

SHUXUE XIAOLUNWEN DE XIEZUO ZHIDAO
YU SHIJIAN ANLI

数学小论文的写作指导 与实践案例

◎ 陈华云 编著



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大学出版社

全国百佳图书出版单位

数学小论文的写作指导 与实践案例

陈华云 编著



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学小论文的写作指导与实践案例 / 陈华云编著.
—杭州: 浙江大学出版社, 2013. 4
ISBN 978-7-308-11331-1

I. ①数… II. ①陈… III. ①中学数学课—教学研究
IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 067521 号

数学小论文的写作指导与实践案例

陈华云 编著

责任编辑 杜希武

封面设计 刘依群

出版发行 浙江大学出版社

(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 杭州好友排版工作室

印 刷 富阳市育才印刷有限公司

开 本 710mm×1000mm 1/16

印 张 13

字 数 226 千

版 次 2013 年 4 月第 1 版 2013 年 4 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-11331-1

定 价 32.00 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话(0571)88925591

贈陳華之同志

愿研究一子能走

向全一子生使子习

变成一种享受

中山子生数理化杂志

师广智 敬

十二月二十日

小论文是大论文的序言

任 勇

今年暑期,我应温州市教育局之邀,为温州市中小学教师做《师者:做更好的自己》讲座,主会场有400多人,通过视频听讲的据说有11万人,这是迄今为止最多人听我讲座的一次。讲座受到好评,一时间我的邮箱里多是来自温州教师的邮件。其中,陈华云老师的邮件引起了我的特别关注,因为他的一项研究——数学小论文的写作指导,是我曾想研究而未深入进行的。

我们的邮件往来如下:

陈华云:任老师,我是温州市一名高中数学教师,上次8月24日在温州听了您的讲座,收获很大。因为我手头有您的专著《任勇与数学学习指导》、《走向卓越,为什么不一?》、《任勇的中学数学教学主张》、《精彩数学就在身边》等。最近我完成暂取名为《数学小论文的写作指导与实践案例》作为校本课程,冒昧地请您能否在有空之余,提出一些意见与建议。

任勇:陈老师好!看了书稿,觉得你做了一件很有意义的事,写得很完整,很有条理。若作为一项课题研究,这本书写得非常好;若作为校本课程,最好能参照数学课本的类似语言来写,而不是按课题研究的格式来写,当然,你已成书稿了,要改起来工作量不小,因此可以考虑先这样用一段时间,听听大家的意见之后再修改。遥祝一切顺利!

陈华云:任老师,感谢您在百忙中审阅了我的书稿并给予了评价。我还有个不情之请,您能否为我这本书写个序?万分期待!

任勇:我试试,谢谢信任!

陈华云:太感谢您了!祝教师节快乐!

当我再次收到陈老师的邮件时,陈老师已经基本上按我的意见进行了修改,完成了这本《数学小论文的写作指导与实践案例》。

我当年写《中学数学学习法》一书时,曾有一小节写“数学小论文和数学小品文”,文中就学生如何撰写数学小论文提出了一些建议:选题宜新宜小,选材宜真宜全,撰写紧扣选题,修改严肃认真,答辩正确迅速,投稿“投其所好”。

今观陈老师之书稿,令我惊叹了!一是眼界高,把数学小论文的写作看成是数学课程改革的一项重要内容,寓意深远;二是可操作,数学小论文的写作就是研究性学习一种形式,不神秘化;三是有理论,将数学小论文的写作进行理性升华,实不多见;四是搞实验,建立在实验基础上的研究性学习的探索,其行必远;五是还反思,把“反思”引入“研究性学习”领域,思之益多;六是案例精,附上的31个案例,例例精当!

我觉得,陈老师是把学生数学小论文的写作当作课题研究来做。当一项研究进入“课题”领域时,就要理论学习、构建体系、制订实验方案,就要查阅资料、文献综述,就要实验操作、统计数据分析问题,就要整理资料、撰写报告。搞课题研究,是要坐冷板凳的,是要耐得寂寞的,是要苦思冥想的,是要潜心钻研的。课题研究是很能磨炼人的意志的,陈老师做到了。

我还觉得,陈老师更是把学生数学小论文的写作当作事业来做。教育之事,过于理想走不动,没有理想走不远,当教育理想遭遇教育现实挑战时,考量着我们的教育勇气、智慧和境界。星空理当仰望,实地更需脚踏。陈老师从指导学生数学小论文写作入手,一步步逼近理想的教育,一步步实现着自己的教育理想。因为,在陈老师心中,学生今天的小论文就是明天大论文的序言!

我在给温州老师讲座时,曾这样说道:当教师要全面发展,同时还要在全面发展的基础上特色发展。所谓特色发展,是指在发展过程中,逐步形成自己的、相对稳定的、行之有效的风格。陈老师的这项研究与实践,就形成了他的风格,就是他的特色。

我又找到了一个教师特色发展的生动案例。期盼有更多的数学教师,在全面发展的基础上,不断形成自己的教学风格,成为有特色的教师。

(任勇,福建省厦门市教育局副局长、数学特级教师、苏步青数学教学奖一等奖获得者)

前言



浙江省从2001年秋季起,高中选用人民教育出版社新教材A版,其中研究性学习成为一大亮点,充分体现了以培养学生创新精神和实践能力为重点的素质教育要求。为适应新形势发展,各所学校对此非常重视,无论从管理措施,还是资金投入、舆论宣传等诸多方面给予保障,作为参与课改的老师,感触颇深。

研究性学习的开展需要有合适的载体,既能满足学生求知的欲望,又能充分调动学生的积极性,因此结合数学学科的特点,提出了《如何撰写数学小论文》作为研究课题。目的之一是针对学生学习数学时借助“题海战术”“大运动量”的被动局面,促使养成善于总结,善于反思的好习惯;目的之二是通过学习同龄人的文章,达到自己也能进行写作;另外加强“实习作业”的要求。撰写数学小论文一开始先进行模仿学习,逐渐掌握写作的要求与技巧,而且需要用数学的眼光细心观察身边的事物,从而最终有东西可写。对于介绍类与体会类的文章,可以通过上网浏览等方式查阅资料,进一步提炼问题的共性与独有的特性。有关解题方法的文章好写但难写好,需要大家平时做些笔记或写些心得之类的东西。我们完成课题后,与学生一起总结成功的经验与挫折的教训。同时鼓励学生将自己的作品参加上级教育部门的评比或向一些杂志(如《中学生数学》、《中学生数理化》、《中学教研》(数学)等)投稿。可喜的是有很多篇学生的文章发表在杂志上,体会到成就感。

俗话说:“站得高,才能望得远”。其实在研究性学习的过程中,教师本身也是一个学习者。为了更好地指导学生研究,要求指导老师应当好五种角色,即研究性学习的宣传者、研究条件的提供者、研究方法的指导者、研究过程的督导者以及研究结果的评价者。中学生蕴藏着极为丰富和巨大的创造潜能,关键是我们能否为他们营造发展的环境,创设发展的空间,

提供更多发展的机会。

本书内容是著者十多年从事数学教育教学工作的阶段性成果。全国著名数学特级教师任勇欣然为本书作序与《中学生数理化》杂志主编师广智为本书题词,这充分体现了他们的关心与鼓励,为本书增色不少。浙江师范大学张维忠教授与浙江省特级教师刘建永力荐本书,这充分体现了他们的支持与帮助。感谢温州市第十二中学校长室的资助出版与浙江大学出版社编辑们的辛勤付出。由于时间与自身水平有限,吸收了许多专家学者、一些同行的研究成果,在此一并表示谢意。若有不妥和错误之处,敬请批评指正(wl2zchy@126.com)。

陈华云

2013年3月

目 录

题词 / 师广智

小论文是大论文的序言(代序) / 任 勇

前言

第一章 绪 论	1
1.1 研究背景	1
1.1.1 当今社会的状况	1
1.1.2 课程改革的背景	2
1.1.3 新理念下的数学学习	4
1.2 研究综述	5
1.2.1 研究内容	5
1.2.2 研究目标	5
1.2.3 研究意义	6
1.2.4 国内外相关研究	8
第二章 数学小论文的实验研究	11
2.1 实验思路	11
2.2 第一阶段实验学校:永嘉县上塘中学	11
2.3 第二阶段实验学校:温州市龙湾中学	18
2.4 调查分析	27
2.4.1 研究性学习课程的调查分析	27
2.4.2 撰写数学小论文的调查分析	30
2.5 个案追踪	32

第三章 数学小论文的实践案例	36
3.1 学生发表与获奖作品汇总	36
3.2 第一阶段学生实践作品及点评	37
3.2.1 棋盘中的数学知识	37
3.2.2 图案中的数学知识	41
3.2.3 彩票中的数学知识	44
3.2.4 寻找规律解三角题	47
3.2.5 我的一次探究性作业	50
3.2.6 雾里看花是错觉	54
3.2.7 四种命题,四个兄弟	57
3.2.8 数学窍门之一找规律	59
3.2.9 生活中的简易逻辑	62
3.3 第二阶段学生实践作品及点评	66
3.3.1 零距离接触数学	66
3.3.2 三角形中常见的“四心”问题	68
3.3.3 双曲线中点弦存在性问题	71
3.3.4 合情推理——利用递推公式解分割问题	74
3.3.5 图形覆盖问题的研究	79
3.3.6 三角形中求解个数问题的解决方案	83
3.3.7 用 CASIO 图形计算器研究图像问题	86
3.3.8 递推数列的通项求法例析	93
3.3.9 正确合理选择正余弦定理	96
3.3.10 揭开线性规划问题的“神秘面纱”	99
3.3.11 解三角形中的高、中线、角平分线问题	103
3.3.12 例谈数学与物理的整合	108
3.3.13 涉及两边夹不等式的有关问题	112
3.3.14 谈学习《数学史选讲》的心得体会	116

3.3.15	九宫格中的数学问题	120
3.3.16	极端位置成为解决几何问题的“突破口”	125
3.3.17	游戏中的数学知识	130
3.3.18	我谈柯西不等式的认识	135
3.3.19	模式与技巧的有效整合	141
3.3.20	巧解直角型的过道问题	146
3.3.21	合理选取方程的形式进行解题	150
3.3.22	运用轨迹思想解题	155
3.4	教师指导作品	158
3.4.1	想说爱你不容易——谈指导研究性学习的实践与体会	158
3.4.2	以数学建模为载体,有效开展研究性学习	162
第四章	数学小论文的指导策略	174
4.1	理论依据	174
4.1.1	弗赖登塔尔的“再创造”论	174
4.1.2	建构主义理论	175
4.2	指导流程	177
4.2.1	解决写作认识	177
4.2.2	提供撰写方法	177
4.3	指导建议	182
4.3.1	加强阅读指导	182
4.3.2	形成校本课程	185
参考文献		190
后 记		193



绪 论

1.1 研究背景

1.1.1 当今社会的状况

由于科学技术的突破性进步,世界发生了和正在发生着一场深刻的变革,一个政治多极化、经济全球化的时代已经到来。联合国教科文组织在《教育—财富蕴藏其中》一书中,把“学会学习”列为未来教育四大支柱(学会认知、学会生存、学会做事、学会合作)之首。知识经济时代的到来,对创造性人才,对劳动者的创新精神提出了前所未有的紧迫要求。在当今及今后一个时期内,缺少具有国际领先水平的创新人才,已经成为制约我国竞争能力的主要因素之一。

2009 年教师节前夕,温家宝总理到北京市第三十五中学看望师生。上午听了 5 节课,下午同北京市部分中小学教师座谈中指出:当前,我国教育改革和发展正处在关键时期。应该肯定,新中国成立 60 年来我国教育事业有了很大发展,无论是在学生的就学率还是在教育质量上,都取得了巨大成绩,这些成绩是不可磨灭的。但是,为什么社会上还有那么多人对教育有许多担心和意见?应该清醒地看到,我们的教育还不适应经济社会发展的要求,不适应国家对人才培养的要求。我多次看望钱学森先生,给他汇报科技工作,他对科技没谈什么意见,他说你们做得都很好,我都赞成。然后,他转过话题就说,为什么现在我们的学校总是培养不出杰出人才?这句话他给我讲过五六遍。

“为什么我们的学校总是培养不出杰出人才?”这是钱学森生前的疑问,也

是钱老的临终遗言,非常沉重,却不容我们回避。钱学森之问成为中国教育界有识之士关注的焦点,是关于中国教育事业发展的一道艰深命题,需要整个教育界乃至社会各界共同破解。钱学森之问的实质是:发展中国家如何发掘与发挥创造性人才的社会功能与价值,也就是如何从知识型、技能型人才教育模式向创造型、发明型人才培养方法的转型。

1.1.2 课程改革的背景

众所周知,第一次教育革命催生了现行的学校教育体制,它借助于语言与文字媒介,大大促进了知识的传播。这种学校教育制度最终的成型是随着工业革命的兴起而完成的,并在普及义务教育过程中得到了强化。这种所谓正式的学校教育范型,今天已被全社会视作培养年轻一代的普遍方法,成为几乎每一个人通往成人社会的必经之路。然而,当人类社会正步入崭新的信息时代,实现从工业社会向知识社会转型之际,现行学校教育模式割裂了知识内容与其产生的丰富情境的联系,割裂了知识内容与学习者识知(knowing)过程的联系,以传授替代探究/研究中的意义建构与协商、参与和实践等种种弊病已开始突现出来。

教育如何培养出适应知识经济时代的创造型人才,这是当前我国学校教育面临的一个严峻挑战。大力推进基础课程教育改革,调整和发展适合基础教育的课程体系、结构、内容已势在必行,教育界内部对课程改革的探讨始终是教育改革的一个热点。

2001年普通高中新课程的指导思想:教育部明确规定,本次高中课程改革要以“三个面向”的指示和“三个代表”的重要思想为指导,全面贯彻党的教育方针,贯彻落实《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》和《国务院关于基础教育改革和发展的决定》;适应时代发展的需要,立足我国实际,借鉴国际课程改革的有益经验,大力推进教育创新,构建具有中国特色、充满活力的普通高中课程体系,为造就数以亿计的高素质劳动者、数以千万计的专门人才和一大批拔尖创新人才奠定基础。

2001 年普通高中课程结构表

学习领域	科目	必修学分(共计 116 学分)	选修学分 I	选修学分 II
语文与文学	语文	10	根据社会对人才多样化的需求,适应学生不同潜能和发展的需要,在共同必修的基础上,各科课程标准分类别、分层次设置若干选修模块,供学生选择。	学校根据当地社会、经济、科技、文化发展的需要和学生的兴趣开设若干选修模块,供学生选择。
	外语	10		
数学	数学	10		
人文与社会	思想政治	8		
	历史	6		
科学	地理	6		
	物理	6		
	化学	6		
	生物	6		
技术	技术(含信息技术和通用技术)	8		
艺术	艺术或音乐、美术	6		
体育与健康	体育与健康	11		
综合实践活动	研究性学习活动	15		
	社区服务	2		
	社会实践	6		

2012 年浙江省普通高中课程与学分结构

必 修			选 修		
学习领域	科目	学分	类别	内 容	学分
语言 与文学	语文	10	知识 拓展类	包括必修拓展课程、大学初级课程、学科发展前沿课程、学科研究性学习等。	至少 48 学 分
	外语	10			
数学	数学	10			
人文 与社会	思想政治	8			
	历史	6			
	地理	6			
科学	物理	6	职业 技能类	包括生活技能、职业技术、地方经济技术等课程。	
	化学	6			
	生物	6	兴趣 特长类	包括体育、艺术、健康教育、休闲生活、知识应用等课程。	
		信息技术			
技术	通用技术	4			
	艺术或 音乐、美术	6	社会 实践类	包括调查探究活动、社会实践活动、校园文化活动等课程。	
体育 与健康	体育 与健康	12			
专题教育		2	主要包括国家有关部门和教育部规定普通高中中必须组织开展的各类教育内容。		

2012年浙江省深化普通高中课程改革的指导思想:浙江省起始于2006年的高中新课程改革已取得一定成效,课程改革较好地推进了先进教育理念的传播,加强了学校的课程意识,催生了一些教与学方式方法的创新。但改革并没有改变教学过度应试、学生课业负担过重的局面,新课程理念还远未转化为学校办学和教师教学的自觉行动。按照“调结构、减总量、优方法、改评价、创条件”的总体思路,坚持有利于培育普通高中学校特色、有利于促进学生个性发展、有利于为国家培养各类人才的原则,加快选修课程建设,转变育人模式,把更多的课程选择权交给学生,把更多的课程开发权交给教师,把更多的课程设置权交给学校,促进高中多样化、特色化,实现学生在共同基础上有个性的发展。

1.1.3 新理念下的数学学习

科学技术的发展进入到信息时代后,原高中数学教学内容的陈旧,刻意的形式化表达,以及对数学作为工具课所应起作用的忽视……都制约了数学课在培养现代人的过程中的功能发挥,高中数学教学内容及教学方法的改革势在必行。围绕如何培养学生的创新精神和实践能力,全员性提高学生的整体素质,发展学生的个性特长,使得在知识、能力、素质上协调地发展是教育改革深入探索和实践的重要任务。这次数学教育改革既有宏观层面,如数学课程标准、数学大纲等;也有微观层面,如数学教学研究、数学学习方法、现代教育技术的合理应用等等。

研究性学习是教育部2000年1月颁布的《全日制普通高级中学课程计划》(试验修订稿)中综合实践活动板块的一项内容。《教学大纲》第3页规定:“每学期至少安排一个研究性学习课题”,而研究性课题又多数与应用相关其教学目标是:(1)学会提出问题和明确探究方向;(2)体验数学活动的过程;(3)培养创新精神和应用能力;(4)以研究报告或小论文等形式反映研究成果,学会交流。大纲第22页指出,要把研究性学习课题“作为培养创新意识和实践能力的重要载体”。随着研究性学习的深入开展,我们越来越感到研究性学习不应只作为一门课程来开发,还应作为学习的方式渗透到学科教学当中。如果研究性学习还仅停留在活动课的层面,不能和日常教学结合起来,就会出现高一、二轰轰烈烈搞研究性学习,高三扎扎实实抓应试教育的现象。

新颁布的《高中数学课程标准》倡导积极主动,勇于探索的学习方式,……使学生的学习过程成为在教师引导下的“再创造”过程;同时设立“数学探究”、

“数学建模”等学习活动,为学生形成积极主动、多样高效的学习方式进一步创造有利条件,以激发学生的数学学习兴趣……。由此可以看出《高中数学课程标准》已明确将探究学习作为一种重要的学习方式加以提倡。

所谓“数学研究性学习”是指“学生在教师指导下,从自身的学习生活和社会生活、自然界以及人类自身的发展中选取研究专题(课题、主题),以探究的方式主动地获取知识、应用知识、解决问题”的学习方式。它的实现形式主要有:数学阅读、数学探究、数学建模、数学实验、调查等实践活动。

1.2 研究综述

1.2.1 研究内容

本书研究的数学小论文,是指学生在数学学习中所习写的,以数学内容为中心的,包括数学周记、数学作文等文体形式的短小文章。它可以是学生对某一个数学问题的理解、评价,可以是数学活动中的真实心态和想法,可以是进行数学综合实践活动遇到的问题,也可以是利用所学的数学知识解决生活中数学问题的经过等,因此撰写数学小论文是一个很好的实践方式。刘来福教授、王尚志教授指出:“通过论文的撰写可以使学生学到的数学知识有机会与实践相结合,可以使学生的思维在生活实际的大背景下活跃起来,并且能够激发学生的创造性的思维活动。它可以成为数学理论和应用的课堂教学活动的重要补充。”

1.2.2 研究目标

目标之一:“获得亲身参与科学探究的体验”。类似于科学工作者的课题(项目)研究,目标在于进一步丰富学生从事科学研究的体验,产生积极的情感变化,从而形成比较持久的科学探究的志趣和较强的实践、探索、创新的欲望,巩固和发展科学研究所必需的良好心理素质。

目标之二:“提高发现问题和解决问题的能力”。要求具备一定的发现或提出与生活相关的科学、技术、社会发展方面的新问题,并通过有计划地探究解决比较复杂问题的能力。例如:在信息(资料、数据等)的采集和运用方面,要求运用多种工具和技术,必须包括计算机、网络,以提高调查和实验的水平,

并且要学会应用逻辑方法和信息构建或修改对事物的科学解释或科学模型,对已有的科学解释或模型进行客观评估。在成果与心得交流方面,要求除口头表达语言清晰外,还要求运用撰写论文、报告、制作多媒体等方式表达。

目标之三:“学会合作与分享”。进一步形成现代人所必需的民主素养、合作意识和团队精神。例如:要求不仅养成在合作集体中对分工尽职尽责、积极主动与伙伴通力合作的态度,并且能自觉维护伙伴间平等协作关系。应当具有较强的人际沟通能力和协调合作分工角色关系、保证集体事业成功的能力。

目标之四:“培养科学态度与科学道德”。应当确立“实践是检验真理的唯一标准”的科学态度,树立坚定执著、持之以恒的科学探究精神,勇于不断求新的创造精神和一定的科学批判的能力。

目标之五:“培养社会责任心和使命感”。要求学生形成较强的社会责任心和使命感,形成关心科学的发展和社会的进步,自觉维护社会进步、敢于承担社会义务、服务社会、造福人类的积极人生态度。

另外结合数学学科的特点,新课标除了依旧关注双基之外,更加重视学生学习数学情感态度价值观的形成,强化动手操作能力,加强学习能力和思维素质考核,重视灵活运用知识进行问题解决,增加实践活动内容。因此我们不仅要关注学生的学业成绩,而且要发现和发展学生多方面的潜能,了解学生发展中的需求,帮助学生认识自我,树立自信。要想达成这个目的,有多种途径,指导学生撰写数学小论文就是其中的一种。通过指导撰写数学小论文,逐渐培养学生“动脑筋、提问题、想问题、找资料、寻答案、立观点”的好习惯。而一篇优秀的学生论文是各种知识综合运用结果:查资料要上网,就要掌握电脑知识;数据要统计分析,要用到数学中的统计知识;论文要写得有文采,就要提高语言文字的表达能力……,更重要的是论文写作丰富了同学们的课余生活,培养了学生主动探究的精神,同时“数学小论文”是教师了解学生数学学习心理、思维及非智力因素等个别差异的新途径。

1.2.3 研究意义

走进新课程的今天,撰写数学小论文作为一种学习方式,已逐渐被广大教育工作者认可。它可以开拓思路,提高学习的积极性,培养自学能力、独立钻研和解决问题的能力以及文字表达能力,这对学生的成长是大有好处的。通过实践使学生能够发现问题和提出问题,能够运用已有的知识进行交流,从而形成比较完整的数学知识结构。通过撰写数学小论文,有助于学生体验数学在解决实际问题中的价值和作用:体验数学与日常生活和其他学科的联系;体