离问题。

综上所述，在实际应用中，许多场合都需要用到盲源信号分离。另外，独立分量分析已经不仅仅局限于盲信号分离问题，现已经广泛用于经济活动数据分析、图形图像分析与压缩、语音加密等领域^[125, 128, 129, 135-139]。

1.3 盲源信号分离的可行性

如前所述，盲源信号分离是指在多源多传感器问题中，在没有任何关于源信号及传输信道（混合系统）先验知识的情况下，只根据对源信号及混合系统的一些基本假设，由观测信号（混合信号）分离并恢复源信号的过程。这些假设是对源信号及混合系统的一些基本要求，不涉及源信号的具体统计模型和混合系统的任何具体参数。

1. 对源信号统计性质的要求

从一组源信号的混合信号中能否分离并恢复源信号，不仅与源信号的统计性质有关，而且与混合过程密切相关^[17, 18, 28]。Cardoso 曾经研究了瞬时混合信号盲分离算法所能达到的分离性能与源信号的非平稳性及非高斯性之间的关系，认为盲分离算法的分离性能随着源信号的非平稳性及非高斯性的增加而增加^[111]。对源信号的基本假设可以概括为所谓的“四非”性质，即非依赖性（统计独立性、不相关性）、非高斯性、非平稳性（具有时变的统计特性）和非白性（频谱的非平坦性）。

(1) 非依赖性(Independence)。非依赖性是指源信号之间的统计关系。一般要求源信号之间要具有统计独立性或统计不相关性。这是盲源分离理论对源信号的基本要求。

(2) 非高斯性(Non-Gaussianity)。非高斯性一般要求源信号中有不多于一个高斯分布的源信号。这一条件在基于信息论及高阶统计量的盲分离理论与算法中是一必要条件。但在基于去相关的盲分离算法中，通常并不要求源信号为非高斯的。信号的非高斯性既可以用高阶统计量来表示，又可以用信息论准则来衡量。常用的高阶统计量有三阶或四阶累积量(cumulant)；常用的信息论准则包括负熵(negentropy)、互信息(mutual information)、Kullback-Leibler 距离(散度)。

(3) 非平稳性(Non-Stationarity)。非平稳性是指源信号的各阶统计量是时间起点的函数。目前只有基于二阶统计量的盲分离算法才利用源信号的非平稳

性^[19-23]，而在基于信息论及高阶统计量的盲分离理论与算法中，几乎没有考虑源信号的非平稳性。通常，为了理论上的方便，在基于信息论和高阶统计量的盲分离理论中，往往假设源信号是平稳随机过程。

(4) 非白性(Non-Whiteness)。非白性是指在频域上源信号的各阶或某阶多谱(multispectrum)(包括功率谱密度函数)具有非平坦特性，或者等价地说，在时域上源信号的非零时间延迟统计量非零。为了与信号的时间非平稳性相对应，非白信号频谱的非平坦特性可称为频域非平稳性。与时间非平稳性一样，目前，源信号的频域非平稳性也只有在基于二阶统计量的盲分离算法中才得到充分利用，而在基于信息论及高阶统计量的盲分离算法中很少使用^[20,24-26]。

在“四非”性质中，非依赖性是盲源信号分离中的最基本假设，它规定了源信号之间所应有的相互关系，而其他三条性质(非高斯性、非平稳性和非白性)则规定了各源信号本身所应具有的统计性质。对于任何盲源信号分离算法，各源信号除非依赖性假设外，至少还要具有其他“三非”性质之一。由此可以得到推论：一组统计独立的、平稳高斯白噪声过程的混合信号是不可分的。

2. 对混合系统(传输信道)的要求

由于混合系统分为瞬时混合系统和卷积混合系统，因此对混合系统的基本假设因系统特性的不同而不同。

一般情况下，对于瞬时混合系统，当观测信号数等于或多于源信号数时，混合矩阵列满秩或非奇异是盲源信号可完全分离的必要条件^[28]。目前也有学者研究了在混合矩阵奇异的条件下如何一个一个地抽取源信号的方法^[29]。对于卷积混合信号的盲分离问题，通常至少假定混合系统的传递函数矩阵在复平面单位圆上为列满秩或非奇异的。

3. 对观测信号数与源信号数的要求

事实上，混合矩阵列满秩或非奇异条件已经包含了对观测信号数与源信号数之间关系的要求，即观测信号数要不少于源信号数^[28]。

一旦这个基本假设不成立，混合矩阵将不再是满秩的，从而不能进行盲分离。

1.4 盲源信号分离算法的分类

自从 Héault 和 Jutten 做了开创性工作以后，人们在盲分离这一领域进行了大量的研究工作，从不同角度提出了很多有效的盲分离算法。为了更好地理解并比较这些算法的原理与特点，根据一定的原则对它们进行分类是必要的。

1.4.1 根据 BSS 所用的统计信息分类

通常情况下，根据算法所依赖的源信号的统计信息，可将盲源信号分离算

法分为如下三类：

1. 基于信息论或似然估计的盲分离算法

这类算法以信息论为基础，判断信号分离的准则是分离系统输出信号的统计独立性最大化(互信息最小化、负熵最大化等)^[30-33]。这类算法除了要求源信号间相互独立外，还要求源信号中最多只能包含一个高斯信号。Cardoso 等人证明，似然估计算法等价于信息论算法^[34]，因此可以把似然估计算法与信息论算法归到同一类中。基于信息论的典型算法有 Amari 的基于神经网络的自然梯度算法^[30]、Informax 算法^[35]等。此外，非线性 PCA 算法也归到此类^[36]。虽然非线性 PCA 算法与信息论以及似然估计算法的出发点不同，但它们在算法上很相似，而且都用非线性神经网络实现。

基于信息论的盲分离算法通常都是自适应在线学习算法。这类算法的不足之处在于非线性激励函数与信号的统计分布特性(亚高斯分布或者超高斯分布)有关。当源信号中同时存在亚高斯信号和超高斯信号时会带来麻烦。解决的办法有两种，一种是自适应地估计激励函数的类型，然后在给定的激励函数中选择合适的函数(Amari 方法)^[30]；另一种方法是对源信号的概率密度函数进行 Edgeworth 或 Gram-Charlier 展开，从而把非线性激励函数表示为分离信号各阶累积量的函数，并自适应地估计这些统计量^[32,37]。基于信息论的盲源信号分离方法通常具有较好的稳定性和收敛性。

2. 基于二阶统计量(SOS)的盲分离算法

这类算法也称为去相关算法。这类算法要求源信号间具有统计不相关性。此外，还要求源信号具有非白性或非平稳性。换言之，去相关算法不能分离统计独立的、平稳的白噪声过程(无论其概率分布如何)。去相关算法的主要优点是算法比较简单，并具有较好的稳定性，适用于具有任何概率分布的源信号^[19-21,24,27,38-41,156]。

基于去相关的典型算法有 AMUSE 算法^[39,42]、广义特征值分解算法(GED)^[24]、SOBI 算法^[38,60]、Matsuoka 算法^[40]及 Choi 的自然梯度算法^[21]。其中 AMUSE、GED、SOBI 算法利用源信号的非零时间延迟相关函数，因此要求源信号具有非白特性，而 Choi 的自然梯度算法及 Matsuoka 算法则利用了源信号的非平稳性。此外，还有一些其他方法^[61-63]。

在二阶矩理论框架下，要想完整描述一个非白且非平稳的随机过程，必须用其二维自相关函数。从盲信号分离角度来看，源信号的非白性与非平稳性具有等价性。

3. 基于高阶统计量(HOS)的盲分离算法

在盲信号分离领域，HOS 算法占有重要地位。事实上，BSS 算法的早期工

作就是从高阶统计量算法(H-J 网络)开始的。这类算法利用源信号的高阶统计量的性质来分离信号。最常用的是信号四阶累积量，也有用信号的三阶累积量来分离信号的。这类算法除了要求源信号具有统计独立性外，还要求源信号中最多只能有一个高斯信号，即利用源信号的非高斯性。而对于源信号的非白特性及非平稳特性没有做任何考虑。因此可以说，HOS 算法可以用来分离任何统计独立的非高斯信号(或准确地说，不多于一个高斯信号)。典型算法有 JADE 算法^[43,64]、EASI 算法^[44]、FastICA 算法^[45]、Zarzoso 的坐标旋转算法^[46-47]、Yellin 的卷积混合信号盲分离算法^[48-49]等。此外，Comon 算法事实上也是基于高阶累积量的算法^[32]。与基于二阶统计量的盲分离算法相比，HOS 算法具有一些独特的优点。首先，基于 HOS(主要是高阶累积量)的盲分离算法天然具有抗高斯噪声的特性，这是因为高斯分布的随机信号没有高于二阶的累积量。其次，利用分离系统输出信号的高阶累积量(通常是四阶累积量)的最大化实现去高斯化，从而可以实现单一信号的抽取，即只提取所需信号，而不涉及其他信号^[50-51]。这是二阶统计量算法所不能做到的。

但事实上，在很多情况下，源信号可能既是非高斯的，又是非白的，同时还可能是非平稳的，如语音信号。在过去几年中，如何更有效地利用这“三非”特性已经引起研究者的重视。有人尝试利用信号的非白特性提出过 JADE-TD 算法，但理论上并不完善^[52]。如何有效地把 HOS 与非白特性及非平稳特性结合起来，本书第 8 章中有详细论述，并给出相应的算法。

基于信息论和似然估计的 BSS 算法与基于源信号统计量的算法之间存在紧密联系。Comon 利用 Edgeworth 展开证明，BSS 中的互信息最小化原理等价于四阶自累积量平方和的最大化，也等价于所有四阶互累积量平方和的最小化^[32]。Amari 等人利用 Gram-Charlier 展开，也给出了由三阶、四阶累积量表示的互信息最小化算法^[37]。Pham 在非平稳高斯信号模型下所给出的基于似然估计和互信息的 BSS 算法，与 Choi 的基于信号非平稳性的去相关算法是一致的^[21,23]。

1.4.2 根据 BSS 数学原理分类

除了根据算法所依赖的源信号的统计信息这种分类方法外，还可以根据 BSS 算法所涉及的数学原理，把已有的盲分离算法分成以下三类。

1. 完全特征值分解算法

这类算法完全通过矩阵特征值分解来确定分离矩阵，因而通常情况下计算量较小。但这类算法的主要缺点是分离性能较低。典型算法有 AMUSE 算

法^[39,42,53]和 GED 算法^[24,59]，这两个算法都是去相关算法。基于特征值分解的去相关 BSS 算法要求源信号完全不相关，即源信号的相关矩阵应为对角阵，但实际的源信号并不一定能满足这一条件，从而会降低这类算法的性能。

2. 半特征值半优化算法

目前已有的大部分 BSS 算法都属于此类。很多算法首先要求对观测信号进行预白化，而这个预白化过程通常是由相关矩阵的特征值分解来实现的。同完全特征值分解算法类中所指出的那样，这个预白化过程会降低算法的分离性能。但由于这类算法还用到优化技术，因而可以预期其性能要比完全特征值分解算法好，事实也是如此。典型算法包括 SOBI 算法^[38]、JADE 算法^[43]和 Comon 算法^[32]。

3. 完全优化算法

这类算法不需要对观测信号进行预白化，从而避开了特征值分解的问题。该类算法将 BSS 问题完全归结为一个优化问题，因而要比前两类算法的分离性能好。典型算法包括 Amari 的自然梯度算法^[30,54]、非平稳信号自然梯度算法^[21,123,147]等。此外，还有非线性 PCA 算法^[64]，完全优化算法的自适应学习因子算法^[30,131]。

1.4.3 根据源信号混合过程分类

根据源信号混合过程，盲源信号分离问题可分为线性混合与非线性混合问题，而线性混合问题又可分为瞬时混合信号盲分离和卷积混合信号盲分离两类。瞬时混合信号盲分离是卷积混合信号盲分离的一个特例，因此瞬时混合信号盲分离算法可以推广到卷积混合信号的盲分离问题^[146]。时域卷积混合信号的盲分离算法可分为基于二阶统计量、高阶统计量和信息论等的算法。基于二阶统计量的算法包括 Weinstein 算法^[79]、Gerven 算法^[82-83]、Lindgren 算法^[84]、Kawamoto 基于信号非平稳性的算法^[27,41]、块对角化算法^[86]等。基于高阶统计量的算法有 Yellin 算法^[48-49]、推广的 EASI 算法^[85]以及其他算法^[55,87-88,119]等。基于信息论的算法有 Amari 算法^[54]、Douglas 算法^[89]、Choi 的动态递归神经网络算法^[90]等。这些算法中，Weinstein 算法、Gerven 算法、Lindgren 算法及 Yellin 算法是基于简化模型的，而 Kawamoto 基于信号非平稳性的算法、块对角化算法、Amari 算法、Douglas 算法以及 Choi 算法则都是通用模型的算法。

1.5 盲源信号分离与独立分量分析的关系

自从盲源信号分离与独立分量分析的概念产生以来，人们几乎是不加区分

地使用这两个概念。事实上，两者从不同侧面描述同一问题。盲源信号分离是从信号处理结果来看问题；而独立分量分析是从信号处理过程来看问题，信号分离过程就是信号统计独立性最大化的过程。

Comon 在对 ICA 给出了较严格的规定^[32]：对于观测信号矢量，存在一个线性变换，使得观测信号在线性变换下各分量的统计独立性最大化。这一过程称为独立分量分析过程。

与此对应，本书给出盲源信号分离的如下定义：对于观测信号矢量，存在线性变换矩阵，使得全局矩阵的各行及各列中都只有一个非零元素（不妨称之为广义对角矩阵），从而实现信号分离。

独立分量分析的目的是通过线性变换使得观测信号的各个分量的统计独立性最大化。通常用输出信号的互信息、熵等作为统计独立性的量度，如基于信息论的 Informax 算法、Amari 的自然梯度算法等。

盲源信号分离考查的是在什么条件下可以使全局矩阵实现广义对角化。这事实上是分离系统输出信号的统计独立性最大化的结果，尽管盲源信号分离中并不一定要求源信号是统计独立的，例如 AMUSE 算法、GED 算法只要求源信号具有统计不相关性。如果源信号是统计独立的，那么盲源信号分离的输出信号也一定是统计独立的。

1.6 盲源信号分离与多输入多输出系统 盲解卷积的关系

多输入多输出系统(MIMO)的盲解卷积(Blind Deconvolution)、盲辨识(Blind Identification)和盲均衡(Blind Equalization)三者是等价的。多输入多输出系统的盲解卷积事实上包含两个问题：盲源信号分离与盲信道解卷积。但是在 MIMO 系统的盲解卷积过程中，信号分离与解卷积是同时完成的。因此，多输入多输出系统的盲解卷积问题包含了盲源信号分离问题。但是，相对盲源信号分离问题来说，多输入多输出系统的盲解卷积对卷积混合系统的性质及源信号的性质有更严格的要求^[25, 27, 55, 58, 91-93, 97-98, 114-115]。

第2章 信息论、神经网络及高阶统计量基础知识

独立分量分析与盲源信号分离是多学科交叉问题，涉及到信息论、神经网络、随机过程等多方面的内容，因此有必要对这些基础知识做一简单介绍。

2.1 信 息 论

2.1.1 熵

离散随机变量 X 的样本空间为 $X = \{x_k | k = -K, \dots, -1, 0, 1, \dots, K\}$ ，事件 $X = x_k$ 的概率为 $p_k = P(X = x_k)$ 。随机变量 X 的每一次实现 x_k 称为信元。于是将以概率 p_k 观测到事件 $X = x_k$ 时所获得的信息定义为

$$I(x_k) = \log\left(\frac{1}{p_k}\right) = -\log p_k \quad (2.1)$$

其中，对数的底为任意值。当取自然对数时，信息的单位为 nats；取以 2 为底的对数时，信息的单位为 bits。无论在哪种情况下，式(2.1)所定义的信息都具有如下性质：

- (1) $I(x_k) = 0$ ，对于 $p_k = 1$ 。
- (2) $I(x_k) \geq 0$ ，对于 $0 < p_k \leq 1$ 。
- (3) $I(x_k) > I(x_j)$ ，对于 $p_k < p_j$ 。
- (4) 信息 $I(x_k)$ 是一个以 p_k 为概率的随机变量，其统计均值为

$$H(X) = E[I(X)] = \sum_{k=-K}^K p_k \log p_k \quad (2.2)$$

称 $H(X)$ 为随机变量 X 的熵。熵 $H(X)$ 为各信元所携带的平均信息。熵 $H(X)$ 具有如下性质

$$0 \leq H(X) \leq \log(2K + 1) \quad (2.3)$$

2. 差分熵

连续型随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)$ ，则随机变量 X 的差分熵 $h(X)$ 为