“3+2”高考750分对策

“3+2”高考命题研究组 编

98

数学

首都师范大学出版社

“3＋2”高考750分对策

数　　学

“3＋2”高考命题研究组　编

首都师范大学出版社

（京）新 208 号

图书在版编目（CIP）数据

“3＋2”高考 750 分对策：数学/“3＋2”高考命题研究组编写．—北京：首都师范大学出版社，1997.11
ISBN 7-81039-867-9

Ⅰ．3！ Ⅱ．3！ Ⅲ．①课程-高中-升学参考资料②数学-高中-升学参考资料 Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（97）第 22222 号

“3＋2” gaokao 750 fen duice • shuxue
首都师范大学出版社
（北京西三环北路 105 号　　邮政编码 100037）
北京昌平兴华印刷厂印刷　　全国新华书店经销
1997 年 11 月第 1 版　　1997 年 11 月第 1 次印刷
开本 787×1092　1/16　　印张 11.5
字数 277 千　　印数 00,001—55,000 册
定价 11.70 元

目　　录

第一部分 1998年高考数学命题预测

高考的目的是为大学选拔有继续学习潜能的新生，同时也对中学数学教学(特别是数学素质教育)起到良好的导向作用，推动着教学研究和教学改革的深入开展。

新科目组《又称“3+2”科目组》自1993年以来为应适高考已经5年了。历届高考命题都严格按照国家教委颁发的数学学科《考试说明》的规定做的，比较好地贯彻了“稳定大局、贯彻《说明》、调整难度、积极探索”的指导思想；体现了“测试中学数学基础知识、基本技能、基本方法、运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力、运用所学数学知识和方法分析问题和解决问题的能力”的命题原则；在考查内容、要求、题型、难易程度等方面，试卷的结构渐趋稳定，形成了“全面考查、比例适当、布局合理、效度较好、区分度高”的特点；坚持了“出活题、考基础、查能力”的方向，做到了“稳中有变，变中出新”；既保持了命题的相对稳定，又不断进行改革和创新，而这些又都是在考查知识的基础上。命题注重考查能力、注重学生运用自己掌握的知识和方法去解决未知的新问题的能力。未知问题不一定是难题，而是要在立意、创设情景，设问的角度、方式出新、灵活、富有新意等能体现考生的公平竞争。

一、高考对数学科目的要求和考查特点

预测1998年高考数学命题的主要依据仍是《考试说明》和自1993年以来5年中数学高考试题的特点，把握好高三复习的方向。一定要弄清楚5年来的数学高考试题是怎样贯彻《考试说明》的，考查的要求和特点是什么。

1. 对基础知识、基本技能、基本方法的全面要求和考查

基础知识、基本技能和基本方法又称“三基”，是高考的重点内容之一。数学学科有134个知识点、每年一份的高考数学试卷都要考查90多个知识点，要求覆盖率达到70%以上。

基础知识：指中学数学课程中涉及的概念、性质、法则、定理、公式及由其内容所反映出的数学思想和数学方法等。数学是有严密逻辑的知识系统，各部分内容有机地联系并组成了一个知识的整体，因此对基础知识的考查不仅要求一定的记忆和再现，还要求在理解的基础上联系和运用各部分知识。

基本技能：数学智力的活动方式就是技能的体现，包括按照一定的步骤和程序进行运算、画图、推理，也包括数与式的计算与变形，代数式与超越式的恒等变形、方程和不等式的等价(同解)变形，各类方程和不等式的解法，求曲线方程的步骤、画轨迹图形、图形的移动变换等。

基本方法：主要有配方法、消去法、换元法、解析法、待定系数法、参数法、反证法和数学归纳法等。

2. 对“三基”方面的主要考查特点

(1)着重考查对“三基”理解的深度、灵活运用的程度、关联综合的程度。

不仅考查考生是否掌握了知识,记住了“三基”,而且考查能否在特定的条件下掌握数学规律(包括性质、法则、定理、公式等)和运用,能否会运用相应的知识和方法去解决有关的实际数学问题。

高考命题中,比较注意从知识点的纵横联系上去设计考题,要求考生能够揭示各知识点的内在联系,从知识结构的整体上去解决问题。选择填空的小题一般也不是考查单一的知识,而是多个知识点的综合。

(2)“三基”的考查与能力的考查相结合,能力的考查贯穿在整个高考命题中。

一般认为,高考数学题中,选择题、填空题考查“三基”,解答题考查能力,这种认为是片面的。因为高考数学题是分题型把关,在三种题型中都改变了由易到难的常规。选择题、填空题中也有较难的题目,对考生能力的要求也比较高。

(3)大纲对教学的重点内容要求也是高考重点要求。

教学中的重点内容也是高考的重点内容,对重点的知识内容,多年来都重复考查。

例如:函数的定义域、值域、单调性、奇偶性、对称性、函数的最值、反函数及其图形、不等式、不等式的均值定理、等差和等比数列、求数列的极限、数学归纳法、复数的运算、复数的三角形式、排列组合、二项式定理、三角函数的图像和性质、求三角函数的周期、三角函数的恒等变形、反三角函数、简单的三角方程和三角不等式、直线与平面的位置关系、多面体和旋转体的性质、面积与体积的计算、直线的方程、距离、圆、椭圆、双曲线、抛物线的方程和性质、坐标轴的平移、充分必要条件、极坐标与参数方程等。

(4)注意对中学与大学衔接部分内容的考查。

为考查考生是否具备今后继续学习的基础知识,高考题中会考查初等数学与高等数学衔接部分的内容,考查考生必须掌握为大学继续学习的必备知识,这些内容的分值比例一般高于它们在教学大纲中的课时比例。

如:集合、函数、排列组合、数列与极限、不等式、绝对值、有关三角公式、用代数的方法研究几何问题、解析几何的基本思想、曲线与方程的关系、充分必要条件等。

(5)注意数学语言的考查。

数学语言是数学特有的形式化了的符号体系,灵活运用数学语言(包括文字图形和符号)是高考数学中的注意点,设计考题时尤其强调符号语言,要求考生能根据实际需要进行各种语言间的转换。在表述时应注意条理性和层次性,名词术语规范准确,书写清晰、合乎逻辑。

(6)不能忽视初中数学内容。

数学知识之间相互联系紧密,决不能孤立地看待某个问题。高考虽以高中数学内容为主,但在应用高中内容解决问题的过程中必然会涉及初中数学内容,因此对初中数学内容也不能忽视。

必须强调:算术根、绝对值、因式分解、代数式的化简、一元二次方程的根的判别及根与系数的关系、函数(正比例函数、反比例函数、一次函数、二次函数)的性质、解一元一次不等式(组),解二元二次方程组,解直角三角形,斜三角形,正、余弦定理,有关平面几何的图形和性质、基本轨迹,命题的四种形式等是高中数学的基础。

3. 会重视对数学思想方法的考查

对数学思想方法的考查是《考试说明》中的一项基本要求，同时也突出了数学学科考查的特点。从数学内容中抽象概括出来的数学思想方法是数学知识的精髓，可使知识转化为能力。数学思想方法与具体数学内容相结合，在应用的过程中理解其意义、发挥其作用。

高考数学试题所检查测试的是那些在数学学习和研究中应用比较广泛，有普遍意义的思想方法，不会过分强调特殊技巧。

在数学思想方法的考查上着重以下四个方面。

(1)常用的基本数学方法有：配方法、换元法、消去法、待定系数法、坐标法、参数法、判别法、比较法、反证法、数学归纳法等。

(2)重要的数学思想有：数形的结合的思想、函数与方程的思想、逻辑划分的思想、化归与转化的思想。

数学思想来源于数学基础知识和方法。在运用数学基础知识和方法处理数学问题时，应概括总结规律，使之提高。

从最近几年的考生答卷看，反映出不少考生运用这方面的意识较差。这里指出几个重要的数学思想的特点：

①数形结合的思想。

数学是研究客观世界的空间形式和数量关系的科学，它揭示了客观事物的数量和形体的本质。从认识的角度考虑“数”与“形”是事物的两个侧面，数形结合正是从这两个方面去认识事物的特征的。

在解决数学问题时，通过数形的结合，将抽象的数学语言与直观的图形相结合，使抽象思维与形象思维相结合。通过图形发挥抽象的直观作用、实现抽象概念和具体形象的联系，可把数量关系转化为对图形的特性来研究，或者把图形的特性问题转化为数量关系的问题来研究。

如：定义在实数集上，则函数 $y=f(x-1)$ 与 $y=f(1-x)$ 的图形关于直线 $x=1$ 对称。

著名数学家华罗庚教授曾多次讲到“数形结合无限好，割裂分家万事休”。要掌握数形结合的思想方法必须熟练掌握初等函数的图像及其性质，直线和二次函数的大致图形以及它们的性质，做到“胸中有图”，见数(式)联形。在运用数形结合的方法解题时，要注意以下几点：

(i)在一定条件下数与形才可以互相转化，条件是非常重要的；

(ii)在运用图形进行思维时，力求视觉全面准确，不能被特殊位置关系的图形干扰了思维，注意不可能用图形直观完全代替严密的推理；

(iii)在解同一道题时，数形结合的方法有可能不同，这就要求简便的方法了。

②逻辑划分的思想。

又称分类讨论的思想，它是依据数学对象本质属性的相同点和不同点，将数学对象划分为不同种类，再分别进行研究求解的一种思想。划分时应注意分类的标准同一，并且互斥、无漏最简的原则。

就是说，若研究的对象是全集 P，将 P 分成若干个真子集 $P_i(i=1,2,3,\cdots,n,n\geqslant 2,n\in N)$，通过对这些子集 P_i 的研究来认识 P。

应当注意，一个正确的划分要满足：

(i)$P_i\cap P_j=\varnothing(i\neq j)$，即任何两子集的交集是空集，保证划分不重复。

(ii)$P_1\cup P_2\cup P_3\cup\cdots\cup P_n=P$，即所有子集的并集为全集，确保划分不漏。

例如：解关于 x 的不等式

$$\sqrt{2(x-\sqrt{(x^2-a^2)})}>\frac{x+a}{5\sqrt{x-a}}$$

解：注意到恒等式

$$\sqrt{a-\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}-\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$$

则

$$\begin{aligned}&\sqrt{2(x-\sqrt{x^2-a^2})}\\=&\sqrt{\frac{2x+2\sqrt{x^2-x^2+a^2}}{2}}-\sqrt{\frac{2x-2\sqrt{x^2-x^2+a^2}}{2}}\\=&\sqrt{x+|a|}-\sqrt{x-|a|}\end{aligned}$$

原题不等式化为

$$\sqrt{x+|a|}-\sqrt{x-|a|}>\frac{x+a}{5\sqrt{x-a}} \qquad ①$$

(1)$a<0$ 时，$a=-|a|$

不等式①化为

$$\sqrt{x+|a|}-\sqrt{x-|a|}>\frac{x-|a|}{5\sqrt{x+|a|}} \qquad ②$$

不等式②等价于

$$\begin{cases}x+|a|\geqslant 0\\x-|a|\geqslant 0\\5(x+|a|)-5\sqrt{x^2-a^2}>x-|a|\end{cases}$$

即

$$\begin{cases}x\geqslant|a| & ③\\4x+6|a|>5\sqrt{x^2-a^2} & ④\end{cases}$$

在 $x>|a|$ 的条件下，解不等式④，平方得

$$9x^2-48|a|x-61a^2<0$$

$$\frac{8-5\sqrt{5}}{3}|a|<x<\frac{8+5\sqrt{5}}{3}|a|$$

则不等式组③、④化为

$$\begin{cases}x\geqslant|a|\\\frac{8-5\sqrt{5}}{3}|a|<x<\frac{8+5\sqrt{5}}{3}|a|\end{cases}$$

由于 $\frac{8-5\sqrt{5}}{3}|a|<|a|<\frac{8+5\sqrt{5}}{3}|a|$

∴ $a<0$ 时，不等式的解为

$$|a|\leqslant x<\frac{8+5\sqrt{5}}{3}|a|$$

(2)$a=0$ 时，不等式①化为

$$\frac{x}{5\sqrt{x}}<0$$

此时无解

(3)$a>0$ 时，$|a|=a$

不等式①化为 $$\sqrt{x+a}-\sqrt{x-a}>\frac{x+a}{5\sqrt{x-a}} \quad ⑤$$

即 $$5\sqrt{x^2-a^2}-5(x-a)>x+a$$

$$5\sqrt{x^2-a^2}>6x-4a \quad ⑥$$

于是不等式⑤等价于

$$\begin{cases} x+a>0 \\ x-a>0 \\ 5\sqrt{x^2-a^2}>6x-4a \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>a \\ 5\sqrt{x^2-a^2}>6x-4a \end{cases}$$

∵ $x>a$

∴ $6x-4a>0$

则将不等式⑥平方得

$$11x^2-48ax+41a^2<0$$

$$\frac{24-5\sqrt{5}}{11}a<x<\frac{24+5\sqrt{5}}{11}a$$

综上所述，不等式的解为

$a<0$ 时 $$|a|\leqslant x<\frac{8+5\sqrt{5}}{3}|a|$$

$a=0$ 时，无解

$a>0$ 时 $$\frac{24-5\sqrt{5}}{11}a<x<\frac{24+5\sqrt{5}}{11}a$$

逻辑划分的关键是解决分类的合理性，而合理性又取决于“分界点”的确定。逻辑划分是重要的数学思想，在高考题中经常用此类问题来区分优秀考生。在中学数学中逻辑划分的原则有以下几个方面：

(i)由分类定义的基本概念引起分类讨论，如绝对值、象限角、复数的三角形式、圆锥曲线的离心率等是逻辑划分定义的。因此，解题时，涉及含字母的绝对值，角的象限研究三角函数的性质，含字母的辐角求辐角的主值，含字母的离心率确定圆锥曲线的类型，都必须对字母的取值范围进行分类讨论。

(ii)因公式、定理和法则应用范围的限制则需要讨论，如等比数列的求和公式 $q=1$ 和 $q\neq 1$；如解不等式，无理不等式进行等价转化时也需要讨论等。

(iii)含字母或参数的问题也需要讨论，如指数函数、对数函数的底数 a、对函数单调性的影响、不等式中的字母影响不等式方向的确定等。

(iv)由于几何图形的相对位置关系不确定也会引起讨论，如点在直线上、点不在直线上、点在直线的上方、点在直线的下方；又如点与曲线的位置关系、直线与曲线的位置关系，由于相对位置不确定，就会引起对不同情况的讨论。

理解逻辑划分的思想，关键在于掌握好数学概念、公式、法则。在运用数学概念、公式、法则等具体内容解题的过程中，要领悟出蕴含在其中的数学思想方法，解决问题时要经常注意到，

形成自觉意识。

③函数和方程的思想。

函数的思想，就是用变化和运动的观点分析和研究具体问题中的数量关系，并通过函数形式建立函数关系，再利用函数的有关知识使问题得到解决。

与函数有必然联系的是方程。因为函数 $y=f(x)$ 就是 $f(x)-y=0$，这样对函数的研究就可以转化为对方程的研究。

函数、方程与不等式经常互相转化，可根据问题的特点，采取不同的方法去解。

例如：设 $f(x)=-4\cos^2x+6-6\sin x, x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 则 $f^{-1}(0)=$______________。

这是函数与反函数的问题，它是通过解方程来解决的。

由于 $f^{-1}(0)$，当 $y=0$ 时函数 $f(x)=-4\cos^2x+6-6\sin x, x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 中的 x 的值，从而把函数问题转化为三角方程 $-4\cos^2x+6-6\sin x=0$，解得 $x=\frac{\pi}{6}, x=\frac{\pi}{2}$，于是 $f^{-1}(0)=\underline{\frac{\pi}{6}、\frac{\pi}{2}}$。

在高考试题中，经常会涉及用函数的观点来研究方程或不等式，用集合的语言表述，也可能用参数来体现运动变化的观点等，这些形式也都体现了初等数学与高等数学的联系。

在运用函数与方程的思想方法解题时，要注意以下几个方面：

(i)要重视函数的基础知识和基本技能的培养和训练，深刻理解集合、函数和反函数的有关概念。

(ii)能熟练讨论函数的定义域、值域和性质（如单调性、奇偶性、周期性、对称性、最值、零点等）；掌握函数特征的分析（如范围、截距、变化趋势和渐近线等）；函数图像的变换（如平移变换、对称变换）；并能画出图像的大致形状。

(iii)将函数、方程、不等式有机结合，互相转化。应特别注意，二次函数、一元二次方程、一元二次不等式的联系和转化。

(iv)能正确的构造辅助函数，正确的建立函数关系。通过相关的函数及性质加以解决。

④转化与化归的思想。

在处理问题时，把那些待解决或难解决的问题，通过某种转化，归结为一类已经解决或比较容易解决的思想就是化归思想。它是把未知的问题转化到已有知识范围内可解的问题的一种重要的解题思想方法。

例如：设 $x_1\geqslant x_2\geqslant x_3\geqslant x_4\geqslant 2, x_1\leqslant x_2+x_3\leqslant x_4$

求证： $(x_1+x_2+x_3+x_4)^2\leqslant 4x_1x_2x_3x_4$

证：设 $b=x_2+x_3+x_4, c=x_2x_3x_4$

于是要证明的不等式就转化为

$$(x_1+b)^2\leqslant 4cx_1$$

即 $$x_1^2+2bx_1-4cx_1+b^2\leqslant 0$$

为此构造函数 $f(x)=x^2+(2b-4c)x+b^2$

这样问题就转化为证明

$$f(x_1)\leqslant 0$$

设 α,β 为方程

$f(x_1)=0$，的两根

于是 $\alpha=2c-b-2\sqrt{c(c-b)}=(\sqrt{c}-\sqrt{c-b})^2$

$\beta=2c-b+2\sqrt{c(c-b)}=(\sqrt{c}+\sqrt{c-b})^2$

又 $\alpha=(\dfrac{b}{\sqrt{c}+\sqrt{c-b}})^2$

为证 $f(x_1)\leqslant 0$，

只要证明 $\alpha\leqslant x_1\leqslant\beta$ 就可以了

下面比较 α,β 与 x_1 的大小

∵
$$x_1\geqslant x_2\geqslant x_3\geqslant x_4\geqslant 2$$

∴
$$\frac{b}{c}=\frac{x_2+x_3+x_4}{x_2x_3x_4}$$
$$=\frac{1}{x_3x_4}+\frac{1}{x_2x_4}+\frac{1}{x_2x_3}$$
$$\leqslant\frac{3}{4}$$

即
$$c\geqslant\frac{4}{3}b$$

则
$$\alpha\leqslant\left[\frac{b}{\sqrt{\frac{4}{3}b}+\sqrt{\frac{4}{3}b-b}}\right]^2=\frac{b}{3}$$

另一方面
$$\beta=2c-b+2\sqrt{c(c-b)}\geqslant 2c-b\geqslant b$$

为比较 α,β 与 x_1 的大小，需研究 x_1 与 b 的大小关系

∵
$$x_1\geqslant x_2\geqslant x_3\geqslant x_4$$

∴
$$x_1\geqslant\frac{1}{3}(x_2+x_3+x_4)=\frac{1}{3}b$$

又
$$x_1\leqslant x_2+x_3+x_4=b$$

即
$$\frac{1}{3}b\leqslant x_1\leqslant b$$

从而
$$\alpha\leqslant\frac{b}{3}\leqslant x_1\leqslant b\leqslant\beta$$

于是
$$(x_1-\alpha)(x_1-\beta)\leqslant 0$$
$$f(x_1)\leqslant 0$$ 得证

上面的证法就是转化与化归的思想方法。

转化包括等价转化和非等价转化。等价转化要求转化过程中前因后果应是充分必要的，这样的转化才能保证转化后所得结果仍是原要求的结果。

常用的转化有以下几个方面：

(i)未知转化为已知。

对于一个未知的新问题，通过联想、寻找转化为已知的途径，如分式方程转化为整式方程，无理方程转化为有理方程等。

(ii)“一般”与“特殊”的转化。

对于“一般”问题来说，“特殊”问题的解决比较容易、比较简单，可以利用“特殊”中内含的本质的联系，通过归纳思维，得出“一般”问题的解决。

(iii)相“异”化归为相“同”

化异为同是一种重要的转化方法，在三角函数的问题中，不同角的三角函数转化为同角的三角函数，不同名的三角函数转化为同名三角函数；在对数中，不同底的对数转化为同底的对数；指数式又可转化为对数式，异底之幂可转化为同底之幂，以及函数转化为其相应的反函数。解题时应用转化要注意转化的条件，否则就会出现错误。

(iv)几何向代数的转化。

解析几何中许多几何关系需转化为代数关系式，用代数的方法加以解决。当然也有的代数问题可转化为几何图的问题，利用图形的性质加以解决。

例如：椭圆 c 与椭圆 $\frac{(x-3)^2}{9}+\frac{(y-2)^2}{4}=1$ 关于直线 $x+y=0$ 对称，椭圆 c 的方程是 $\underline{\frac{(x+2)^2}{4}+\frac{(y+3)^2}{9}=1}$。

(v)“多”与“少”的转化。

多元方程通过消元转化为一元方程，次数较高的方程通过因式分解可以降次；三角问题中运用有关分式进行降幂或将多个函数转化为一个三角函数；立体几何中三维空间转化为二维平面问题；解析几何中引入参数，将有关量都用参数表示等，都是将“多”转化为“少”。这种转化一般是将复杂的问题转化为简单问题。无论哪种转化都要抓住问题的本质和各个关系的内在联系，通过转化，逐步接近要求解的目标，逐步使问题得到解决。

最近几年来，“3＋2”数学高考重视数学思想方法的考查，但是在考查时，以题目的设计看出不是为突出考查某个数学思想方法而专门设计题目，不追求特殊技巧，而是注重素质的提高，主要有以下特点：

第一，引导考生在运用数学概念、性质、法则、定理、公式等具体内容进行解题时，要自觉意识并悟到蕴含在其中的数学思想方法，提高解题的能力。

例如：等比数列求和问题应注意公比 $q=1$ 与 $q\neq1$；对数函数 $y=\log_a x$，要注意 $a>1$ 和 $0<a<1$，分式中分母不得为零等。

第二，着重考查体现学科特点的基本思想，把重点放在最有价值的常规方法的应用上。在应用常规方法解题时要意识到它的数学思想方法，使数学思想方法成为解决问题的桥梁。如：代数中用比较法证不等式时，要涉及分类讨论且进行比较；解析几何中通过建立直角坐标系，把点和有序实数对统一起来，曲线与方程的统一，将曲线转化为方程或将方程转化为曲线，从而用代数的或几何的方法解决等。

第三，考查数学知识和方法与考查数学思想方法有机结合，即考查知识间的联系又考查数学思想方法使之融为一体，引导学生去掌握知识的结构、知识的系统、知识的内在联系和掌握解决问题的基本规律。

3.会注重数学能力的考查

“培养学生的运算能力、逻辑思维能力和空间想象能力，以逐步形成运用知识和方法来分析问题和解决问题的能力”是《考试说明》中所要求的四种能力。“在考查知识的基础上，注重考查能力”是“3＋2”高考的特点。

考查能力主要是“考查考生运用已有知识和方法，去解决未知问题的能力”。未知问题不一定都是难题，会在题目的立意，创设的情景，设问的角度、方式灵活新颖。

“3＋2”高考试题意识到从多层次、多角度对考生进行四种能力的测试，较好地发挥了试题

的选拔功能。但是，在各种能力的考查上也都有侧重点，侧重点不仅体现了教学大纲的要求，也体现了大学对中学在培养学科能力上的需要，为将来大学的学习创造必要的条件。

分析近几年的“3+2”高考试题，并将各种能力考查的侧重点概述如下：

(1)运算能力。

在高考数学试题中，会有80%的题目涉及到运算，主要是数与式、数与图形的组合变形和分解变形，实际上是思维能力和运算技能的检验。

①要重视字母的运算与推演，数与式和形的组合变形和分解变形的计算。

②要求考生不仅在处理数量关系时会根据法则、公式正确地进行运算，而且能根据题目寻求合理、简捷的运算途径。注重考查算理，同时要有较快的心算和笔算速度，做到准确与速度、简捷与熟练相结合。

③在运算能力考查上，经常涉及集合，实数、复数、整式、分式、根式、指数式、对数式、三角式、函数式等的运算，有时还会利用运算辅助证明。

(2)逻辑思维能力。

逻辑思维能力是数学能力的核心，几乎渗透到获取数学知识和方法的每一过程。学习数学，就是要学习数学知识和方法，学会正确思维，会正确无误且有条理地去处理事物。高考数学中，对逻辑思维的考查主要体现在以下三个方面：

①会观察、比较、分析、综合、抽象和概括；

②会用归纳、演绎和类比法进行推理，能从定义、性质、公理、定理和已知条件出发进行严密的推理论证；

③会用简明准确的数学逻辑语言阐明自己的思路和演算过程，表述清晰。

值得注意的是：高考数学题中，考查推理论证，不光在立体几何上，也在代数、三角、解析几何中体现。对于解答题更应注意严密有条理，推演的步骤过程。

(3)空间想象能力。

高考数学对空间想象能力主要是通过立体几何内容进行考查的，要求考生根据题设条件想象和画出图形，将复杂图形分解为简单图形，将空间图形转化为平面图形，将基本图形确定为基本元素(线、面)的位置特征和位置关系。

空间想象能力是以思维逻辑能力为基础的。要从感性上把握空间图形，在头脑中形成直观的形象，要把握事物的本质，真正理解空间位置特征和位置关系，进行相关的推理和运算。“3+2”高考对空间想象力的考查有所提高主要表现在：

①在选择题和填空题中，常有判断论证题，或者判断、论证、计算结合题，不给出图像，要求考生根据题意画出图形进行判断论证计算。空间想象能力要求较高，题目的难度在0.5～0.6之间，属于较高难的题目。

②在解答题中参插证明部分，强调从定义概念、定理、公理出发进行严密的推理论证。题目看起来不难，但考生往往解答不好，空间想象力和推理能力与考题实际结合有差距或不符。

③在解答题中，把论证与计算相结合来考查空间想象、逻辑推理和运算能力。这类题目常是二问或三问，一问是证明，一问是计算或综合计算。计算时需要推理，边证明边推，边推边算。概念性强，涉及空间角、线间关系和距离等。

(4)分析问题和解决问题能力的考查。

分析问题和解决问题的能力较对运算能力、逻辑思维和空间想象能力的要求更高一层。它

要求考生具有较高的灵活探索、综合归纳品质，就是对基本数学能力的综合考查。

在实际考试中，要求考生运用已有的知识和方法，分析题目的条件、创意设问，找出已知和未知的联系，重新组合若干已知规则，进行适当的转化，形成新的高级规则。考生思维要敏捷、灵活，要有创造性，综合运用知识和方法将各种知识有机结合，分解问题，转化归纳问题，将能力的考查变为对知识的考查。由于高考要求高，在题目的设计上会有以下几个特点：

①试题考查的知识面广，知识点多，综合性强，经常是代数、三角、立体几何、解析几何的综合，考生应会识别解之。

②试题重在综合能力的考查，把各种能力综合汇通，尤其是提高运算技能，也应提高推演论证的技能。

③高考试题题设条件准确，既充分也必要，因此，思路一般是比较明确的，所用的方法也是"通法"，但在解题时需分析，确切选用方法。

④题目的难度因高招人数与应试人数相适应，难度在0.2—0.4之间，对考生来讲，有较强的选择性，是区分优劣的题目。

最近几年来，为了更有效地检查考生分析问题和解决问题的能力，从考题内容看，有以下特点：

第一，试题新颖，年年题目有变化，题设创意不俗，设问的角度方式灵活多变，试题数量适中，因此试题能有效地区分考生的知识程度，学习的潜能，而且有利于考生的平等竞争。

第二，推出应用性试题，考查实际问题抽象为数学问题的能力，把所学的数学知识应用到生产、生活和社会实际，应用到物理、化学、生物等相关学科，形成运用数学知识的意识。

在应用题的考查上不断增加了难度，作为大题，1993年、1994年都是选择题和填空题，共12分；1995年、1996年加大了应用题的考查力度，把应用题作为大题考查，而且都比较难，难度在0.2左右；1997年应用题仍是12分，但难度普遍反映加大了。

第三，增加带有探索性要求的试题，如1995年理(25)、(26)题，1996年理(24)、文(25)题，1997年理(24)、(25)，文(22)、(25)。要求考生探索问题的结果或要求考查寻求解题的最佳方案。事实证明，开放探索性试题是考查考生观察、分析、猜想、归纳、综合等思维能力较好的题型，也是选拔学生区分度相当高的试题。

第四，增加了"信息迁移题"和读书理解题，这类题以学生已有知识为基础，或进一步引伸，或定义新的内容，要求考生读懂题意，并根据题目引入新的内容题。如1994年第(2)和(15)题，1995年第(23)题是应用题兼信息迁移题，1996年第(23)题和第(25)题，1997年第(15)、(22)题。

二、1998年数学高考展望与预测

1. 在预测1998年高考试题时，应注意思考的问题

(1)认真学习研究《考试说明》，进一步明确考什么？会怎样考？明确考试内容和要求，哪些属于了解方面的要求，哪些属于理解方面的要求，哪些属于掌握要求，哪些属于熟练掌握、灵活和综合运用方面的要求。

(2)认真分析 1993 年至 1997 年 5 年来“3＋2”高考试题和要求展望，把《考试说明》的要求与最近 5 年的高考试题进行对比分析，分析最近 5 年是怎样对数学教学大纲规定的内容、知识点的分布进行考查的。

前面第一个问题已经总结了最近 5 年高考数学的要求和特点，因篇幅所限，没能更多地举例。应该从高考试题中找出有代表性的题目进行对比，对比之后对高考试题的要求会更加明确。

(3)认真学习 1997 年的高考试题的评价报告。评价报告总结了 1997 年高考数学试题成功的经验，同时也会提出改进的意见。对于成功的经验当然在今后的命题中发扬，对于改进的意见，就是不足之处，今后就要进行调整和改进。通过对上述问题的思考，应悟出高考考查的要求和特点，悟出高考命题的方向，明确高三总复习的方向，这是非常重要的。

2. 处理好稳定性、连续性与改革创新的关系

5 年来“3＋2”高考数学试题，坚持“出活题、考基础、考能力”的方向，具有相对的连续性和稳定性，同时又有不断的改革和创新，有新的特点，有新的风格。在高三总复习的过程中，要注意处理好两者之间的关系，既不能强调连续性、稳定性而不注重改革和创新，也不能强调改革和创新而忽视连续性和稳定性，而是两者的有机结合，落实在打好基础上，提高能力素质上。

(1)怎样理解稳定，稳定的主要表现是什么？

稳定的主要表现是贯彻《考试说明》。《考试说明》是对考试的目的、考试的内容与要求的规定。《考试说明》是高考命题的依据，是遵照《考试说明》的要求进行命题的。因为《考试说明》是相对稳定的，从高考命题的整体上说也是如此。

在考试内容上，仍会坚持覆盖面要大，覆盖中学数学十三章各大节的主要内容，统计表明覆盖率达 70%左右，同时仍会坚持考查中学数学中的主体内容(中学数学的重点内容和与大学衔接较紧的内容)和数学思想方法。

在试卷结构上相对稳定，设有选择题、填空题和解答题，各科所占的分值相对不变，代数所占比例最大；三角、立体几何、解析几何以及它们间的联合约占 50%左右，各种科目都会在考题的不同类型中出现。

1997 年高考数学试题中代数解答题 4 道，立体几何 1 道，解析几何 1 道；选择填空题中代数 6 道，三角 4 道，立体几何 3 道，解析几何 3 道；填空题中代数、三角、立体几何、解析几何各 1 道。解答题共 69 分，选择题共 65 分，填空题共 16 分。解答题型中有互相渗透。在大题中坚持考查主体内容。

试卷的难度较 1996 年大，但仍相对稳定，按照《考试说明》的要求，控制在 0.55 左右。一般来讲，理科难度在 0.55～0.60 之间，文科难度在 0.50～0.55 之间，易、中、难的比例为 3∶5∶2。但难度顺序有变化，仍采用多题把关，难点分散方法。在选择题、填空题、解答题各种题型中都有易、中、难，都有一定的坡度，多数考生能够入手，使不同层次的考生都能得到相应的分数。

在读书理解题、探索性试题、应用题方面仍会坚持 1994 年至 1997 年的风格，稳定有提高。

在试题计算量方面，会适当控制，但一定的运算量是控制试题难度的重要手段，因为高考是选拔考试，一般控制在使 35%～40%的考生能答完试卷。

(2)怎么理解改革和创新，改革和创新的主要表现是什么？

在高考数学试卷中，一般来讲，对于常规知识性的考查属稳定性方面占三分之二，属于改革创新的方面占三分之一。从题目的难易讲，稳定和改革创新都有难、中、易之分。就是说，在

创新的题目中也有容易的，不能认为创新题就是难题、创新就是前所没有的。1997年的高考题就有不少创新，新在创意、设问、解答方法和知识的联系上。

从“3＋2”数学试题看，创新的主要表现是：题目的立意，创设的情景，设问的角度、方式新颖灵活，更侧重考查能力。

①从数学思维的角度，反映出思维的多样性、灵活性、深刻性、敏捷性和批判性等。

如：1994年第(11)题：对于直线 m、n 和平面 α、β，$\alpha\perp\beta$ 的一个充分条件是(　　)

(A)$m\perp n, m/\!/\alpha, n/\!/\beta$

(B)$m\perp n, \alpha\cap\beta=m, n\subset\alpha$

(C)$m/\!/n, n\perp\beta, m\subset\alpha$

(D)$m/\!/n, m\perp\alpha, n\perp\beta$

1995年第(11)题：已知 $y=\log a(2-ax)$ 在$[0,1]$上是减函数，则 a 的取值范围是(　　)

(A)(0,1)　(B)(1,2)　(C)(0,2)　(D)(2,＋10)

1996年第(12)题：等差数列$\{a_n\}$的前 $2m$ 项和为100，则它的前 $3m$ 项为(　　)

(A)130　(B)170　(C)210　(D)260

1997年第(15)题：四面体的顶点和各棱中点共10个点，在其中取4个不共面的，不同的取法共有(　　)

(A)150种　(B)147种　(C)144种　(D)141种

②考查应用题，读书理解题和探索性试题，从这些题目中编织新的情境，侧重考查考生的能力。

3. 在能力考查上更有利于提高考生的高层次的素质

当前教育强调素质教育，从人才的选拔上讲，应侧重选择有较高层次的素质、有学习潜能和有培养前途的新生。作为高考考查能力，应更有利于提高人的素质。

(1)把能力的考查与知识的考查相结合

作为高考，是在考查知识的同时侧重考查能力的，要首先掌握好基础知识，掌握基本技能和基本方法。没有科学知识，不可能具有科学能力，只有掌握了一定的科学知识，才具有将科学知识转化为科学能力的前提。当然，只有将知识转化为能力，才能更深刻地理解知识，掌握知识的结构、知识的系统、知识的内在联系，才能对知识运用得更灵活。

作为高考题，多数着重考查对知识的理解深度，运用的灵活程度，从题目的解答过程和技巧可以看出考生的能力水平。

(2)通过考查学科的主体内容来考查能力。

数学高考一定会重在考查主体内容，如代数中的函数、不等式、数列与极限、三角函数的性质恒等变换与计算、立体几何中直线与平面、平面与平面位置关系、直线与圆锥曲线等等。通过考查考生对主体内容的理解和掌握的熟练程度，考查数学思想方法，考查各种能力。

(3)对能力的考查要分层次，有利于高考的选拔功能。

一份高考试卷，其中总有难、中、易之分，对考生的能力水平也体现出不同层次，有一般能力水平和较高层次的能力水平。对于考卷必然会有区分度，这有利于拉开考生的档次，对于有较高层次能力的，着重考查其自身能力，读书理解的能力和潜能，如学习的能力、综合运用数学知识和方法的能力，独立获取知识的能力以及创造性思维能力，体现出考生较高层次的素质。

(4)在能力考查上会注重社会的发展对人才培养的需要，以利于对中学数学教育的发展产

生良好的影响。

4. 着重思考的几个问题

(1)高考有主体内容，会有热点。目前是通过热点来考查能力，如读书理解题、信息迁移题、应用题、探索性试题，在这些问题的考查上，应着重在主体内容的通法上，最有价值的常用方法上。

(2)对应用题、探索题应注意难度。高考数学坚持考查应用题的方向是对的，但是 1995 年和 1996 年连续两年考的很难，1997 年也比较难，有些脱离目前中学数学教学的实际，如此下去对中学数学教学不利，会陷入应用题、综合探索题的题海中去，对提高中学教学质量有影响。因此对应用题考虑到当前教学实际，应注意控制难度。

(3)对文科数学试题也要控制难度。从 1994 年、1995 年、1996 年、1997 年的文科高考数学试题看，1994 年与 1997 年都比较难。预测 1998 年会有所控制，文科试题要适应当前社会对文科的需要，要有新的特点和风格。

(4)新教学大纲的颁布，对现行高中教学大纲进行了调整。教学内容有一定的变化，高考的改革也在和新大纲一致。新纲中变化较大的内容不应再增大难度，如立体几何中的多面体和旋转体。

(5)考虑到高校对中学的需求，高考是为高校选拔新生，尤其是为高校选拔有继续学习潜能的新生，就要考虑到中学和大学的衔接，这就要考虑到在中学并不一定是重点的内容而对大学则是重要的或是经常有用的数学知识和思想方法。对于这一点也应考虑。