初中數學 3

新探索

學生手冊

包括：

- 精簡的複習筆記
- 簡單例題及其解題步驟

香 港 教 育 圖 書 公 司

初中數學 3

新探索

學生手冊

香港教育圖書公司

初中數學新探索 3

學生手冊

編著者 洪劍婷　陳浩文　彭可兒　管俊傑　鄭樹堅　盧慧心
出版者 香港教育圖書公司
〔商務印書館（香港）有限公司全資附屬機構〕
香港筲箕灣耀興道 3 號東匯廣場 8 樓
電話：2565 1371
網址：http://www.hkep.com

印刷者 美雅印刷製本有限公司
九龍觀塘榮業街 6 號海濱工業大廈 4 字樓 B1

發行者 香港聯合書刊物流有限公司
新界大埔汀麗路 36 號中華商務印刷大廈 3 字樓
電話：2150 2100

2010 年初版
2011 年重印

ISBN 978-988-200-822-9

學校查詢 香港教育圖書公司市場部
電話：2887 8018
電郵：sales@hkep.com
網址：http://www.hkep.com

目錄

第九階段

第十階段

第十一階段

第十二階段

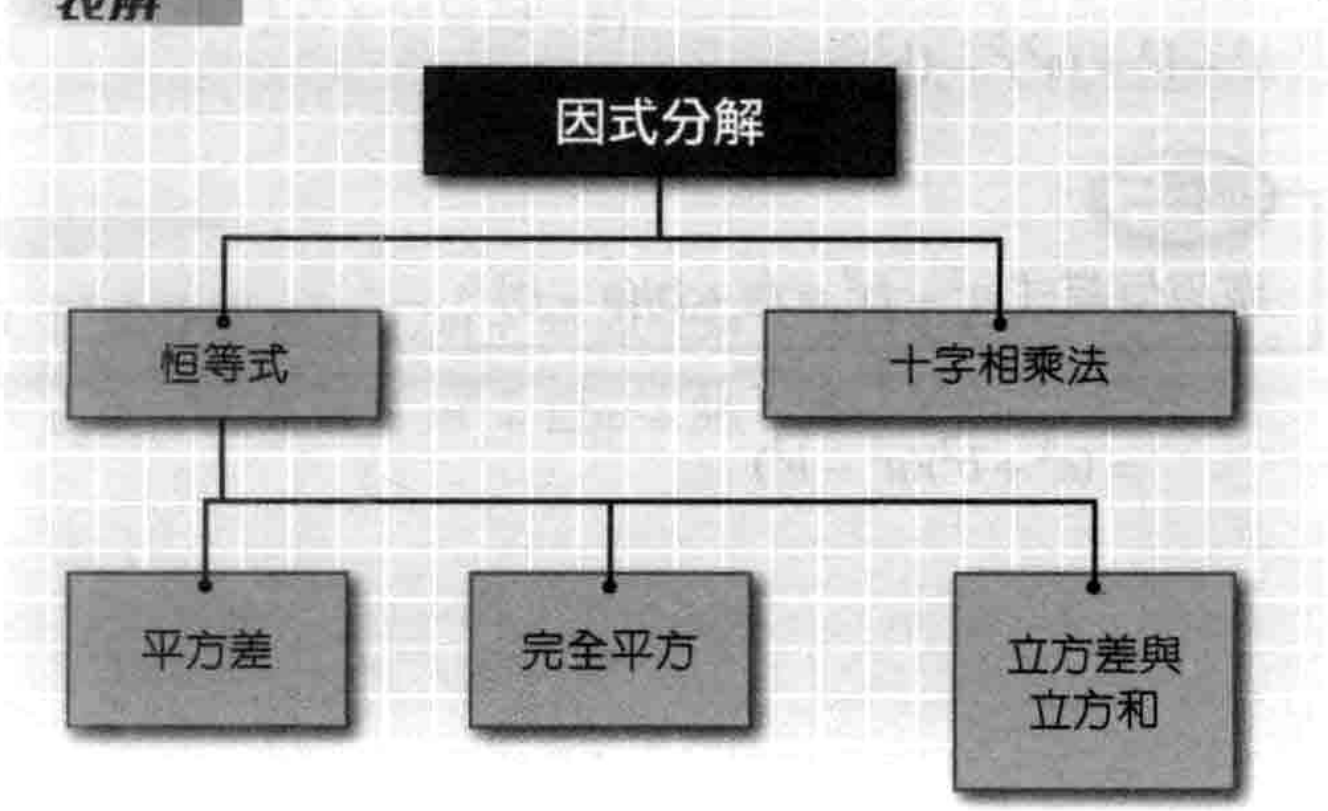
第 1 章

簡易多項式的因式分解

學習重點

- 利用恒等式，如平方差、完全平方、立方差與立方和分解因式
- 利用十字相乘法來分解因式

知識表解



A. 利用平方差作因式分解

（參閱 3A 冊第 1 章，頁 2 – 6。）

我們可利用以下的恒等式進行多項式的因式分解。

$$a^2 - b^2 \equiv (a + b)(a - b)$$

例 1

因式分解 $a^4 - b^4$。

解：

步驟一

把「a^4」及「b^4」分別寫成某些項的平方。

$a^4 - b^4 = (a^2)^2 - (b^2)^2$

步驟二

運用恒等式 $a^2 - b^2 \equiv (a + b)(a - b)$。

$= (a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$

步驟三

對第二組括號運用恒等式 $a^2 - b^2 \equiv (a + b)(a - b)$ 。

$$= \underline{\underline{(a^2 + b^2)(a + b)(a - b)}}$$

備註：

我們應該將多項式因式分解至最簡形式。

B. 利用完全平方作因式分解

（參閱 3A 冊第 1 章，頁 6 – 8。）

我們可利用以下的恒等式進行多項式的因式分解。

1. $a^2 + 2ab + b^2 \equiv (a + b)^2$
2. $a^2 - 2ab + b^2 \equiv (a - b)^2$

例 2

(a) 因式分解 $m^2 + 12m + 36$ 及 $25n^2 - 20n + 4$ 。

(b) 由此，因式分解 $m^2 + 12m + 36 - 25n^2 + 20n - 4$ 。

解：

(a)

步驟一

恒等式中，考慮 a = m 及 b = 6。

$$m^2 + 12m + 36 = m^2 + 2(m)(6) + 6^2$$

步驟二

運用恒等式 $a^2 + 2ab + b^2 \equiv (a + b)^2$。

$$= \underline{\underline{(m + 6^2)}}$$

步驟三

恒等式中，考慮 a = 5n 及 b = 2。

$$25n^2 - 20n + 4 = (5n)^2 - 2(5n)(2) + 2^2$$

步驟四

運用恒等式 $a^2 - 2ab + b^2 \equiv (a - b)^2$。

$$= \underline{\underline{(5n - 2)^2}}$$

(b)

步驟五

根據 **(a)** 的結果，將多項式中的項分成兩組。

$$m^2 + 12m + 36 - 25n^2 + 20n - 4$$
$$= (m^2 + 12m + 36) - (25n^2 - 20n + 4)$$

步驟六

利用 **(a)** 的結果及運用恒等式 $a^2 - b^2 \equiv (a + b)(a - b)$。

$$= (m + 6)^2 - (5n - 2)^2$$
$$= [(m + 6) + (5n - 2)][(m + 6) - (5n - 2)]$$

步驟七

化簡多項式。

$$= \underline{\underline{(m + 5n + 4)(m - 5n + 8)}}$$

C. 利用十字相乘法作因式分解

（參閱 3A 冊第 1 章，頁 8 – 14。）

我們可利用十字相乘法進行多項式 $ax^2 + bx + c$（或 $ax^2 + bxy + cy^2$）的因式分解。

步驟一：分別列出乘積為 a 及 c 的因子組合。

步驟二：利用十字相乘法，找出當中符合兩個因子的和（即 x 項或 xy 項的係數）的組合。

步驟三：寫出兩個因式的積作為答案。

例 3

(a) 因式分解 $21x - 6x^2 + 12$。

(b) 由此化簡 $\dfrac{21x - 6x^2 + 12}{4x^2 + 4x + 1}$。

解：

(a)

步驟一

提取公因子，使得 x^2 的係數為正數。

$$21x - 6x^2 + 12 = 3(7x - 2x^2 + 4)$$
$$= -3(2x^2 - 7x - 4)$$

注意

在因式分解時，若 x^2 的係數為正數，會比較容易處理。

備註：

進行多項式的因式分解時，如有需要，我們應先提取公因子。

步驟二

考慮括號中的多項式。列出 x^2 項係數和常數項的所有可能因子組合。

x^2 項的係數	常數項			
2	+2	−2	+1	−4
1	−2	+2	−4	+1

步驟三

利用十字相乘法逐一考慮，直至找到符合 x 項係數的因子組合。

$2x$	$+2$	-2	$+1$	-4
x	-2	$+2$	-4	$+1$
	$+2x-4x$ $=-2x$	$-2x+4x$ $=+2x$	$+x-8x$ $=-7x$	–

備註：

1. 我們不用考慮 x^2 的係數的負數因子。
2. 若 x^2 的係數有多個因子，我們在找出答案前應逐一考慮。
3. 找出正確因子組合的步驟（步驟二及步驟三）可以只在草稿紙上完成。

步驟四

寫出兩個因式的積作為答案。

$$21x - 6x^2 + 12 = \underline{\underline{-3(2x+1)(x-4)}}$$

(b)

步驟五

利用 **(a)** 的結果及運用恒等式 $a^2 + 2ab + b^2 \equiv (a+b)^2$ 。

$$\frac{21x - 6x^2 + 12}{4x^2 + 4x + 1} = \frac{-3(2x+1)(x-4)}{(2x+1)^2}$$

步驟六

化簡答案。

$$= \underline{\underline{\frac{-3(x-4)}{(2x+1)}}}$$

非基礎部分

D. 利用立方差與立方和作因式分解

（參閱 3A 冊第 1 章，頁 15 – 19。）

我們可利用以下的恒等式進行多項式的因式分解。

1. $a^3 + b^3 \equiv (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
2. $a^3 - b^3 \equiv (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

例 4

因式分解下列各式。

(a) $8c^3 + 27d^3$

(b) $24h^3 - 81k^3$

解：

(a)

步驟一

把「$8c^3$」及「$27d^3$」分別寫成某些項的立方。

$8c^3 + 27d^3 = (2c)^3 + (3d)^3$

步驟二

運用恒等式 $a^3 + b^3 \equiv (a + b)(a^2 - ab + b^2)$。

$$= \underline{\underline{(2c + 3d)(4c^2 - 6cd + 9d^2)}}$$

(b)

步驟三

提取公因子。

$$24h^3 - 81k^3 = 3(8h^3 - 27k^3)$$

步驟四

把「$24h^3$」及「$81k^3$」分別寫成某些項的立方，然後運用恒等式 $a^3 - b^3 \equiv (a - b)(a^2 + ab + b^2)$。

$$= 3[(2h)^3 - (3k)^3]$$
$$= \underline{\underline{3(2h - 3k)(4h^2 + 6hk + 9k^2)}}$$

備註：

在一般情況下，$a^3 + b^3 \neq (a + b)^3$ 及 $a^3 - b^3 \neq (a - b)^3$。

第2章 續百分法

學習重點

- ★ 運用百分法解答單利息、複利息、增長和折舊等問題
- ★ 運用百分法解答實用問題，包括連續增減、各種成分增減等
- ★ 應用百分法解答實際生活問題，包括稅及差餉等

知識表解