

“3 + 2”
高考 750 分对策

“3 + 2”高考命题研究组 编



数学

首都师范大学出版社



543090

2

G634.6

043

“3+2” 高考 750 分对策 ()

数 学

样

“3+2” 高考命题研究组 编



CS154800

首都师范大学出版社



(京)新 208 号

图书在版编目 (CIP) 数据

“3+2” 高考 750 分对策: 数学 / “3+2” 高考命题研究组编. —北京: 首都师范大学出版社, 1999. 1

ISBN 7-81039-867-9

I. 3! II. 3! III. ①课程-高中-升学参考资料 ②数学-高中-升学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (99) 第 22222 号

“3+2” GAOKAO 750 FEN DUICE · SHUXUE
“3+2” 高考 750 分对策 · 数学

首都师范大学出版社

(北京西三环北路 105 号 邮政编码 100037)
北京昌平兴华印刷厂印刷 全国新华书店经销
1999 年 1 月第 2 版 1999 年 1 月第 1 次印刷
开本 787×1092 1/16 印张 14.5
字数 327 千 印数 00,001~35,000 册
定价 14.00 元

目 录

第一部分	1999 年高考数学命题预测	(1)
第二部分	1998 年高考典型错误分析	(11)
第三部分	知识考点、应试题型、解题思路、能力训练	(22)
第一章	函数	(22)
第二章	不等式	(46)
第三章	数列、极限、数学归纳法	(62)
第四章	复数	(78)
第五章	排列、组合、二项式定理	(89)
第六章	三角函数	(95)
第七章	两角和与两角差的三角函数	(106)
第八章	反三角函数和简单的三角方程	(116)
第九章	立体几何——直线与平面	(124)
第十章	多面体与旋转体	(138)
第十一章	解析几何——直线	(150)
第十二章	圆锥曲线	(163)
第十三章	参数方程与极坐标	(178)
附录一	能力训练答案	(186)
附录二	1998 年高考数学试卷 (文理) 及答案	(208)

第一部分 1999 年高考数学命题预测

自 1993 年以来,新科目组(简称“3+2”科目组)高考已经六年了,在这六年里,数学高考命题,严格按照国家教委颁发的数学科《考试说明》的规定,较好地贯彻了“稳定大局,贯彻《说明》,调整难度,积极探索”的指导思想;体现了“测试中学数学基础知识、基本技能、基本思想和方法,考查逻辑思维能力、运算能力、空间想象能力、以及运用所学数学知识和方法分析问题和解决问题的能力”的命题原则;在考查内容、要求、题型、难易等方面,试卷结构趋于稳定,形成了“结构稳定,布局合理;考查全面、重点突出;注重能力,突出选拔;切近实际,难度适中;区分度好,导向正确”的特点;坚持“出活题,考基础,考能力”的方向,做到了“稳中有变,变中求新”,既保持了命题逐年相对稳定,又不断地进行改革和创新,改革和创新的特点是在考查知识的基础上,注重考查能力,由考查知识与能力并重,过渡到以考查能力为核心,考查考生运用已学的知识和方法去解决未知问题的能力.未知问题不一定是难题,而是题目的立意,创设的情景,设问的角度和方式新颖,灵活,富有新意,体现考生的公平竞争.

回顾最近几年的高考,研究数学高考的基本规律,其目的在于指导高中数学教学和高考总复习.高考年复一年,年年讲稳定,年年讲创新,稳定是大局,改革和创新是方向.因此,研究高考就是明确:讲稳定是怎样稳定呢?讲创新又是怎样创新的?以便于研究和改进当前教学,不断提高教学质量.

对于高考的基本规律和特点,可从以下两个方面加以概括:

一、考试形式

1. 以《考试说明》为依据,实施命题的标准化.

(1) 从中国的国情出发,高考要科学公正的进行选拔,每年要从 300 多万考生中选拔 100 多万人上大学,因此,高考的主要功能是为大学选拔有学习潜能的新生,这就要讲区分,把学生的档次水平拉开;同时必须对中学教学有良好的影响和导向作用,尤其对中学教学在培养学科能力上有良好的影响,有利于提高中学教学质量.这就要求高考试题要以《考试说明》为依据,保持每年试题的相对稳定性,有利于稳定教学秩序,扎扎实实地提高教学质量.

(2) 在实践的基础上,对《考试说明》进行修改,不断完善和科学化.

修改后《考试说明》主要有三个方面的变化:

第一,对知识的层次进行修改

过去在《考试说明》中对知识分为四个层次,即了解,理解,掌握,灵活与综合运用.现在修改为三个层次,即了解,理解和掌握,灵活与综合运用.对知识层次的认识和阐述,是多年命题的总结.

对上面三个知识层次,使用了“应用”、“利用”、“运用”三个不同的词,都着重在

“用”字上，这些不同的“用”字都体现在各节、章内容的考试要求上。如：

能利用函数的奇偶性与图象的对称性的关系描绘函数的图象；

能正确地运用上述公式化简三角函数式，求某些角的三角函数值，证明较简单的三角恒等式以及解决一些简单的实际问题。

掌握不等式的性质及其证明，掌握证明不等式的几种常用方法，掌握两个（或三个）正数的算术平均数不小于它们的几何平均数这一定理，并能运用上述性质，定理和方法解决一些问题。

理解用反证法证明命题的思路，会用反证法证明一些简单的问题。

了解用坐标法研究几何问题的思想，初步掌握利用方程研究曲线性质的方法。

另外，对有些知识的理解和认识，还要看到它在中学数学的地位和作用，如在函数问题研究中，统观中学数学教材，可以发现，一元二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 占有极为重要的地位，不管在代数中，还是在解析几何中，利用这个函数的机会特别多。许多重点内容，如：配方法、换元法、参数的分类讨论、解方程、解不等式、不等式的证明、抛物线、函数的最值、轨迹等，都与二次函数有密切的联系，围绕这个函数的内涵与外延，在中学数学中，展开得非常充分，而且这些内容对近代代数和现代数学都有深刻的影响，是考生进入高校深造不可缺的极为重要的基础。因此，长期以来，在高考试题中，围绕着有关一元二次函数式的考查，一直占有相当的比重，考查的方法也灵活多变。

第二，对考试能力要求的界定

数学能力是多方面的，数学高考考数学的什么能力？每一个数学能力的要求也是多方面的，数学高考要求每一个数学能力的哪些内容？对这些问题，《考试说明》中对考什么能力，对能力的要求是什么都进行具体的界定，高考时也按此界定的能力要求进行考查。

数学高考主要考查逻辑思维能力，运算能力，空间想象能力，分析和解决问题的能力。

对每一个数学能力的要求，都是从三个方面，三个层次进行描述的。如：运算能力，一是会根据概念、公式、法则对数、式、方程进行正确地运算和变形；二是能分析条件，寻求与设计合理、简捷的运算途径；三是能根据要求对数据进行估计，并能进行近似计算。

教学重视过程，而测试重视结果，是历史和瞬间的关系，重视瞬间结果的表述，在能力要求中有几处要求正确的加以表述。

第三，强调考查数学思想方法

在《考试说明》中，将数学科考试的宗旨中的“基本方法”修改为“基本思想和方法”。

数学高考考能力要以考查知识为依托，考能力要寄寓于考查数学思想方法之中。

(3) 在《考试说明》中规定了高考的内容及要求的层次、难度、题型及比例。高考命题时，在《考试说明》规定的范围内进行调整，更切合考生的实际水平。

1993~1998年数学高考难度统计如下：

科别 \ 年度 难度	年度					
	1993	1994	1995	1996	1997	1998
理科	0.59	0.55	0.59	0.55	0.59	0.57
文科	0.48	0.50	0.54	0.52	0.50	0.50

从上面看出，理科难度一般在 0.55~0.60 之间，文科难度在 0.50~0.55 之间。

如 97 年高考试题，在命题时，命题人充分考虑 93~96 年的考试情况，尤其注意到 96 年的考试情况，确定了 97 年高考命题的指导思想是：保持稳定，控制难度，文理有别，考查能力。在难度控制上采取了一些方法，这就是选择题的难度降了，运算量小了，综合性的选择题少了。

通过 97 年的实践和统计，选择题偏易、解答题偏难、有个别题太难，难度低于 0.1，98 年数学高考试题在 97 年的基础上又进行适当调整，提出“重视基础、强化方法、实出能力”，在选择题、填空题方面略难于 97 年，在解答题方面略易于 97 年、难度在 0.10 左右的题目没有了，这种调整会更能反映各类层次不同的考生的实际水平，高考就是根据每年考生的实际和往年高考的情况，在《考试说明》规定的范围内，逐步进行调整。

数学高考要体现数学学科的特点，在题型的比例上也进行了适当调整，见下表：

年 度	选 择 题		填 空 题		解 答 题	
	道 数	百 分 比	道 数	百 分 比	道 数	百 分 比
1993 年	17 道 题	45.3%	6 道 题	16%	5 道 题	38.7%
1994 年	15 道 题	43.3%	5 道 题	16%	5 道 题	40.7%
1995 年	15 道 题	43.3%	5 道 题	13.4%	6 道 题	43.3%
1996 年	15 道 题	43.3%	4 道 题	10.7%	6 道 题	46%
1997 年	15 道 题	43.3%	4 道 题	10.7%	6 道 题	46%
1998 年	15 道 题	43.3%	4 道 题	10.7%	6 道 题	46%

从上表看出：①试题的总量有所减少，②向解答题倾斜。上述的变化调整主要为了加强能力的考查。

试题在难、中、易比例上一般 2:5:3 或 2:4:4，试题要稳中有变，变中求新，从试题创设的情景，设问的角度，每年都有新颖的题目。

2. 文、理两卷有所区别

过去，文科数学试卷的难度在 0.50 左右，从 94 年至今，对文科进行调整，难度控制在 0.50~0.55 之间。在《考试说明》中，只就文科的考试范围作了明确的规定，至于考试要求的层次，差别如何？既没有规定，也未加说明。这个问题，只能在命题加以调节和控制，其精神是：对于文、理相同的内容的基础题，在考试要求和难度上基本一致，个别较难题目进行调整；在能力考查目的上基本一致，但在考查要求层次上有所区别，文科低于理科要求。

为控制文、理试卷的差别，具体操作时采取如下措施：

(1) 姐妹题：文、理内容要求基本相同，但设问不同，如 1997 年第 12 题和第 23 题的立体几何题。1998 年选择中，12、14 题和解答题的 25 题。

(2) 平行题：题号一样，在知识能力上，思维水平层次上有较大差别。

如 97 年第 24 题，文科是对数函数，理科是二次函数；98 年的 15 题，文科是求 a_1 的值，理科是求范围。在能力要求，思维水平上体现出差异。

(3) 错位题：文、理题目相同，但在文、理中的位置不同，一般文在理的题号之后，这

样体现出文科试卷的由易到难，切合文科考生的水平。例如 98 年应用题，文科为 24 题，理科为 22 题。

(4) 换题：文、理知识内容不同，难易不同，一般理科难文科易。例如 98 年文科 (20) 较易，换理科较难的 24 题。

经过多年的实践，理科一般侧重于抽象与推理，文科侧重于具体和计算，如果让同一位正常水平的考生，做文、理两份试卷，得分差别在 20 分左右，即文卷得分高于理卷得分一般在 20 分左右。

二、考试内容

1. 以能力考查为核心，整卷保持稳定

(1) 以考查基础知识为依托，考查能力为核心。

高中数学中代数、立体几何、平面解析几何共十三章，章章考到，共 125 个知识点，每年随机考查到 70% 左右。

重点内容是考查能力的重点。如函数、数列、不等式、空间图形中直线与平面的线面关系、圆锥曲线的基本性质和解析几何的基本思想等，都是考查的重点。

而对复数、排列和组合、二项式定理、反三角函数和三角方程、极坐标和参数方程，都有考题，点到为止。

(2) 整卷保持稳定，已形成风格

数学试卷的相对稳定，不仅三种题型比例稳定，而且难度也相对稳定。

在位置类型题方面也相对稳定，如选择题的开始题，一般是集合、函数的图象方面的题目，解答题的前两题一般是代数、三角方面的简单综合题，中间两题一般是应用题和立体几何题，最后两题一般是代数和解析几何方面的综合题，但不是模式化。

在知识层次类型方面，选择题一般是记忆型和思维型的结合，填空题一般是思维型和计算型的结合，解答题一般都是思维型的题目；解答题和填空题的思维一般偏重于逻辑思维，强调运算、推理的过程，进行演绎推理，选择题经常是非逻辑型，灵活运用解答选择题的各种方法进行解答，加大思维方法的考查力度。

(3) 加强能力考查，重视数学素质

目前的数学试题，对数学技巧（如数学竞赛中特殊技巧）的要求降了，但对数学素质方面的要求高了，明确提出了“以能力考查和素质考查为核心”，“整体着眼布局，单题注意立意”的命题思路。

高考试题，通过客观题增加试卷的知识覆盖面，考查解题速度，渗透各种数学能力的考查；通过主观题考查对知识掌握的深度和各种高层次的能力。

在能力考查时，要注意处理运算和思考的关系，由于数学本身的特点，运算占有很大的比重，同时由于数学的综合性，逻辑思维能力和空间想象能力有时也要结合运算进行考查，这就必须在保证必要的运算和考查深度的同时控制整卷的运算量，近几年来，为加强能力的考查，采取了一些措施，其指导思想是多考“想”，少考“算”。近几年来增加代数推理的要求就是指导思想的具体体现。但在 1996 年和 1997 年的代数推理证明题，考查结果并不理想，难度在 0.20 以下，而 1998 年理科第 24 题和第 25 题都涉及到代数的推理证明，而难度却有所下降，比较贴近于学生的实际水平。因此，今后还要进一步研究处理好运算，思考和试题难

度的关系，以及学生的思维特点和能够达到的水平。

强调考查能力。特别注意了试题创设的情境，提供新情境，创设公平竞争的条件，要求考生具有独立思考，创造性的分析和解决问题。新情境的试题的功能主要有两种，一种是考查知识的迁移能力，对已有知识加以综合、改造，对陌生的情境加以分析、转换，使未知转化为已知，适应新情境、解决新问题；二种是考查联系已有知识，对新信息进行加工，使新旧知识结合，从而提高解决问题的能力，学生在解题的同时获取新信息，拓宽视野和知识面，锻炼学生创造性解决问题的能力。

(4) 考查数学思想方法已形成共识

对数学高考命题范围内的基础知识，基本技能，以及基本思想和方法，进行全面的测试；同时，对重点内容，尤其是大学学习中经常用的数学理论基础和数学思想方法，将作为重点，加强考核，突出选拔性的要求。

考查常用的数学技能和方法，如配方法、换元法、待定系数法、数学归纳法和数形结合法等，以及常用的逻辑推理方法，如分析法、综合法、归纳法、演绎法和反证法等，都是考查的主要内容。考查中，重在通性通法的正确与灵活运用。对于处理问题的重要的数学思想方法，如函数与方程、变换与转化、分类与归纳、数形的结合与分离、定常与变化的对立与统一等思想观点和方法，也将通过具体问题，测试考生掌握的程度。

在数学高考时，一般在选择题、填空题中侧重考查数学基本技能和常用的方法；在解答题的解答过程中，考查考生对数学思想方法运用的意识性，能否应用数学思想方法去解决问题，如1997年第(21)题，在求极限时，考查分类、讨论的思想；第(22)题，考查变换与转化和分类讨论的思想；第(24)题，涉及到数形结合的思想，函数与方程的思想，变换与转化的思想，以及在证明过程中采用的综合法、演绎法等逻辑推理方法。1998年第(8)题考查数形结合的思想，(10)题考查转化的思想，第(24)题考查数形结合及运动、变化等思想方法和推理能力，第25题考查综合法，演绎法及数学归纳法等。

2. 重视测试潜能，不断进行创新。

高考讲稳定，又讲创新。稳定是大局，是永恒的主题，创新是灵魂，推动事物的发展。

(1) 应用题逐步加大力度

通过应用题考查考生应用数学知识和方法，解决实际问题的意识，考查分析问题和解决问题的能力。在1998年，应用题在试卷中所占比重有所增加，选择题2个，解答题1个共 $4+5+12=21$ 分。

数学应用题，一般在解答题中的第(22)、(23)、(24)题的位置，应用题要背景公平，贴近教材（解法在教材中），贴近生活（学生理解题意），高考中的应用题，带有人为的痕迹，是人为编造的，由于中学阶段学生所学知识的局限性，一般建模明确。

数学应用题大致可以分为四个不同层次：

- ①直接套用现成的公式，就可以解答；
- ②利用给出的数学模型，对应用问题进行定量分析；
- ③对于已经经过提炼加工，忽略了次要因素，保留下来的诸因素之间的数量关系比较清楚的实际问题，建立数学模型；
- ④对原始的实际问题进行分析加工，提炼数学模型，进行数学化。数学化主要是指将一

个现实问题转化为数学问题或已知数学模型。

(2) 重视数学语言的考查

数学语言主要指：数学文字语言、图形语言和符号语言。在数学问题中还涉及到普通语言。在解决数学问题时，对数学语言的考查主要体现在以下三个方面：

①对普通语言和数学语言的识别、理解、解释，弄清问题中语言表述的全过程；

②对数学语言进行转换，如文字语言转换为数学关系式；符号语言与图形语言间的互相转换等。

③能正确地加以表述，写出解决问题的全过程，层次清楚，合乎逻辑，说理充分，根据确切，论证完整。

(3) 尝试考查探索性试题

创设新的问题情境，改变设问的方式，让学生通过观察、分析、归纳、证明加以解决。考查学生分析和解决问题的能力，如1998年第(25)题。

1997年第19题，立体几何的填空多选题，也是探索性试题。问题的结论是开放型的。

(4) 尝试新颖试题

新颖试题主要是创设的情境新颖，设问的角度新颖，学生没做过类似的题目，让考生独立思考加以解决，有利于考查能力。

如：95年第10题（立体几何中选择题的多选题），第20题（四个小球）；96年第15题（函数问题）；97年第7题（文），第19题；1998年第(10)题、第(19)题；1996年和1997、1998年的立体几何解答题的填空设问和独立模块设问。都是新颖的题目。同时，也可说明新颖的题目不一定是难题。

展望今后和明年的高考数学，要考虑到当前社会的发展对推进素质教育的要求，要考虑到最近几年高考的情况和社会对高考试题的评价。

高考试题的稳定是相对的，创造和改革是绝对的，每年都进行适当调整是绝对的，通过调整要有利于为大学选拔新生；要有利于中学教学，尤其在培养数学能力上有良好的影响，促进中学教学改革；要有利于推进素质教育。

展望明年的高考，要注意以下问题：

一、数学试卷的调整，要有利推行素质教育

1. 当前实施素质教育，全面提高人的素质，造就适合社会发展需要的高素质人才，素质教育要体现在教育的全过程，要体现在小学、中学、大学教育的全过程，高考是从高中阶段进入大学阶段的选拔考试，“考试是国家或社会处理竞争的一种方法。利用人们想为社会做较大贡献，想争取更高社会地位与物质待遇的愿望，通过科学的考试，激励青少年学习国家规定的内容，选拔优秀新生，这就是高考。”高考是选拔优秀新生，是选拔高素质的人才上大学，它是体现教育结果的一个侧面（不是全部）。

由于高考，讲的是选拔，讲的是教育的结果，不是讲过程，就决定了高考试卷选拔性的本质，试卷的调整要为选拔服务。

2. 坚持1997年和1998年数学试卷调整的方向，有利于学校推进素质教育

1993~1998年高考数学试卷中选择题，填空题，解答题三种题型难度的比较，见下表：

年度 \ 难度	选择题		填空题		解答题	
	理科	文科	理科	文科	理科	文科
1993年	0.69	0.58	0.59	0.41	0.48	0.40
1994年	0.67	0.57	0.59	0.48	0.42	0.40
1995年	0.78	0.73	0.54	0.46	0.43	0.38
1996年	0.70	0.66	0.68	0.55	0.37	0.37
1997年	0.78	0.67	0.69	0.57	0.38	0.33
1998年约	0.75	0.66	0.62	0.54	0.40	0.34

从上表可以看出：

(1) 选择题和填空题降低了难度、提高了考生的得分率。

97年和98年的试题和过去比较进行了如下调整：

① 试题中多数题目是考生熟悉的，见过类似的题目。

② 试题的综合性和运算量有所降低，有的题目（如97年的第14题）可以用“估算”的方法、减少了运算量，降低了难度。

③ 选择题和填空题侧重于考查考生对基础知识的理解和应用、考查基本技能和基本思想方法。

④ 文、理两份试卷中知识内容相同的试题基本相同。在15道选择题中，一般有11道题完全一样，其它4道题略有不同，但在考查要求上也基本相同。

如在1998年选择题中，理科第(11)题是：3名医生和6名护士被分配到3所学校为学生体检，每校分配1名医生和2名护士，不同的分配方法共有()。

(A) 90种 (B) 180种 (C) 270种 (D) 540种

而文科考生试题是这样的：

2名医生和4名护士被分配到2所学校为学生体检，每校分配1名医生和2名护士，不同的分配方法共有()。

(A) 6种 (B) 12种 (C) 18种 (D) 24种

在1998年填空题中，文理试题基本一样，只有一道题略有差别：

理科第(17)题是： $(x+2)^{10}(x^2-1)$ 的展开式中 x^{10} 的系数为_____ (用数字作答)

文科第(17)题是： $(x+2)^{10}(x^2-1)$ 的展开式中 x 的系数为_____ (用数字作答)

题目是一样的，只是在设问上略有差别。

中学教育是基础教育，要面向全体学生，高中教育虽不是义务教育，但在提高全民族素质中占有极重要的地位。因此，高考要有利于高中打好基础，要和高中会考进行衔接是必要的，高考中的选择题和填空题的调整，使得绝大多数考生（尤其中等考生）可以接受，可以提高学习的自信心，这样做有利于推行素质教育。

(2) 适当加大解答题的综合性和难度，突出高考的选拔功能。

在解答题中，注重知识的综合和联系，突出能力的考查。数学各分支，各部分是一个有机的整体，是互相联系的。要求考生在作解答题时，要理解基本原理，独立分析题目的条件，

能比较熟练地运用有关数学思想和方法,迅速去解答问题.

解答题一般分为三个层次,即 0.60 左右,0.40 左右,0.20 左右,这三个层次实际上是对中等以上水平的区分,拉开中等水平以上考生的档次,便于大专、大本和重点大学的录取.难度在 0.20 左右的试题(一般占 20 分左右)是为尖子学生设置的.

从素质教育角度讲,应使得各层次学生的水平都得到发挥,不能限制好学生水平的发挥,难度在 0.20 左右的题目,就是给好学生以充分发挥的余地,调动好学生的学习积极性.

(3) 加大了考查数学思维方法的力度

在数学试题中,无论在选择题、填空题方面、还是在解答题处理上,要注意控制运算量,多考点“想”、多考点思维、减少繁杂的运算、控制运算量,有意识地考查分析和解决问题的能力.

(4) 在 97 年、98 年高考试题调整中,值得探求的几个问题:

① 选择题中的 5 分题难度问题.

97 年选择题最后五道题都是 5 分题,难度依次分别为 0.79、0.88、0.84、0.67、0.33,可见第(12)、(13)两题过于偏易,难度应控制在 0.60~0.70 之间较为合适.

98 年选择题最后五道题,今年进行了适当的调整,取消了容易题和难题后,需要注意对整卷的难度影响.

② 难题的难度控制问题

对难题的难度问题,97 年和 98 年有不同的风格,在 97 年解答题中,第(24)、(25)题的难度分别为 0.09 和 0.20,第(25)题合适,但第(24)题偏难,虽然是为好学生设置的,但好学生得分仍偏低.因此,造成 97 年数学高分(130 以上)学生偏少.

在 98 年解答题中,没有象 97 年第(24)题那样难的题,绝大多数题好学生都能做,得分也比较高,会出现不少数学高分学生.

因此,在解答题中的难题的难度控制是一个问题,需不断探求加以解决.

③ 关于位置难度的控制

试卷中的题目在各题型中一般由易到难,数学高考试卷注意到考生的心理承受力和行为应变能力,采用的是难点分散,不是一题压轴尾巴高跷,全卷的难度梯次不强调严格由易到难,这样做有利于培养学生心理素质.

但是在 97 年高考数学试卷的第(21)题,为解答题的第 2 题,难度为 0.33,低于整体(指解答题)的平均值(平均值为 0.38),这对中等水平的考生来讲,就不会做,是难于接受的,因此题目的位置难度要控制的较为合适.

在 98 年高考数学试卷中的第(21)题,是解析几何题,对多数考生来讲也比较难,比后面的第(23)题立体几何题难,对中等水平的考生来讲,仍感到困难较大.

根据这两年的经验,解答题的第二题对考生来讲是个关键,因为到此题,数学试卷已超过 100 分,因此应有 40% 的考生不能通过此题是正常的.

展望明年的高考,在上面几个问题会进行研究和调整,更有利于推进素质教育.

二、数学高考要充分体现数学学科的特点,有利于推动数学教学改革,不断提高学生的数学素养

国家教委考试中心任子朝写的《发挥选拔功能,推进素质教育——高考数学科问卷调查

分析》。

在调查分析中对今后的命题提出四条建议：

1. 适当增加对数学思维方法的考查力度；
2. 适当增加主观试题；
3. 适当增加应用试题；
4. 适当减少试题总量及解题速度的过高要求。

在调查分析中，提出了对高考命题工作的建议，提出“继续进行题型设计的探索和试验……为了使高考的数学试题更有效地发挥选拔功能，建议继续发扬改革精神，研究题型考查功能，充分考虑学科特点和学生的实际水平，……”建议加强试卷难度结构的研究，通过试卷难度结构的合理分布，有效地调控整卷难度。

思考上面的有关建议，展望 1999 年的数学高考，稳定是大局，创新是灵魂，需要注意研究以下问题：

1. 研究各种题型的功能，发挥选择题和填空题考查数学能力的作用。

《数学科考试说明》规定数学试卷选择题，填空题和解答题的比例为 45%，10%和 45%，这样做把客观题与主观题相结合，在相当程度上有利于考查基础知识，基本技能和一定的较高层次的数学能力。高考的本意是试图通过客观题增加试卷的覆盖面。考查对“三基”掌握的熟练程度，考查解题速度；通过主观题考查知识掌握的深度和各种高层次的能力。

但由于客观题的题量大，要训练学生提高解题速度，训练时的解题方法有的也不能反映数学的特点，也不利于学生掌握基础知识，多是从应试得分考虑的，有时猜对了也得分。分是得了，但并不能反映学生的水平和能力。

这就有数学高考应考什么样的选择题，才能体现数学的特点，选择题量多少比较合适，是否有减少的可能。

在复习时，对选择题的训练要有利“三基”的落实，要体现数学学科的特点，发挥考能力的作用。

2. 适当增加对数学思维方法的考查力度。

数学能力的核心，是数学思维能力，所谓思维，指的是人们认识客观事物的本质，相互联系以及内部规律的反映。思维是以观察所得为基础，以比较、分析、综合、归纳、抽象和概括为过程的。思维能力的高低，表现为对事物本质、相互联系以及内部规律认识得是否正确，完整，认识得是否迅速，是否简捷等。

近几年来，尤其是 1997 年和 1998 年，为加强数学能力的考查，已加大了对数学思维能力考查，如考查探索性试题，考查代数证明题，考查应用问题，深入的考查数学思想方法，这些问题的考查，对中学的数学教学在培养数学能力上已有良好的影响和导向作用，对提高学生的数学素养起了积极的作用。

加大数学思维方法考查的力度是和国家教委制定的新的高中数学大纲的精神相一致的，数学高考应配合课程的改革进行相应的改革，研究新大纲的内容和要求，研究与之相适应的考核目标和要求，为新大纲的过渡做好应有的准备。

在谈到对中学教学的启示中提出，要“重视知识的形成过程，学生在学习期间不是简单地背下一些公式、定理，而要弄清楚其背景和来源，为什么导出这样的公式和定理。由此理

解所学的知识，同时学习分析、解决问题的方法。”

这段话，实际上告诉我们提高学生思维能力一个重要途径。在高三复习过程中，强调背公式、背定理，用公式、定理去做题，而对公式、定理推导、证明的过程，强调的很不够，不去分析公式、定理的思维方法，这一点要特别注意。

3. 考查考生自己独立解决问题的能力。

在谈到对中学教学的启示中指出：“高考是选拔性考试，每年都有一些创新，试卷中出现的新的题型需要考生自己独立解决。由此启发我们应培养学生独立解决问题的能力，而不是单纯地教师讲题，学生看题。必须让学生自己真正动手作题，积累解题的经验，培养解题的能力。”

培养考生的各种数学能力，归根结底是培养学生自己独立解决问题的能力。自己去分析问题，去抽象和概括；自己去探索解决问题的途径，积累解题的经验；自己在解题过程中，深入理解数学知识，找出知识内在联系的基本规律，总结解题的基本方法。

任子朝同志多次讲到，在高三数学复习过程中，不能以老师单纯的讲题，学生看题，代替学生自己动手作题。尤其是解答题，要选出典型的题目让学生自己去分析。从头到尾写出完整的书面表达。书写的过程就是提高能力的过程。

对高考试题，提出多考“想”，少考“算”。让学生自己去想、去分析、去找出知识的内在联系，找出解决问题的方法，培养创造精神。

附：现行普高数学教学内容调整范围

一、将以下教学内容改为不作考试要求的选学内容

1. 《代数（上册）》第四章“4.6 简单的三角方程”。
2. 《立体几何》第二章“2.6 球冠”中的“球冠的面积”。
3. 《立体几何》第二章“2.12 球缺的体积”。
4. 《平面解析几何》第三章“3.3 圆的渐开线”。
5. 《平面解析几何》第三章“极坐标”第3.5节中的“三种圆锥曲线的统一的极坐标方程”和“3.7 等速螺线”。

二、限制、降低以下教学与考试要求

6. 在考查学生对函数性质的掌握和运用函数性质解决问题时，所涉及的幂函数 $f(x) = x^a$ 中的 a 限于在集合 $\{-2, -1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3\}$ 中取值。
7. 对三角函数中有关和差化积、积化和差的8个公式，不要求记忆。
8. 在有关“不等式”的教学要求中，用“两个（或三个）正数的算术平均数不小于其几何平均数”这一性质解决问题时，不扩展到四个（或四个以上）正数的情况。
9. 对立体几何中“异面直线上两点距离公式”，不要求记忆。
10. 在“圆锥曲线”的教学中，不要求解有关两个二次曲线交点坐标的问题（两圆的交点问题除外）。

第二部分 1998 年高考典型错误分析

高考是选拔性的考试,同时对数学教学产生良好的导向,推动中学教学研究和教学改革的深入开展.在分析和研究高考数学试题的同时,不能不重视考生在答题时所反映出来的错误,尤其是一些带有普遍性的问题,是造成高考失分的主要原因.分析这些典型错误,查出根源,研究改进的方法,以便更有效地进行复习,才能使高考成绩稳步提高.

一、对基础知识的理解不深刻、掌握不牢固、运用不灵活

基础知识和基本技能是数学高考的基本要求.在数学的 130 个知识点中,每年都要考查 90 个左右.而且不仅要求理解、记住这些基础知识,更要能在特定的数学背景下,灵活运用和综合运用数学知识,去解决有关的问题.

从考卷上来看,不少考生在概念的理解上深度不够,特别当一个概念以变换了的形式出现或与其他内容综合出现时,就产生了各种各样的错误.

例 1 (选择第 4 题)

两条直线 $A_1x+B_1y+C_1=0, A_2x+B_2y+C_2=0$ 垂直的充要条件是

(A) $A_1A_2+B_1B_2=0$ (B) $A_1A_2-B_1B_2=0$ (C) $\frac{A_1A_2}{B_1B_2}=-1$ (D) $\frac{B_1B_2}{A_1A_2}=1$

解 若 B_1, B_2 都不为零,则两直线斜率分别为: $k_1=-\frac{A_1}{B_1}, k_2=-\frac{A_2}{B_2}$.

\therefore 两直线垂直, $\therefore k_1 \cdot k_2 = -1 \therefore A_1A_2+B_1B_2=0$

若 $B_1=0$,则直线 $A_1x+C_1=0$ 与 x 轴垂直,而 $A_2x+B_2y+C_2=0$ 与 y 轴垂直, $\therefore A_2=0$,
 $\therefore A_1A_2+B_1B_2=0$.

反之,当 $A_1A_2+B_1B_2=0$ 时,若 B_1B_2 都不为零,则可求出 $k_1 \cdot k_2 = -1$,两直线垂直.

若 $B_1=0$,则 $A_1 \neq 0$,则 A_2 必为零, $B_2 \neq 0$,两直线垂直.

\therefore 选择(A)

错误原因

(1)对两直线垂直的条件不清楚或直线斜率的公式有错,因此选择(B)或(D).

(2)对直线的位置关系只注意到一般情况,忽略了直线与坐标轴垂直(或平行)的情况,没考虑 B_1B_2 是否为零,因此选择(C).

(3)忽视了“充要”性,事实上,(C)只是两直线垂直的充分条件而非充要条件.

例 2 选择题理科第 12 题:

椭圆 $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的焦点为 F_1 和 F_2 ,点 P 在椭圆上.如果线段 PF_1 的中点在 y 轴上,那么 $|PF_1|$ 是 $|PF_2|$ 的

(A) 7 倍 (B) 5 倍 (C) 4 倍 (D) 3 倍

解 $\because a^2=12, b^2=3, \therefore c^2=9, c=3$

$F_1(-3, 0), F_2(3, 0), e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. 准线 $l: x = \pm 4$

设 $P(x, y), PF_1$ 中点 $M(0, m)$ 则: $\frac{-3+x}{2} = 0, \therefore x=3 \quad \because \frac{|PF_1|}{d_{p-l}} = e \quad \therefore |PF_1| = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$(3+4) = \frac{7}{2}\sqrt{3}, |PF_2| = \frac{\sqrt{3}}{2}(4-3) = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore |PF_1|$ 是 $|PF_2|$ 的 7 倍.

\therefore 选择(A)

错误原因:

(1)对椭圆 a, b, c 之间的关系不清楚或与双曲线混淆, 没能正确求出焦点坐标及离心率.

(2)对椭圆的定义掌握不好, 不会运用定义解题. 因此必须求出 p 点坐标 $(3, \frac{\sqrt{3}}{2})$, 再用两点间距离公式求 $|PF_1|$ 和 $|PF_2|$, 造成过程较繁, 时间浪费, 计算出错.

例 3 选择题理科第 15 题.

在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 > 1$, 且前 n 项和 S_n 满足 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1}{a_1}$, 那么 a_1 的取值范围是

(A) $(1, +\infty)$ (B) $(1, 4)$ (C) $(1, 2)$ (D) $(1, \sqrt{2})$

解 在等比数列中, 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 存在, \therefore 公比 $|q| < 1$. $\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a_1}{1-q} = \frac{1}{a_1}$

$\therefore q = 1 - a_1^2 \quad \therefore |1 - a_1^2| < 1 \quad \therefore 1 < a_1 < \sqrt{2}$

\therefore 选择(D)

错误原因:

(1)不理解等比数列前 n 项和的极限存在的充要条件是公比 $|q| < 1$;

(2)不会运用(或忘记)公式 $S = \frac{a_1}{1-q}$;

(3)不会根据 q 的范围求 a_1 的范围, 即没掌握“代入换元”这一基本方法;

(4)解不等式有错.

例 4 填空题第 19 题.

关于函数 $f(x) = 4\sin(2x + \frac{\pi}{3}) (x \in R)$, 有下列命题:

①由 $f(x_1) = f(x_2) = 0$ 可得 $x_1 - x_2$ 必是 π 的整数倍;

② $y = f(x)$ 的表达式可改写为 $y = 4\cos(2x - \frac{\pi}{6})$;

③ $y = f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{\pi}{6}, 0)$ 对称;

④ $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{6}$ 对称.

其中正确的命题的序号是_____.

解 ① $f(x) = 0$ 可得 $x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6} (k \in Z)$

$\therefore x_1 - x_2 = \frac{\pi}{2}(k_1 - k_2) (k_1, k_2 \in Z)$ 是 $\frac{\pi}{2}$ 的整数倍

\therefore ①不正确.

$$\textcircled{2} \quad y = 4\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 4\cos\left[\frac{\pi}{2} - \left(2x + \frac{\pi}{3}\right)\right] = 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = 4\cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$$

\therefore ②正确.

③ 设 $f(x) = 0$, 则 $x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6}$, 即 $y = f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6}, 0\right) (k \in Z)$ 对称, $\therefore (-\frac{\pi}{6}, 0)$ 是图象的一个对称中心. \therefore ③正确.

④ $y = f(x)$ 的对称轴为: $2x + \frac{\pi}{3} = k\pi + \frac{\pi}{2}$, 即 $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{12} (k \in Z)$, $\therefore x = -\frac{\pi}{6}$ 不是其对称轴.

\therefore ④不正确.

答: ②、③.

错误原因:

(1) 对特殊角的三角函数, 三角函数的周期性, 诱导公式等掌握不好. 如: $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow 2x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi$, 或 $\cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) \neq \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ 等等.

(2) 不会求正弦(或余弦)函数图象的对称中心和对称轴, 不懂得正弦函数的图象有无穷多个对称中心, 它们是曲线与其平衡位置所在直线的交点, 本题是 $y = f(x)$ 的图象与 x 轴的交点.

同样, 不懂得正弦函数的图象有无穷多个对称轴, 它们是过最大值, 最小值点且与 x 轴垂直的直线.

(3) 不能从图象上看问题. 从正弦曲线上容易看出, 对称轴所在直线不可能过对称中心, 因此③正确, ④一定不正确. 有的考生却认为③④都正确.

二、运算能力较低

主要表现在三个方面: 一是运算过程合理性较差; 二是运算结果的正确率低, 三是不能正确地推演一般表达式.

运算能力是运算技能和逻辑思维能力的结合, 要求考生不仅会根据法则、公式正确地进行运算, 而且要理解算理, 能根据条件寻求合理、简捷的计算途径, 达到迅速、准确的目的.

在解 1998 年高考试题中, 从整体来看, 对运算的要求并不高, 达到了多考“想”, 少考“算”的设想, 但考生在计算上仍然错误百出. 一些运算并不繁琐, 无需特殊技巧的数值运算题目, 也有相当多的考生得不出正确的结果, 说明考生虽明白算理, 但运算准确性不高, 思路对, 就是算不对. 还有一些考生虽然头脑里储存了很多解题模式, 但遇到具体问题往往不能根据题目的要求, 灵活选择适当的方法, 只会硬套现成的模式, 把与题目无关的问题生搬到一起, 简单问题复杂化, 影响了正常解答.

运算能力差是普遍存在的问题, 但往往不能引起足够的重视. 要从高考复习的开始就有意识地提高自己的运算能力, 克服眼高手低的毛病, 在熟练和准确上狠下功夫.

例 5 填空第 16 题

设圆过双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的一个顶点和一个焦点, 圆心在此双曲线上, 则圆心到双曲线中心的距离是_____.