

中小学教学艺术丛书

“九五”国家重点课题子课题“教师教学艺术研究”成果

中国教育学会“十五”和“十一五”科研规划课题“现代教学艺术研究”成果



小学数学

XIAOXUE SHUXUE

难点教学技巧与案例

NANDIAN JIAOXUE JIQIAO YU ANLI

薛石锋 著



中国林业出版社

● 中小学教学艺术丛书

丛书总主编 刘显国

小学数学难点教学 技巧与案例

薛石锋 著

中国林业出版社

图书在版编目(CIP)数据

小学数学难点教学技巧与案例/薛石锋著. —北京:中国林业出版社, 2012. 6

(中小学教学艺术丛书/刘显国主编)

ISBN 978-7-5038-6626-5

I. ①小… II. ①薛… III. ①小学数学课—教学研究
IV. ①G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 113062 号

出版:中国林业出版社(100009 北京西城区刘海胡同 7 号)

E-mail:13901070021@163.com 电话:010-83283569

发行:新华书店北京发行所

印刷:三河祥达印装厂

版次:2012 年 6 月第 1 版

印次:2012 年 6 月第 1 次

开本:787mm×960mm 1/16

印张:12

字数:220 千字

定价:26.00 元

序

读完薛石锋老师这一新书的初稿，我感到非常欣喜。

书稿中的每一篇文章、每一个创意、每一种技巧，虽不是字字珠玑，却都是薛石锋老师的实践真知，而且都针对小学数学教材中的难点、疑点。文章或长或短，或课内或课外，无不充满智慧、引人深思。比如，《“租车”教学三问》中的3个问题揭示了教师教学该课题时常见的困惑与误区，对于一线教师很有指导性。

薛老师是个热爱教育教学工作的人，无论在学校里当老师，执教高中数学，还是到深圳市龙岗区教研室做教研员，工作都很出色。也正是高中数学的教学经历，使他在小学数学教研中游刃有余。他热爱数学，始终坚持钻研教学，悉心指导一线教师，热心为教师专业成长奠基铺路，引领深圳市龙岗区小学数学教学不断创新和发展。他是个善于思考的人，他常说教师只有作为思想者，才会对数学教育生成更为本质的认识，才会对数学教学与课程生发更为深刻的体会。他常常到学校为老师做讲座，传道、授业、解惑。当看到有些老师显现职业倦怠时，他说“教书其实不是为了别人，是为了自己。认真工作，心情好，身体好，教诲学生，滋养自身”。话语朴实，可谓“忠言”，却不“逆耳”。

“做”而论道，多为一线教师所不愿。薛老师却善于把“道”转化为实践。也因为如此，他得到了深圳市龙岗区小学数学教师们的尊重与喜爱。他喜欢到小学课堂上去“践道”，每次下课后学生们都舍不得他离开，围在他身边，要他签名，俨然一个大明

星；他喜欢到学校去“布道”，每一次讲座都能引来掌声一片，教师们受益良多；他也喜欢“传道”，经他指导的青年教师，大多在专业发展上进步显著，参加各级各类比赛经常独占鳌头。

《小学数学难点教学技巧与案例》是薛石锋老师从事数学教学和研究工作20多年的智慧结晶，也是融合了基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验“四基”后的最新力作。从这些丰富的课例及教学艺术中，我们能感受到他对教研的执着追求和勤思笃行，也能感受到他愿将自己的教学研究所获与同行分享的诚挚心情。

本书适合小学数学教师、教研员、学生家长和在校师范学生阅读，也是校本培训的好教材，愿大家能从中得到一些启迪，并引发一些思考。

祝愿薛老师在以后的教研工作中取得更大的成绩！

曹培英

2012年3月

注：曹培英先生系上海市特级教师，上海市静安区教育学院副院长；教育部课程教材研究所兼职研究员，上海师范大学特聘教授，华东师范大学网络学院兼职研究员，教育部数学课程标准实验教材（人教版）编委；中国教育学会小学数学教学专业委员会学术委员会副主任，上海市教育学会中小学数学教学专业委员会副理事长。

目 录

CONTENTS

序

第一章 教学技巧篇	1
课例一 “租车”教学三问——关于“租车问题”教学的思考	1
课例二 “平方十米”巧搭桥——《铺地面》的教学技巧	5
课例三 平年、闰年巧判断——《年、月、日》教学技巧	7
课例四 “能被3整除数”巧判断——《能被3整除数的特征》 教学技巧	9
课例五 “画”中巧识大数——《认识更大的数》的教学技巧	10
课例六 分小棒巧理解“除法为什么从高位算起”——《分桃子》 的教学技巧	13
课例七 巧叠“书架”明算理——《买新书》的教学技巧	15
课例八 周长、面积中的“咬文嚼字”——《长方形的周长、面积复习课》的 教学技巧	17
课例九 给一米阳光,点燃学生的智慧火花——《梯形的面积》的教学技巧	19
课例十 在辩论中生成,在探索中建构——《数字的用处》的教学技巧	23
课例十一 细微之处见真功——由《参观苗圃》的练习设计想到的	25
课例十二 摆,还是不摆——《加与减》(二)的教与思	28
课例十三 巧记“余数比除数小”	30
课例十四 正方体展开图的规律	31
课例十五 “列表法”演绎“笼”中智慧	34
课例十六 小变动大学问,融错误呈精彩——《小熊购物》的教学技巧	42

课例十七 拓展探究空间,放飞思维翅膀——《比赛场次》教学反思	45
课例十八 教在难易间,悟在进退中——《比的应用题》教学反思	47
课例十九 返璞归真,让学生触摸平均数的统计意义——《比一比》 教学技巧与思考	49
课例二十 借“境”明“理”,给估算一个支点——听《电影院》 教学有感	52
课例二十一 换,还是不换——一次“抽奖”游戏背后的概率与博弈	53
第二章 教学案例篇	60
课例一 《认识图形》	60
课例二 《可能性》	63
课例三 《搭配中的学问》	66
课例四 《分桃子》	68
课例五 《什么是周长》	71
课例六 《猜一猜》	74
课例七 《确定位置(一)》	77
课例八 《数的奇偶性》	81
课例九 《游戏公平》	83
课例十 《左右》	87
课例十一 《字母表示数》	94
第三章 说课案例篇	100
课例一 《圆的周长》	100
课例二 《认识角》	103
课例三 《秋游》	107
课例四 《中位数与众数》	110
课例五 《乘法分配律》	115
课例六 《认识图形》	118
课例七 《三角形边的关系》	121
课例八 《平行四边形面积》	125
课例九 《观察物体》	129



课例十 《搭配中的学问》	131
课例十一 《认识分数》	134
课例十二 《三角形内角和》	138
课例十三 《温度》	142
课例十四 《路程、时间与速度》	146
第四章 模拟上课篇	150
实例一 《路程、时间与速度》	153
实例二 《三角形内角和》	155
实例三 《摆一摆》	158
实例四 《购物》	160
实例五 《鸡兔同笼》	162
第五章 评说感悟篇	165
感悟一 讲座中生成智慧,课堂中启迪思维 深圳市振新小学 黄瑜婷	165
感悟二 一个“难不倒”的“神老师” 深圳市四联小学 吉建华	169
感悟三 听《小学数学探究式课堂教学》讲座有感 深圳市大鹏中心小学 陈海燕	171
感悟四 讲座“无痕”,精彩“有痕” 深圳市保安小学 曲兵	172
感悟五 数学是思维的体操 深圳市清林小学 许晓虹	173
感悟六 训练有的放矢,复习温故知新 深圳市花城小学 徐达波	175
感悟七 薛老师“谈笑风生”,我却“胆颤心惊” 深圳市龙城小学 苏文	177
感悟八 让学生“错”在数学课堂上 深圳市坪地街道教研中心 林雪容 ...	178



第一章 教学技巧篇

课例一

“租车”教学三问

——关于“租车问题”教学的思考

小学数学教材中安排了3次“租车问题”的教学，分别在二年级下册、三年级下册和五年级上册。“租车问题”把数学和生活做了完美契合，教学价值由此可见一斑。小学阶段安排“租车问题”，其目的在于让学生感受到生活中处处有数学。渗透列表解决问题的策略，并在列表过程中培养学生有序思考问题的能力。在教学中，教师要善于引导学生通过计算、比较、探索、总结，得出解决此类问题的一般规律和方法，提高学生解决实际问题的能力。

二年级的“派车问题”作为有余数除法的应用，主要解决空位最少的问题，从而得出合理的派车方案。三年级《旅游中的数学》中的《租车》，以及五年级《旅游费用》中的《租车的策略》，是通过列举法，一一列出所有的方案，计算后找出最省钱的方案。但有的教师在教学中存在一些误区，甚至是知识的盲区，主要有以下3方面的问题。下面，拟结合案例进行说明。

一、租车方案要一一列举吗

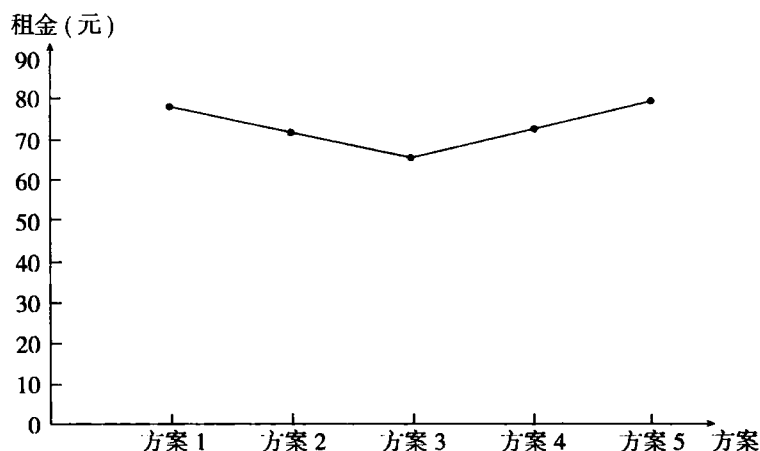
例1：16个人去租车，大车每辆坐5人，租金20元；小车每辆坐3人，租金13元，怎样租车最省钱？

用列表法解答如下：

方案 \ 条件	大车辆数	小车辆数	可坐人数	租金/元
方案 1	0	6	18	78
方案 2	1	4	17	72
方案 3	2	2	16 (坐满)	66★
方案 4	3	1	18	73
方案 5	4	0	20	80

从表中可以看出，租 2 辆大车和 2 辆小车最省钱。

有的教师认为这样列表太麻烦，不必全部罗列。理由是，从方案 1 到方案 4 租金分别是 78 元、72 元、66 元、73 元，方案 3 是谷底，所以方案 5 就不必列举了，有下图为证。



这种想法似乎有道理。殊不知，租车问题的租金有的只有一个谷底，有的有多个谷底。请看下面的例 2。

例 2：六年级有 152 名学生要去春游，有两种车可供租用。大车限坐 20 人，每辆车租金 200 元；小车限坐 12 人，每辆车租金 132 元。怎样租车省钱？

用表解答如下：

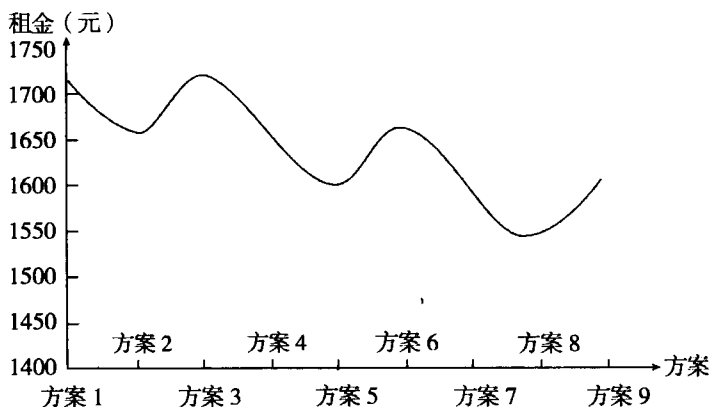
方案 \ 条件	大车辆数	小车辆数	可坐人数	租金/元
方案 1	0	13	156	1716
方案 2	1	11	152 (座满)	1652



(续)

方案 \ 条件	大车辆数	小车辆数	可坐人数	租金/元
方案 3	2	10	160	1720
方案 4	3	8	156	1656
方案 5	4	6	152 (座满)	1592
方案 6	5	5	160	1660
方案 7	6	3	156	1596
方案 8	7	1	152 (座满)	1532 ★
方案 9	8	0	160	1600

用图表示如下:



此题有 3 个谷底, 如果按单谷底思路, 列到方案 3 就以为找到答案而停止了, 得出租金是 1652 元的答案。从上面的图表可以清楚地看出, 租车问题的应用题要全部方案一一列举, 才能从中找出租金最省的方案。

二、选择哪种车进行有序排列省时省力

列表法是解决数学问题常用的一种方法, 它可以帮助我们更有条理地处理信息。那么, 列表时应优先考虑哪一种车呢? 先考虑大车和先考虑小车有什么区别?

下面以《旅游中的数学》为例分两种方法进行对比。

例 3: 38 个人去租车, 大车每辆坐 12 人, 租金 120 元; 小车每辆坐 5 人, 租金 70 元, 怎样租车省钱?

方法一：先考虑大车，情况如下表。

方案 \ 条件	大车辆数	小车辆数	可坐人数	租金/元
方案 1	0	8	40	560
方案 2	1	6	42	540
方案 3	2	3	39	450
方案 4	3	1	41	430 ★
方案 5	4	0	48	480

方法二：先考虑小车，情况如下表。

方案 \ 条件	小车辆数	大车辆数	可坐人数	租金/元
方案 1	0	4	48	480
方案 2	1	3	41	430 ★
方案 3	2	3	46	500
方案 4	3	2	39	450
方案 5	4	2	44	520
方案 6	5	2	49	590
方案 7	6	1	42	540
方案 8	7	1	47	610
方案 9	8	0	40	560

从上述两种方法可以看出，租 3 辆大车和 1 辆小车最省钱。先考虑大车的，要列举 5 种方案；而先考虑小车的，要列举 9 种方案。显然，先考虑大车比先考虑小车少列举了 4 个方案，并且算法的差额随着租车数量的增加而增大。所以，在解决租车问题时，应先考虑大车，这样可以少列租车方案，减少计算量，从而更快、更好地解决问题。

三、满座的情况一定是最省钱的吗

教学参考书中建议：“最合理的租车策略是车的座位尽可能坐满，如果不可能坐满，空位必须尽可能少。”事实上在租车问题中，即使座位坐满了，也不一定是最省钱的。请看下面的例子。

例 4：29 个人去租车，大车每辆坐 8 人，租金 80 元；小车每辆坐 3 人，租金 35 元，怎样租车省钱？



此题用列表法解答，如下表。

方案 \ 条件	大车辆数	小车辆数	可坐人数	租金/元
方案 1	0	10	30	350
方案 2	1	7	29 (座满)	325
方案 3	2	5	31	335
方案 4	3	2	30	310★
方案 5	4	0	32	320

从表中可以看出，方案 2 是租 1 辆大车和 7 辆小车，刚好坐满了，但不是最省钱的。而方案 4 最省钱，却有 1 个空位。满座却不一定最省钱，原因是多方面的，如大车和小车每座的单价不同等。

小结

看似简单的租车问题，里面却有不少学问。以上所述是在教学租车问题中容易出现的 3 个误区。作为数学教师，要认真钻研教材，正确把握教材，同时还要善于引导学生在研究、探索中体验，在体验总结中解决问题，以培养学生的数学思维能力，从而提高学生解决实际问题的能力。

课例二

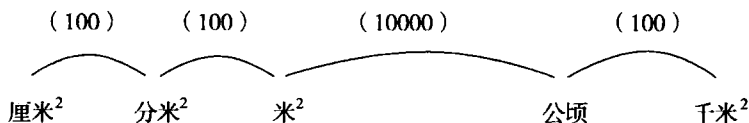
“平方十米”巧搭桥

——《铺地面》的教学技巧

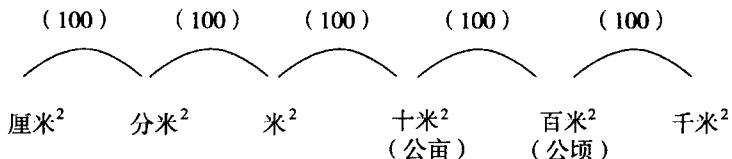
本节课的主要教学目标是让学生认识公顷、千米²等面积单位，能进行简单的面积单位换算，解决一些简单的实际问题。其中，“公顷和千米²”是三年级面积单位学习的一个难点，表现在下面两点：

1. 两个面积单位较大，在教室里较难给学生一个直观的感受。
2. 相邻两个面积单位之间的进率不一样，难以记忆。

如何突破这一难点呢？在一次公开课备课时，我突发灵感，为学生掌握面积单位进率问题找到了一个新的突破口。现把知识点整理如下：



上图中，面积单位按从小到大的顺序排列，除了公顷和米²这两个相邻单位之间的进率是 10000 之外，前面部分厘米²、分米²、米²，后面部分公顷和千米²，它们相邻两个单位之间的进率都是 100。为了让知识更加连贯，便于学生理解记忆，根据面积单位的意义，在公顷和米²的中间添加“平方十米”这一个单位。并把它定义为边长是 10 米的正方形面积大小，把公顷看做“平方百米”，这样一来，知识点就可以串连起来，它们相邻两个单位之间的进率都是 100。果然，上课时，学生们掌握得非常快。



评课时，教师们对此方法赞不绝口。其中有一位老教师指出“平方十米”其实是生活中所说的公亩，曾一度在旧教材中出现过。不过由于现代教育正不断地和国际接轨，像公亩、斤这样的本土单位已逐渐被国际单位所代替，以致大多数的学生没有听过。但是现在不少农民房面积的计算还是按 10 米 × 10 米，也就是一公亩来计算的。由此可见，公亩和我们日常生活还有关联。教学中通过公亩这个单位的介入，可以更好地帮助学生理解面积单位之间的进率。

小结

《新课标》指出：教师对于教材的使用，更多地应该强调把教材作为课程资源，并联系生活实际创造性地使用教材，体现个性化的风格和特点，而不是生搬硬套地教教材。面积单位的教学便是如此，看起来杂乱无章的知识点，但由于一个小小教学环节的改进，却有着事半功倍的效果。所以，在教学中，教师要从学生实际出发，从知识点的难易程度出发，以学定教，巧妙地运用教材，化繁为简，化难为易。



课例三

平年、闰年巧判断

——《年、月、日》教学技巧

数学是一门科学，科学是有规律可循的，有些规律还是大家耳熟能详的，如计算法则、定律、性质、公式等，有些规律则还深隐其间，还有待我们去探索、去思考、去领悟。探索与领悟这些规律的关键是我们要熟悉教材、理解教材和思考教材。

《年、月、日》一课中涵盖的知识到现在已经很多年了，但大部分教师还是用过去的方法判断闰年或平年，即整百年份除以 400，非整百年份除以 4，能整除的是闰年，不能整除的是平年。在实际教学中，教师们会发现这样的判断方法对三年级学生来说有一定的困难。因为年份数字较大，学生在计算过程中容易出错。小学三年级教材里出现的被除数是两位数或三位数的除法，而常见的年份一般都是四位数，用四位数除以 4，超出了学生的计算范围，这样的方法并不合适小学三年级学生。

教学参考中建议：利用年历卡，根据 2 月的天数，引导学生发现“四年一闰”的规律。但教学参考书并没有指定用年份除以 4 这种方法作为判断闰年、平年的唯一方法。那么，判断平年、闰年是否还有更好的方法呢？下面，根据偶数年份（奇数年份一定是平年）的特点谈谈判断闰年、平年的一些技巧。

一、判断整百年是闰年、平年的技巧

整百年只有能被 400 整除才是闰年，否则就是平年。判断整百年是闰年、平年为什么要除以 400 的地理知识，在课本“你知道吗？”已做详细介绍，这里不再重述。因为三年级的学生还没有学到“除数是三位数的除法”这一知识，所以判断整百年是闰年、平年的技巧是把整百年后面两个零划掉后再除以 4，如果能整除便是闰年，否则是平年。例如，2000 年是闰年，因为 20 能被 4 整除。1900 年是平年，因为 19 不能被 4 整除。

二、判断非整百年是闰年、平年的技巧

判断非整百年份是闰年、平年的技巧是用年份的后两位数除以4，如果能整除便是闰年，否则是平年。

非整百年份为什么只看年份的后两位数呢？这与数的整除的“基本性质”有关。整除的“基本性质”中第1条：“如果 a 与 b 都能被 c 整除，则 $a+b$ 与 $a-b$ 也能被 c 整除。”所以在判断平年与闰年时，可以采用拆分法，即把年份从百位和十位之间分开，拆成“整百部分”与“几十几”的和。例如，1932可以拆分为 $1900+32$ 。

这时发现年份存在着如下的规律：整百部分都能被4整除，年份能否被4整除只需要看年份的后两位数。根据倍数关系，所有整百的数：100、200、300……它们都能被4整除。

例如， $100 \div 4 = 25$ ；

$200 \div 4 = 50$ ；

$300 \div 4 = 75$ ；

……

那么，当把一个年份拆成 $a+b$ 两部分（其中 a 代表整百部分）时，由于 a 已经能够被4整除，那么，判断这个年份是否为闰年只由 b 部分决定了，也就是由年份的后两位数决定。所以，快速判断非世纪年是平年还是闰年的方法便是看年份的后两位数。如1942年，只需要看42能否被4整除便能确定它是闰年还是平年。又如1920年，只需要看20就行了。

根据数的整除的基本性质，还可以从年份后两位数中发现更简单的规律：

1. 年份的十位是0、2、4、6、8的都把十位看成0后再判断。

由于20、40、60、80这几个数也能被4整除，所以可以把年份的后两位数细分为整十部分和个位。

例如，1968年，年份的后两位数68它可以拆成 $60+8$ ，60能被4整除，那么，判断方法只需要看个位上的8。8能被4整除，所以1968年是闰年。

又如1966年，只需要看个位的6能否被4整除便可以了。这样就节省了大量的计算时间。



2. 年份的十位是1、3、5、7、9的都把十位看成1后再判断。

例如, 1992年, 年份的后两位数92拆成 $80+12$, 由于80都能被4整除, 所以1992年是否为闰年只看12就成了。又如1958年, 可以把58拆成 $40+18$, 因为18不能被4整除, 所以1958年是平年。同理, 1874年只需要看14能否被4整除……

所以判断一个非整百年是闰年、平年的问题, 可以转化为判断一个20以内的数能否被4整除的问题, 从而节省了大量的计算时间。



小结

思考是数学教学最有价值的过程, 如果教师在备课时能多一些思考, 多一些钻研, 多问几个为什么, 你定会发现, 数学的教学原来如此简单, 也如此快乐。



课例四

“能被3整除数”巧判断

——《能被3整除数的特征》教学技巧

在教学中, 有些学生或家长对《能被3整除数的特征》有疑问: 为什么一个数的各个数位上的数字之和能被3整除, 那么这个数就能被3整除?

证明如下:

以四位数为例, 其他多位数同样可以证明。

假设一个四位数 $\overline{abcd}$, 它可以表示成以下形式:

$$\begin{aligned}\overline{abcd} &= 1000a + 100b + 10c + d \\ &= (999+1)a + (99+1)b + (9+1)c + d \\ &= 999a + 99b + 9c + a + b + c + d \\ &= 9 \times (111a + 11b + c) + a + b + c + d\end{aligned}$$

因为这个四位数各个数位上的数之和是3的倍数, 也就是 $a+b+c+d$ 能被3整除, 显然, $9 \times (111a + 11b + c)$ 必定能被3整除。