

杨叔子科技论文选

(上)

涂又光题

杨叔子科技论文选

(上)

涂又光题

杨叔子

图书在版编目(CIP)数据

杨叔子科技论文选(上、下)/杨叔子. —武汉: 华中科技大学出版社, 2012. 9
ISBN 978-7-5609-8363-9

I. 杨… II. 杨… III. 机械学-文集 IV. TH11-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 209443 号

杨叔子科技论文选(上、下)

杨叔子

策划编辑: 熊新华 杨 玲

责任编辑: 包以健

责任校对: 张 琳

责任监印: 周治超

出版发行: 华中科技大学出版社(中国·武汉)

武昌喻家山 邮编: 430074 电话: (027)81321915

录 排: 华中科技大学惠友文印中心

印 刷: 湖北新华印务有限公司

开 本: 710mm×1000mm 1/16

印 张: 38 插页: 4

字 数: 675 千字

版 次: 2012 年 9 月第 1 版第 1 次印刷

定 价: 100.00 元(含上、下册)



本书若有印装质量问题, 请向出版社营销中心调换
全国免费服务热线: 400-6679-118 竭诚为您服务
版权所有 侵权必究



<http://www.hustp.com>

中国·武汉

序

这不仅仅是我们的恩师、中国科学院院士杨叔子先生的一本科技论文选，更是我们这些弟子的一个真诚心愿。

2008年9月，杨叔子先生满75周岁，在汉的弟子按一年前的商定，前来给先生过生日。尽管原打算活动只在小范围内举行，只通知在武汉地区先生的弟子，但生日那天，却有许多外地包括北京的已知晓此事的弟子也纷纷赶来祝贺，知晓而不能来的，例如，在天津、广州、上海、长沙、深圳乃至英国的也打电话来祝贺。祝贺欢庆之余，很多弟子提出这次生日应有一个纪念性的东西，除了必需的集体合影外，最有意义的大概应是先生著作的结集出版。

先生从事教育工作50多年来，不仅作为学者发表科技学术论文、教育学术论文过千篇，出版各类著作、教材几十部，随笔散文与序数百篇，至于信函就以千计了，而且，作为诗人创作的诗词作品也有近千首，目前能收集到的有700多首。同时，先生作为导师培养各类学生几百名，培养形式多种多样，包括以指导毕业设计、指导攻读硕士或博士学位、指导博士后流动站研究工作或长期一起从事教学改革试验等形式所培养的，其中获得博士学位的学生逾百名，学生的年龄跨度从二十几岁至六十几岁，现在从事的职业几乎遍布各行业。我们这些弟子同先生情感深厚。先生常讲：“我所取得的进步，我所作出的贡献，我所获得的荣誉，无不沉淀着我的学生的辛勤劳动与珍贵心血。”我们这些弟子也常讲：“我们今天能有思路，有奔头，挑大梁，作贡献，无不凝聚着先生道德文章的深刻影响。”是的，学生无时不在先生的心头，先生也无时不在学生的心头，师生一同走过的如歌岁月与风雨征程，永在大家心中。

这次生日聚会，我们这些弟子纷纷表示一种遗憾，由于多种原因，没有一个弟子完整地读过，甚至完整地见过先生的所有著作、论文和诗作等，因此弟子纷纷提议能否将先生的论文、诗作等结集出版；这不仅可给大家留作永远的纪念，而且也

有利于教育与科研工作地开展以及学术交流与思想交流。这一提议立即得到所有与会弟子的积极响应,并委托目前仍在华中科技大学工作的师兄弟从他们中推选若干位负责筹备此事。这一工作开始后,才发现这是一项很大的工程,要将所有的论文、诗作等结集出版,工作量将十分浩大,何况先生原本就不同意这项工作,他一再讲:“已经发表了,不必结集出版了!何况其中不成熟部分乃至谬误之处还不少,这么出版,还可能害人呢!还有,我所写的诗词,对诗词行家里手而言,还是槛外人、门外汉之作呢!”大家做了很多工作,先生才勉强同意,但前提是事情一定要办得简单,出版后对大家、对工作要有好处,只出选集,选几分之一乃至十几分之一出版就足够了!为此,经过反复讨论,决定尊重先生的意愿,尽量将事情简化,并分为四个部分结集出版,分别是科技类文选、教育类文选、诗词及有关论文选,以及散文、序、信函文选。按照我们的计划,准备用四年左右的时间,即先生八十华诞前后出齐。

按此计划,2009年9月出版了《杨叔子槛外诗文选》,选编了改革开放30年间(1978年至2008年)诗词200首和有关的诗教论文7篇。2010年11月出版了《杨叔子教育杂论选》,选编了从1981年至2010年30年间有关教育教学的论文90篇。这本今年9月即将出版的《杨叔子科技论文选》,选编了从1979年至2012年间有关科技学术论文48篇,其中英文11篇。

先生1956年毕业于原华中工学院机械制造本科专业后,即留校任教,并从事科研工作。1956年至1957年约一年在哈尔滨工业大学进修;1964年至1965年整一年在上海机床厂结合劳动,对磨床磨削开展试验研究;1981年至1982年整一年在美国Wisconsin大学(Madison)师从美籍华人吴贤铭教授开展“时间序列分析及其在工程中应用”的研究。先生所教课程固然以机械制造专业课程为主,由于客观需要也教过高等数学、复变函数、变分法、材料力学、理论力学、机械设计、控制工程、时间序列分析等课程;而研究工作一直结合教学工作并瞄准国家需要与科技前沿来开展;开始主要从事有关机床本身的研究,特别从20世纪80年代以来,先生以高瞻远瞩的眼光与敏锐的思维,紧紧把握世界科技动态、机械制造发展

趋势与我国建设需要,努力引领潮流,立足于机械工程,结合控制论、信息论、系统论,开展机械工程特别是机械制造同新兴科技相结合的交叉领域的研究,诸如时间序列分析及其工程应用、信号处理、无损检测新技术、机电设备诊断、先进制造技术、智能制造与网络制造等,先生同他的团队以及研究生们一起,取得了一系列重要的科研成果,培养了一大批研究生。这些重要科研成果取得时,有的无愧于国际前沿水平,有的开拓了国内新的研究领域,有的解决了生产或工程中的重大难题,有的有力推进了有关方面的基础研究,不少对国内有关研究产生了重大影响,不少对教学内容的改革与提高作出了重要贡献并一直影响到现在。先生的学术造诣很高。先生所培养的并取得学位的博士早已超过百人。当然,也包括我们这些执笔写这个序言的、已经成为教授的弟子们。

这次为了选编《杨叔子科技论文选》,以史铁林同志为主,在研究生协助下,弟子们多方从网上下载了近千篇有先生署名的中外学术期刊上发表的学术论文,再加上以往没有电子版的学术论文,篇数过千。论文怎么选编?我们与先生一起,确定以下三条原则。

第一,“厚今薄古”。科技发展日新月异,以往有的论文或多或少甚至基本上无参考价值,对此类论文基本上不选。

第二,“学术认可”。在下载中,我们尽可能取得对本篇论文的学术评价,主要看其点击次数与引用次数,点击或引用次数不多的不选。

第三,“全面兼顾”。其一,论文领域较广,为了反映先生多方面的工作,论文不宜过分集中在一两个方面,如设备诊断类论文,未超过所选论文总数的 $1/4$ 。其二,论文也不宜集中在少数年份,而应反映先生学术经历特别是改革开放以来的学术经历。所以自1980年至今,大体上每年少则1篇,多则不超过4篇。其三,先生还强调,论文的作者尽可能全面地反映团队的成员,他们都作出了贡献,不要选编的结果遗漏了他们。当然,也绝不会“削足适履”。

此外,先生认为专业学术论文,专业性很强,不宜多选,有代表性即可。先生还认为,从1993年起,他担任行政职务,主要精力不在专业上,学术论文绝大部分

也不是他执笔的,也不宜过多选。从而我们只选取了 48 篇。

本文集有关论文的下载、打印、图与曲线的重新描绘以及校对等,都得到了研究生的帮助,诸如王珂、张嘉琪、蒋淑兰、饶和昌、张财胜等 40 多位同学,为本文集的出版作出了贡献,我们对他们的工作表示衷心的感谢!

我们还要感谢华中科技大学出版社真诚、积极、认真和热情的态度,在高质量出版了先生的两本文集后,这次又本着出好出快、让我们满意、让读者满意的态度,高质量地完成了这本科技论文选的编辑工作。我们向华中科技大学出版社以及为本文集出版工作付出辛勤劳动的各位同志致以最真诚的敬意!

经过近一年的工作,这本文集即将付梓了。我们都感到由衷的高兴。希望这本文集能对我们大家真正地有所触动,因为其中有我们所做的工作,有我们岁月的留痕,有我们心血的结晶,同时,也凝有我们同先生深厚的师生情谊;让我们多些思考、少些浮躁,时刻牢记我们都是老师了,牢记教书育人这一首要的职责和使命,爱我们的学生,敬我们的事业,在伟大的改革开放的新征程中,为我国的高等教育事业尽到自己应尽的义务,作出自己的贡献,为我国高等教育更加科学地更加“稳中求进”地发展、我国早日成为高等教育强国添砖加瓦。我们相信:这是先生对我们的最大要求和先生的最大心愿,也是和先生一起献给党的十八大的最好礼物。

华中科技大学教授

史铁林 吴波 吴昌林 李斌
赵英俊 易传云 康宜华 何岭松
李锡文 黄其柏 胡友民 管在林
刘世元 武新军 廖广兰 等

2012 年 9 月

(农历壬辰年)

编辑凡例

一、据不完全统计,从 1979 年至 2012 年间,中外学术期刊上公开发表的有杨叔子署名的学术论文多达 1000 余篇。编选者以厚古薄今、全面兼顾为原则选取了引用率较高的有代表性的科技类学术论文共计 48 篇构成《杨叔子科技论文选》。

二、本文集所收录的文章,涵盖了先进制造技术,机电设备诊断,机床刚度、振动、噪声、无损检测、时序分析、信号处理以及有关网络技术等内容。它们共同构成了一个思想整体,集中反映了合乎世界科技发展潮流的先进制造技术的发展与趋势。

三、本文集所收录的文章,各篇独立成文。由于其写作的时间不同,论述的重点有异,因此,不另行分类,以发表的时间顺序编排。

四、本文集所收录的文章大部分保留了历史原貌,即各篇文章内各级标题格式基本遵从公开发表时原学术期刊的体例。对少部分文章中少量文字与个别字句错漏之处作了删改。

五、本文集所收录的文章均经过作者本人审阅。华中科技大学机械学院史铁林教授负责文集的选编、整理工作。华中科技大学机械学院研究生王珂、张嘉琪、蒋淑兰等 40 多位同学做了论文的收集、初录及校稿工作。华中科技大学机械学院 *Frontiers of Mechanical Engineering* 编辑部陈惜曦同志提供了所有论文的复印件和扫描件。华中科技大学机械学院博士后何锐波同志对论文中的部分图与曲线做了重新描绘工作。

目录

- 三支承主轴部件静刚度的分析与讨论 /1
- δ 函数在机械制造中的应用 /19
- A Study of the Static Stiffness of Machine Tool Spindles /30
- 平稳时间序列的数学模型及其阶的确定的讨论 /57
- 时序建模与系统辨识 /64
- 金属切削过程颤振预兆的特性分析 /74
- 机械设备诊断学的探讨 /86
- 灰色预测和时序预测的探讨 /97
- Quantitative Wire Rope Inspection /106
- 钢丝绳断丝定量检测的原理与实现 /116
- 复杂系统诊断问题的研究 /126
- Plant Condition Recognition—A Time Series Model Approach /136
- Space-domain Feature-based Automated Quantitative Determination of Localized Faults in Wire Ropes /150
- 基于深知识的多故障两步诊断推理 /168
- 机床切削系统的强迫再生颤振与极限环 /176
- 机械设备诊断学的再探讨 /185
- 机械设备诊断策略的若干问题探讨 /194
- Forced Regenerative Chatter and its Control Strategies in Machine Tools /201
- 智能制造技术与智能制造系统的发展与研究 /212
- 两类小波函数的性质和作用 /220
- Intelligent Prediction and Control of a Leadscrew Grinding Process Using Neural Networks /233
- 大直径钢丝绳轴向励磁磁路的研究 /244
- 金属切削机床切削噪声的动力学研究 /250
- BP 网络的全局最优学习算法 /263
- 基于神经网络的结构动力模型修改和破损诊断研究 /268

A CORBA-based Agent-driven Design for Distributed Intelligent Manufacturing Systems	/275
内燃机气缸压力的振动信号倒谱识别方法	/295
A Novel Co-based Amorphous Magnetic Field Sensor	/302
基于高阶统计量的机械故障特征提取方法研究	/312
基于因特网的设备故障远程协作诊断技术	/318
磁性无损检测技术中磁信号测量技术	/323
分布式网络化制造系统构想	/332
网络化制造与企业集成	/342
磁性无损检测技术中的信号处理技术	/351
Intelligent Machine Tools in a Distributed Network Manufacturing Mode Environment	/362
AR 模型参数的 Bootstrap 方差估计	/387
虚拟制造系统分布式应用研究	/392
Wigner-Ville 时频分布研究及其在齿轮故障诊断中的应用	/400
先进制造技术及其发展趋势	/409
Feature Extraction and Classification of Gear Faults Using Principal Component Analysis	/420
制造系统分布式柔性可重组状态监测与诊断技术研究	/434
基于 Markov 模型的分布式监测系统可靠性研究	/444
再论先进制造技术及其发展趋势	/456
基于神经网络信息融合的铣刀磨损状态监测	/464
以人为本——树立制造业发展的新观念	/472
走向“制造-服务”一体化的和谐制造	/480
Kinematic-parameter Identification for Serial-robot Calibration Based on POE Formula	/491
高端制造装备关键技术的科学问题	/524
后记	/536
论文附录	/541

三支承主轴部件静刚度的分析与讨论*

杨叔子

在机床设计中,有时由于结构上的限制的需要,主轴部件采用三支承结构。从力学观点来看,在主轴部件静刚度上,三支承主轴部件有什么特点?有关参数如何选择才能使主轴部件静刚度为最大?这是本文所要研究的主要问题。文中所述的一些看法有待深入研究和值得进一步商榷。

本文是文献[1]的继续,文献[2]后部分的改写与补充,并对其中某些公式由校对上疏忽而造成的错误,作了更正。

一、一般原理与计算公式

本文采用《结构力学》中“影响系数”的概念,来研究主轴部件的静刚度问题。所谓“影响系数”是指在弹性杆系 K 处作用一单位载荷时在 i 处引起的位移值。此值成为 k 处对 i 处的影响系数。当载荷为力,位移分别为线位移与角位移(转角)时,影响系数相应地记为 α_{ik} 与 β_{ik} ;当载荷为力偶矩,位移分别为线位移与角位移时,则相应地记为 γ_{ik} 与 δ_{ik} 。

影响系数的重要特性是 $\alpha_{ik} = \alpha_{ki}$, $\beta_{ik} = \gamma_{ik}$ (或 $\beta_{ki} = \gamma_{ik}$), $\delta_{ik} = \delta_{ki}$, 这就是位移(影响系数)互等原理。

如同文献[1]、[2]所指出,要全面衡量主轴部件的静刚度,必须综合地考虑切削力与传动力的作用,即必须考虑到引起主轴轴端位移的力,这个力不仅有切削力引起的作用在轴端的力 P ,而且还有切削力引起的作用在轴端的力偶矩 M ,由切削力引起的作用在主轴某一部位的传动力 Q 。在三支承主轴部件中,它们引起

* 赵星、王治藩、彭茂竞、吴雅、吴凤鸣、黄荔、周泽耀参加了本文举例计算与有关部分的讨论。

的轴端位移分别为

$$y_{s,3}^P = P\alpha_{s,3} \quad (1)$$

$$y_{s,3}^M = M\gamma_{s,3} \quad (2)$$

$$y_{s,3}^Q = Q\alpha_{Q,3} \quad (3)$$

式中,注脚“s”表示主轴轴端,“3”表示三支承主轴部件的有关参数;而注脚后不加“3”的,则表示两支承主轴部件有关参数。正如文献[1]、[2]指出那样,一般不能选择这么一种主轴部件结构与参数,使轴端位移的矢量和 $y_{s,3} = y_{s,3}^P + y_{s,3}^M + y_{s,3}^Q$ 为最小,但可力求 $\alpha_{s,3}$ 、 $\gamma_{s,3}$ 、 $\alpha_{Q,3}$ 尽可能小,力求 $y_{s,3}^P$ 、 $y_{s,3}^M$ 、 $y_{s,3}^Q$ 在对加工精度具有决定性影响的敏感方向上相互抵消一部分。

今求 $\alpha_{s,3}$ 、 $\gamma_{s,3}$ 、 $\alpha_{Q,3}$ 的一般算式。

如图 1 所示,设第 i 个支承的刚度为 C_i ,在 P 作用下,其弹性变形为 δ_i ,其支反力为 R_i 。如规定 $P\alpha_{is}$ 朝某一方向为正, $R_i\alpha_{ii}$ 朝同它相反的方向为正,则对主轴而言,在第 i 支承处的位移显然有下列关系式:

$$P\alpha_{is} - R_i\alpha_{ii} = \delta_i \quad (4)$$

$$R_i = C_i\delta_i \quad (5)$$

联解上列两式,得

$$R_i = \frac{\alpha_{is}}{\frac{1}{C_i} + \alpha_{ii}} \cdot P \quad (6)$$

显然, α_{ii} 必定是正值。如 P 为正时,若求得的 R_i 为负,则 R_i 与 P 相同;反之亦然。

如图 1 所示,当以 R_i 代替第 i 支承(图中以 R_2 代替中间支承 2),则三支承结构转化为两支承结构,其上作用力 P 与 R_i 正反向规定同上,故

$$y_{s,3}^P = P\alpha_{ss} - R_i\alpha_{si} \quad (7)$$

将式(6)代入上式,得

$$y_{s,3}^P = P \left[\alpha_{ss} - \frac{\alpha_{is}}{\frac{1}{C_i} + \alpha_{ii}} \cdot \alpha_{si} \right] \quad (8)$$

因 $\alpha_{is} = \alpha_{si}$,并记 $1/C_i + \alpha_{ii}$ 为 α_{ii}^d ,称当量影响系数,则有

$$y_{s,3}^P = P(\alpha_{ss} - \alpha_{is}^2/\alpha_{ii}^d) \quad (9)$$

$$\alpha_{s,3} = \alpha_{ss} - \alpha_{is}^2/\alpha_{ii}^d \quad (10)$$

上列公式中,各影响系数的具体算式如下:

$$\alpha_{s,3} = \alpha_{s1} = \frac{l(l+a)}{C_2(l-l_1)^2} + \frac{l_1(l_1+a)}{C_3(l-l_1)^2} + \frac{l_1(2ll_1+2la-l_1a)}{6EI} \quad (a)$$

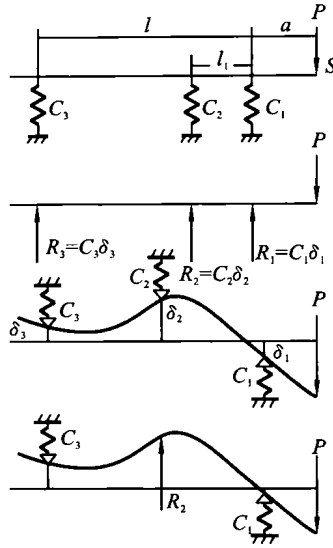


图 1

$$\alpha_{2s} = \alpha_{s2} = \frac{(l+a)(l-l_1)}{C_1 l^2} - \frac{l_1 a}{C_3 l^2} - \frac{l_1 a(l-l_1)(2l-l_1)}{6EI} \quad (b)$$

$$\alpha_{3s} = \alpha_{s3} = -\frac{(l_1+a)(l-l_1)}{C_1 l_1^2} - \frac{la}{C_2 l_1^2} + \frac{l_1 a(l-l_1)}{6EI} \quad (c)$$

$$\alpha_{11} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \left(\frac{l}{l-l_1}\right)^2 + \frac{1}{C_3} \left(\frac{l_1}{l-l_1}\right)^2 + \frac{l l_1^2}{3EI} \quad (d)$$

$$\alpha_{22} = \frac{1}{C_1} \left(\frac{l-l_1}{l}\right)^2 + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \left(\frac{l_1}{l}\right)^2 + \frac{l_1^2 (l-l_1)^2}{3EI} \quad (e)$$

$$\alpha_{33} = \frac{1}{C_1} \left(\frac{l-l_1}{l}\right)^2 + \frac{1}{C_2} \left(\frac{l}{l_1}\right)^2 + \frac{1}{C_3} + \frac{l(l-l_1)^2}{3EI} \quad (f)$$

上式中, E 为材料的弹性模量, 钢的 E 为 2.1×10^5 牛顿/毫米²; I 为主轴在支承间的平均断面惯性矩, 对实心主轴 $I = \frac{\pi}{64} D^4$; D 为支承间主轴平均直径; l, l_1, a 如图 1 所示。

要注意的是 α_{ss} , 在应用式(7)~式(10)时, α_{ss} 是指去掉第 i 个支承后的两支承主轴部件的轴端影响系数。

去掉第 1 支承后, 有

$$\alpha_{ss} = \frac{(l_1+a)^3}{3EI_{l_1+a}} + \frac{(l-l_1)(l_1+a)^2}{3EI_{l-l_1}} + \frac{1}{C_2} \left(1 + \frac{l_1+a}{l-l_1}\right)^2 + \frac{1}{C_3} \left(\frac{l_1+a}{l-l_1}\right)^2 \quad (g)$$

去掉第 2 支承后, 有

$$\alpha_{ss} = \frac{a^3}{3EI_a} + \frac{la^2}{3EI} + \frac{1}{C_1} \left(1 + \frac{a}{l}\right)^2 + \frac{1}{C_3} \left(\frac{a}{l}\right)^2 \quad (\text{h})$$

去掉第 3 支承后,有

$$\alpha_s = \frac{a^3}{3EI_a} + \frac{l_1 a^2}{3EI_{l_1}} + \frac{1}{C_1} \left(1 + \frac{a}{l_1}\right)^2 + \frac{1}{C_2} \left(\frac{a}{l_1}\right)^2 \quad (\text{i})$$

式中, I 的角标表示 I 是主轴该部分的平均断面惯性矩。由位移互等原理可推论或由式(10)可知, R_i 引起的轴端位移 $R_i \alpha_{si}$ 必与 P 引起的轴端位移 $P \alpha_{ss}$ 反向, 即式(7)~(10)中前后两项必均为正值, 故两项相减, $\alpha_{ss \cdot 3} < \alpha_{ss}$, 主轴部件刚度得到提高。只有在 $\alpha_{is} = 0$ 时, $\alpha_{ss \cdot 3} = \alpha_{ss}$ 。 $\alpha_{is} = 0$ 是指在 P 作用下(如图 2 所示), 主轴不发生位移处(即所谓“节点” j)的影响系数。根据位移互等原理, 在节点 j 处作用外力, 则外力引起的轴端位移也为零, $\alpha_{si} = \alpha_{is} = 0$ 。所以, 在节点处装上第三支承, 必不起加强但也决不会起减弱主轴部件静刚度的作用。

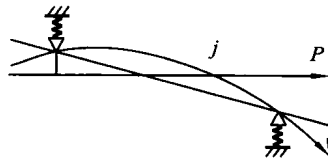


图 2

同理, 可得出在 M 作用下的计算公式:

$$R_i = \frac{\gamma_{is}}{\frac{1}{C_i} + \alpha_{ii}} \cdot M \quad (\text{11})$$

$$y_{s \cdot 3}^M = M \left(\gamma_{ss} - \frac{\gamma_{is}}{\alpha_{ii}} \cdot \alpha_{si} \right) \quad (\text{12})$$

$$\gamma_{ss \cdot 3} = \gamma_{ss} - \frac{\gamma_{is}}{\alpha_{ii}} \cdot \alpha_{si} \quad (\text{13})$$

从位移互等原理可推论, 式(12)、(13)中前后两项必均为正值, 故两项相减, $\gamma_{ss \cdot 3} < \gamma_{ss}$ 。只有在 $\gamma_{is} = 0$ 或 $\alpha_{si} = 0$ 时, $\gamma_{ss \cdot 3} = \gamma_{ss}$ 。但是, $\gamma_{is} = 0$ 时, 第三支承处无反力; $\alpha_{si} = 0$ 时, 第三支承处有反力, 不过此反力不引起轴端位移。

同理, 可得出在 Q 作用下的计算公式:

$$R_i = \frac{\alpha_{Qi}}{\frac{1}{C_i} + \alpha_{ii}} \cdot Q \quad (\text{14})$$

$$y_{s \cdot 3}^Q = Q \left(\alpha_{ss} - \frac{\alpha_{Qi}}{\alpha_{ii}} \cdot \alpha_{si} \right) \quad (\text{15})$$

$$\alpha_{i,Q \cdot 3} = \alpha_{i,Q} - \frac{\alpha_{i,Q}}{\alpha_{ii}^d} \cdot \alpha_{is} \quad (16)$$

由位移互等原理分析表明,除 Q 作用在悬伸部分外,式(15)、(16)中前后两项的符号不一定相同,故与 $\alpha_{i,Q}$ 比较, $\alpha_{i,Q \cdot 3}$ 可能增大,可能减小,可能相等,可能反号。显然,在 $\alpha_{i,Q} = 0$ 或 $\alpha_{is} = 0$ 时, $\alpha_{i,Q \cdot 3} = \alpha_{i,Q}$ 。但是, $\alpha_{i,Q} = 0$ 时,第三支承处无反力; $\alpha_{is} = 0$ 时,第三支承处有反力,不过此反力不引起轴端位移。

有关影响系数的具体算式可参考《材料力学》教材或文献[3]、[4]。

二、最佳参数的选择

根据式(6)、(9)、(10),并代入影响系数的具体算式(a)~(i),研究在 P 作用最佳参数的选择,可得下列结果。

1. 关于支承反力

α_{1s} 必定为正,且 $\alpha_{1s} > |\alpha_{2s}|$, $\alpha_{1s} > |\alpha_{3s}|$, 故 R_1 永远为正,即与 P 反向,并且最大,同时前支承对加强主轴部件静刚度作用最大。 R_2 、 R_3 可为正,可为负,可为零,当然不可能同时为正或为零。文献[11]理论计算与试验结果都证明了这点。

2. 关于支承刚度 C_i

C_i 越大, α_{ii}^d 也越小, $\alpha_{is \cdot 3}$ 也越小,若 C_i 全为 ∞ 时,即得刚性支承梁,则式(10)化为

$$\alpha_{is \cdot 3} = \frac{a^3}{3EI_a} + \frac{l_1 a^2}{3EI} \left(1 - \frac{l_1}{4l} \right) \quad (17)$$

再当 $l_1 \rightarrow 0$ 时,即得具有固定端悬臂梁的轴端影响系数 $a^3/(3EI_a)$,此即 $\alpha_{is \cdot 3}$ 不可能小过的极限值。理论分析表明, $a^3/(3EI_a)$ 也是 n 支承梁 $\alpha_{is \cdot n}$ 不可能小过的极限值。

分析式(9)、(b)及(e)可知,当中支承紧靠前支承($l_1 \rightarrow 0$)或后支承($l_1 \rightarrow l$)时,如果紧靠的两个支承中,有一个刚度很小,有一个刚度很大,同时另一支承的刚度也很大,那么,这个刚度小的支承的反力很小,即其作用很小。推而广之,同一支承中的两个轴承,刚度也不宜相差过大。

3. 关于悬伸长度 a 与主轴直径

同两支支承主轴部件一样,悬伸越短越好,直径越大越好。

4. 关于最佳支承距

从理论上讲,保证 $\alpha_{s,3}$ 极小值的 l 与 l_1 应从 $\partial\alpha_{s,3}/\partial l=0, \partial\alpha_{s,3}/\partial l_1=0$ 这一组方程联立解出,但这太烦琐了。当然可用电子计算机求解。但在一般情况下,取 $l=l_0$ 或 $l_1=l_0$ (l_0 为两支承主轴部件最佳支承距^[1,2])就可以了。因为分析式(10)可知,去掉第2支承代以 R_2 ,且取 $l=l_0$,或去掉第3支承代以 R_3 ,且取 $l_1=l_0$, $\alpha_{s,3}$ 均达极小值,但 α_2^2/α_3^2 除 $\alpha_{s,3}=0$ 外一般不会是极小值,因此,所得到的 $\alpha_{s,3}$ 仍是较小的。下面的举例计算也证明了这点,而且还表明了对待三支承结构应从两方面评价:

① 当前中支承距或前后支承距为 l_0 时,后支承或中支承对加强静刚度的作用是小的;

② 当 l 远大于 l_0 时,如果增加中支承,并使 $l_1=l_0$,那么中支承对加强静刚度的作用十分巨大。

这就是说,从静刚度观点看来,如果结构上没有什么限制,前后支承距可任选,可将 l 取为 l_0 ,那么,采用三支承结构的好处不大;如果结构上的原因使得 l 远大于 l_0 ,采用三支承结构并正确选定 l_1 ,就十分必要。

在选择 $l_1=l_0$ 后,在 P 的作用下,如无后支承,中支承以后的主轴尾部将与原轴线平行^[1,2];如 C_2 也很大时,这就意味着尾部偏离原轴线很小。根据位移互等原理,后支承位置可任意选择,其影响很小。

当选择 $l=l_0$ 后,显然,中支承不宜选在节点上,而宜于偏离节点并向前支承靠近。

通常采用三支承结构是由于 l 较大所致。因此,在给定 l 后,要想精确地确定 l_1 的大小,需在 $l_1=l_0$ 附近作出 α_2^2/α_3^2 的函数图像,求出与其极大值相应的 l_1 (详见后面算例及图3)。

当只有 M 作用时,显然应选 $l_1=l_0^M$ 或 $l=l_0^M$ (l_0^M 是 M 作用时两支承主轴部件的最佳支承距), $l_0^M < l_0$ ^{[1][2]}。

对作用在悬伸部分的 Q 而言,自然应选取 $l_1=l_0^Q$ 或 $l=l_0^Q$ (l_0^Q 是 Q 作用在悬伸部分时两支承主轴部件的最佳支承距), $l_0^Q > l_0$ ^{[1][2]}。

如果 P, M 及作用在悬伸部分的 Q 同时作用,则应综合考虑,以选择最佳支承距 l_i ;显然, $l_0^M < l_i < l_0^Q$ 。但一般仍可选 $l_i \approx l_0$ 。

应指出,文献[5]推荐取 $l-l_0=0.58l$,是错误的,但这数据至今还为一些文献所引用。尽管文献[5]讨论的是刚性支承的三支承梁的最佳支承距,但在推导此