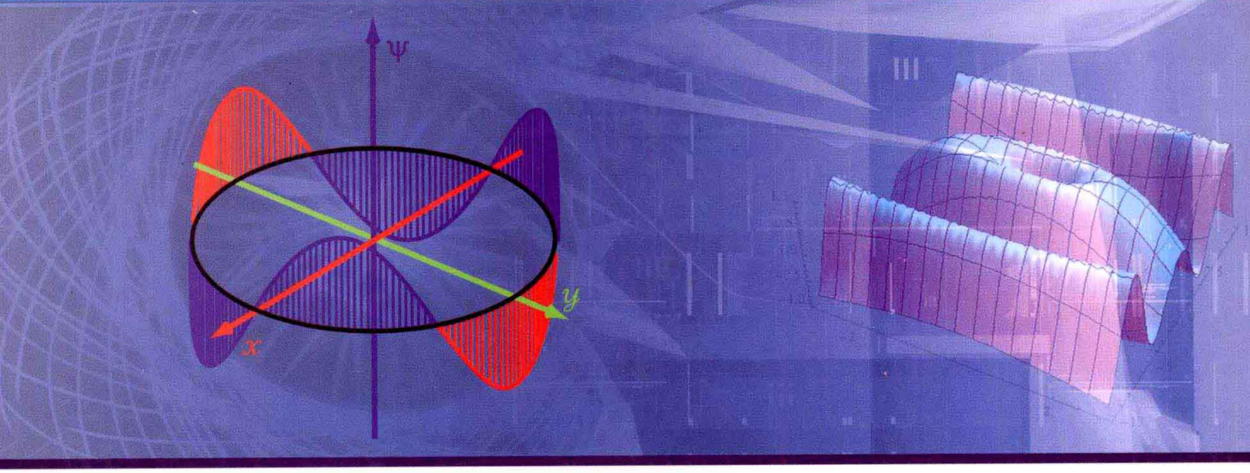

高等职业教育“十二五”规划教材

高等应用数学

（计算机、电子、通信类）

李伟平　要卫丽　廖　扬　主编

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

高等职业教育“十二五”规划教材

高等应用数学

（计算机、电子、通信类）

李伟平　要卫丽　廖　扬　主　编

李海银　张丽丽　陈　蒂　副主编

中国铁道出版社

CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

内 容 简 介

针对市场上高等数学教材内容偏多、偏理论，本书突出如下特色：①突出实用目的，充分考虑学生今后学习过程中的实际需求；②例题由浅入深，使学生学习起来轻松自然。本书出版前作为讲义试用过多次，教学效果良好。全书共分为13章，第1～5章主要介绍一元微积分的基本内容；第6～9章主要介绍线性代数内容；第10～13章主要介绍离散数学的基本理论和知识。每章均配有一定数量的习题、自测题，书末附有习题答案。

本书适合作为软件学院各专业、合作办学的教材，也可以作为二本、三本高校各专业教材。

图书在版编目（CIP）数据

高等应用数学：计算机、电子、通信类／李伟平，要卫丽，廖扬主编.
—北京：中国铁道出版社，2010.8
高等职业教育“十二五”规划教材
ISBN 978-7-113-11472-5

Ⅰ.①高… Ⅱ.①李…②要…③廖… Ⅲ.①应用数学—高等学校：技术学校—教材 Ⅳ.①029

中国版本图书馆CIP数据核字（2010）第159116号

书　　名： 高等应用数学（计算机、电子、通信类）
作　　者： 李伟平　要卫丽　廖　扬　主编

策划编辑： 李小军
责任编辑： 李小军　　**热线电话：** 400－668－0820
编辑助理： 何　佳
责任印制： 李　佳　　**封面制作：** 窦若仪

出版发行： 中国铁道出版社（北京市宣武区右安门西街8号　　邮政编码：100054）
印　　刷： 河北省遵化市胶印厂
版　　次： 2010年8月第1版　　2010年8月第1次印刷
开　　本： 787×960mm　1/16　　印张：20.25　　字数：407千
书　　号： ISBN 978-7-113-11472-5
定　　价： 32.00元

前 言

微积分历来是大学基础数学课程最重要的组成部分，学生必须熟练地掌握。

线性代数是一门应用十分广泛的数学学科，是本、专科各专业的一门重要的基础理论课程。线性代数为研究和处理涉及许多变元的线性问题提供了有力的数学依据，且线性代数在工程技术、管理科学、经济科学中都有广泛的应用。

离散数学是计算机科学与技术各专业的重要数学基础课之一。通过本部分学习，读者将得到离散数学思维方法的训练。

近年来各高校软件学院和合作办学招生规模的扩大，而市场上多数高等数学教材内容偏多，偏理论，编者为克服这些弊端而编写了本教材，讲义已经过多次教学实践检验，效果良好。本教材力图突出以下特色：

(1) 突出实用目的，充分考虑学生今后学习过程中的实际需求；

(2) 例题由浅入深，使学生学习起来轻松自然；

(3) 教学所需的素材、电子课件一应俱全。

全书共分微积分、线性代数、离散数学三篇。

本书由李伟平、要卫丽、廖扬任主编，李海银、张丽丽、陈蒂任副主编。全书由高丽萍编写第 1 章，廖扬编写第 2、5 章，张丽丽编写第 3、4 章，李伟平编写第 6、7 章，陈蒂编写第 8、9 章，要卫丽编写第 10、12 章，李海银编写第 11、13 章。河南财经政法大学数学与信息科学系肖会敏教授在本书编写过程中提出了许多宝贵的建议，中国铁道出版社对本书的顺利出版给予了大力和支持。在此，向他们深表谢意。

书中难免有一些疏漏和不足之处，恳请广大读者和同行专家批评指正。

编 者

2010 年 8 月

目　　录

上篇　微　积　分

中篇 线性代数

下篇 离散数学

上篇 微 积 分

第 1 章

函数的极限与连续

微积分的研究对象是变量，函数是变量之间的一种依赖关系，极限方法是研究变量的一种基本方法，连续是变量变化的一种常见形式. 本章将介绍这些基本概念，为高等数学的学习打下坚实的基础.

§1.1 函 数

1.1.1 常量与变量

在实际问题中，我们常遇到各种各样的量，如长度、重量、时间、距离等. 这些量一般可分为两种，一种在我们考察的过程中没有变化，即保持同一数值，这种量叫做**常量**；另一种在考察过程中有所变化，即可以取不同的数值，这种量叫做**变量**. 常量一般用字母 a、b、c 等表示，变量一般用 x、y、z 等表示.

常量与变量并不是绝对的，一种量在某一过程或在某一环境中是常量，而在另一过程中或在另一环境中可能就是变量. 常量也可看成是变量仅取一个值时的特例.

1.1.2 映射

集合是数学中的一个基本概念，不同的集合中有不同的元素. 而两个集合之间往往有某种联系.

【例 1】 某地所有机动车辆构成的集合 A 与其车牌号码构成的集合 B 之间有对应关系：每一辆车都有一个车牌号码，不同的车牌号码表示不同的车辆.

【例 2】 某班级有 50 名学生，他们构成集合 A，某次测验后各自都有自己的成绩，若定义集合 B 为一个闭区间$[0,100]$，那么集合 A 与 B 之间也有对应关系：每个学生都有自己的成绩.

这种对应关系在数学上我们称之为**映射**.

定义 1 设 X,Y 为两个集合,如果对 X 中的每一个元素 x,按照某种规则 f,集合 Y 中都有唯一确定的元素 y 与之对应,则称这种规则 f 为从 X 到 Y 的一个**映射**.

称与 x 对应的 y 为 x 的**像**,x 称为 y 的**原像**. 由定义可知,X 中的每一个元素有且只有一个像,但 Y 中的某一个元素 y,可能有原像,也可能没有原像,原像也不一定唯一.

如果对 Y 中的每一个元素 y,至少有一个原像,则称这种映射为**满射**. 如果对 X 中的任意两个不同元素 x_1,x_2,其像 y_1,y_2 也不相同,即有原像的元素 y 其原像唯一,则称这种映射为**单射**. 如果一个映射既为满射又为单射,则称这种映射为**一一对应**.

例 1 中 A 与 B 的对应关系可建立 A 到 B 的一个映射,而且这个映射是一一对应的.

例 2 中 A 与 B 的对应关系也可建立 A 到 B 的一个映射,但这个映射不是满射,也不一定是单射.

将一般集合转化为数集来考虑后,数集之间的关系就显得更为重要. 数集之间的关系实际上就是变量之间的关系,从数集到数集的映射就是函数.

1.1.3 函数的概念

我们经常会遇到彼此之间有依赖关系的变量,如圆的面积 y 与它的半径 r 之间有关系 $y=\pi r^2$.

下面给出两个变量之间的函数关系的严格定义.

定义 2 设 D 是一个非空的实数集合,有两个变量 x 和 y,如果对每个数 $x\in D$,变量 y 按照某种确定的法则 f 有唯一确定的实数值与之对应,则称 y 是 x 的**函数**,称法则 f 为定义在 D 上的一个**函数关系**,记作 $y=f(x)$, $x\in D$,x 叫做**自变量**,y 叫做**因变量**,数集 D 称为这个函数的**定义域**.

对于 D 中的某一个值 x_0,因变量相应的值记为 y_0,即 $y_0=f(x_0)$,称 y_0 为函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 时的**函数值**,全体函数值的集合称为这个函数的**值域**.

由定义可以看出,函数是从定义域到值域的一个满射.

函数符号也常用 g,φ,F 等. 如 $y=\varphi(x)$,$y=F(x)$.

在实际问题中,函数的定义域是根据实际意义确定的. 如圆面积 $y=\pi r^2$ 中,半径 r 为自变量,其取值范围即函数定义域为 $D=(0,+\infty)$.

在不考虑函数实际意义的情况下,定义域指的是能使数学式子有意义的一切实数值的集合. 如函数$=\sqrt{1-x^2}$的定义域为 $D=\{x\,|-1\leqslant x\leqslant 1\}$.

在函数定义中,强调对每一个 $x\in D$ 有唯一确定的 y 与之对应. 若不强调这点,仅要求有确定的 y 与之对应,则可能对某一 $x_0\in D$,有两个甚至两个以上的函数值. 在某些场合下,也把**这种对应关系叫做函数**. 此时,为区别起见,分别称之为**单值函数**和**多值函数**. 本书中,若无特别说明,函数都是指单值函数.

1.1.4　函数的表示法

1. 解析法(公式法)

自变量 x 和因变量 y 之间的函数关系直接用公式表示出来,如 $y=\sin x$.

有时函数关系用两个或两个以上的数学式子分段表示,这种函数称为**分段函数**.

【例 3】　$y=f(x)=\begin{cases}2\sqrt{x} & \text{当 } 0\leqslant x<1\\ 1-x & \text{当 } x\geqslant 1\end{cases}$,求 $f\left(\frac{1}{2}\right)$,$f(1)$,$f(2)$.

解　$f\left(\frac{1}{2}\right)=2\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$,$f(1)=1-1=0$,$f(2)=1-2=-1$.

【例 4】　$y=|x|=\begin{cases}x & \text{当 } x\geqslant 0\\ -x & \text{当 } x<0\end{cases}$

这类函数称为**绝对值函数**.

【例 5】　$y=[x]$,这一函数称为**取整函数**,它表示不超过 x 的最大整数,如 $[3.5]=3$,$[-3.5]=-4$.

还有一个特殊的函数,称为**最值函数**.

【例 6】　$y=\min\limits_{x\in D}\{x\}$ 表示取所有 x 中的最小者,即 x 的最小值.

$y=\max\limits_{x\in D}\{x\}$ 表示取所有 x 中的最大者,即 x 的最大值.

2. 列表法

将一系列自变量的值与对应的函数值列成表格,如某商店在一年内各月的销售额(单位:万元)如下:

月份 (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
销售额 (y)	825	740	521	495	625	531	435	462	508	675	585	760

它表示销售额 y 随着月份 t 的变化而改变的函数关系,可以看出,春节前后(12 月、1 月和 2 月)及 5 月和 10 月为旺季,其他月份为淡季.

3. 图示法

把自变量 x 和函数 y 分别作为坐标平面上点的横坐标和纵坐标,这些平面上的点 (x,y) 所描出的平面曲线(有的函数描出一些散点)就表示了 y 与 x 的函数关系.如某气站利用自动记录仪测出该地一昼夜气温的变化情况,如图 1-1.此图表示气温 T 随时间 t 变化的函数关系:$T=f(t)$.

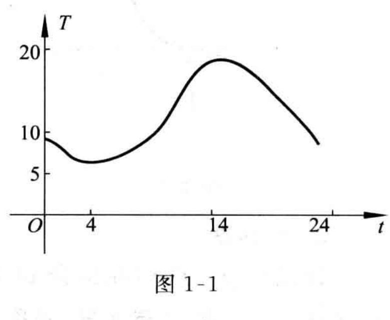

图 1-1

为了更直观地描述函数关系,通常对由解析法表示的函数,用图示法画出其图形,如本节例 3～例 5 的图形分别为图 1-2～图 1-4.

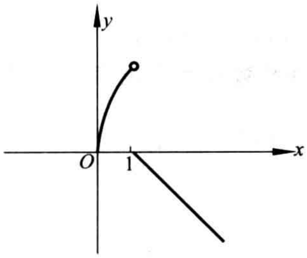

图 1-2

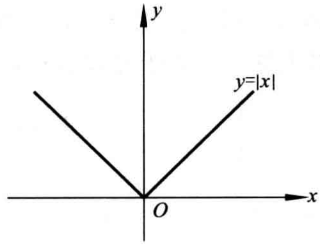

图 1-3

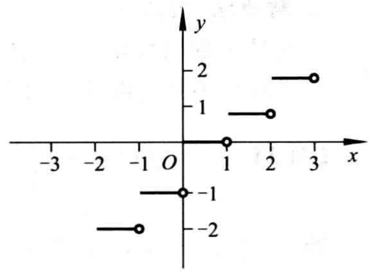

图 1-4

1.1.5 函数的几何特性

1. 单调性

设函数 $y=f(x)$在集合 D 上有定义,对任意的 $x_1,x_2\in D$,当 $x_1<x_2$时,若都有$f(x_1)<f(x_2)$,则称 $f(x)$在 D 上**单调增加**;而若都有 $f(x_1)>f(x_2)$,则称 $f(x)$在 D 上**单调减少**. 在定义域集合 D 上具有单调性的函数,称为**单调函数**. 如 $y=x^3$ 在定义域$(-\infty,+\infty)$内单调增加(如图 1-5),$y=1-x$ 在定义域$(-\infty,+\infty)$内单调减少(如图 1-6),所以这两个函数是单调函数.

函数的单调性意味着随着自变量的增加,函数值增大或减小,从图形上看,曲线 $y=f(x)$是上升的或下降的.

有时函数在定义域的不同区间具有不同的单调性. 如 $y=x^2$(如图 1-7),在定义域$(-\infty,+\infty)$内不具有单调性,即 $y=x^2$ 不是单调函数 . 但在$(0,+\infty)$内单调增加,在$(-\infty,0)$内单调减少 . 我们把$(-\infty,0)$和$(0,+\infty)$叫做 $y=x^2$的两个**单调区间**.

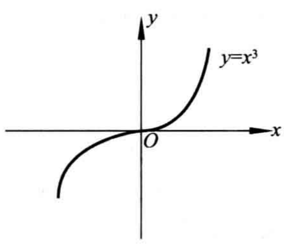

图 1-5

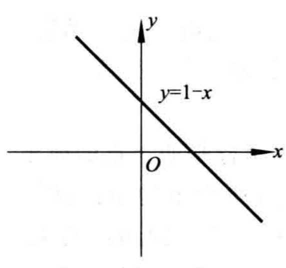

图 1-6

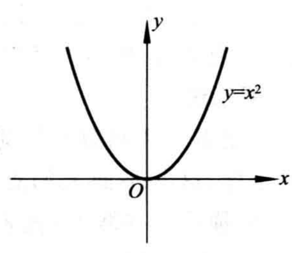

图 1-7

2. 有界性

设函数 $y=f(x)$在集合 D 上有定义,如果存在实数 k_1,对任意的 $x\in D$,都有 $f(x)\leqslant k_1$,则称 $f(x)$在 D **有上界**,并称 k_1为 $f(x)$在 D 上的一个**上界**;如果存在实数 k_2,对任意的

$x \in D$，都有 $f(x) \geqslant k_2$，则称 $f(x)$ 在 D 上**有下界**，并称 k_2 为 $f(x)$ 在 D 上的一个**下界**. 如果存在正数 M，对任意 $x \in D$，都有 $|f(x)| \leqslant M$，则称函数 $f(x)$ 在 D 上**有界**，如果这样的 M 不存在，则称 $f(x)$ 在 D 上**无界**. 在定义域集合 D 上有界的函数称为**有界函数**. 如 $y = \sin x$ 对于 $x \in (-\infty, +\infty)$，有 $|\sin x| \leqslant 1$，故 $y = \sin x$ 是有界函数.

显然有界函数一定有上界又有下界，而有上界又有下界的函数一定是有界的. 上界和下界只要存在就有无穷多个.

有的函数只有下界而无上界，有的函数只有上界而无下界，这样的函数是无界函数，如 $y = e^x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内无界，但它有下界 0；$y = 1 - x^2$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内无界，但它有上界 1.

有的函数在定义域内无界（即本身是无界函数），但可以在定义域内的某个区间上有界，如 $y = \dfrac{1}{x}$ 在定义域 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 内无界，但在 $(1, +\infty)$ 内有界，在 $(-\infty, -1)$ 内也有界，这样的有界区间可以有无穷多个.

函数的有界性意味着函数值在某一范围之内，从图形上看，有界函数 $y = f(x)$ 在 D 内的图形夹在两条直线 $y = M$ 和 $y = -M$ 之间（如图 1-8）.

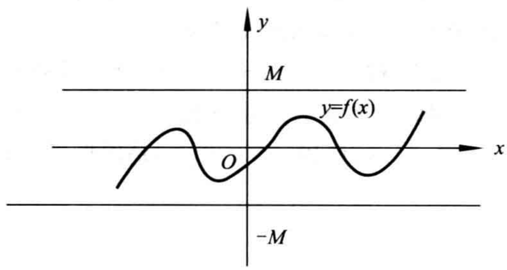

图 1-8

3. 奇偶性

设函数 $y = f(x)$ 在关于原点对称的集合 D 上有定义，如果对任意的 $x \in D$，都有 $f(-x) = -f(x)$ 成立，则称 $f(x)$ 为 D 上的**奇函数**；如果对任意的 $x \in D$，都有 $f(-x) = f(x)$，则 $f(x)$ 为 D 上的**偶函数**. 如 $y = x^3$ 是奇函数，$y = x^2$ 是偶函数.

从图形上看，奇函数 $y = f(x)$ 的曲线关于坐标原点对称，偶函数 $y = f(x)$ 的曲线关于 y 轴对称.

【例 7】 判断下列函数的奇偶性.

(1) $y = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$；　(2) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$；　(3) $y = \dfrac{\sin x}{x} + x$.

解 (1)因为 $D = (-\infty, +\infty)$，且 $f(-x) = \dfrac{e^{-x} + e^x}{2} = f(x)$，

所以 $y = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ 是偶函数.

(2) 因为 $D = (-\infty, +\infty)$，且

$$
\begin{aligned}
f(-x) &= \ln(-x + \sqrt{(-x)^2 + 1}) \\
&= \ln(-x + \sqrt{x^2 + 1}) = \ln \frac{(-x + \sqrt{x^2 + 1})(x + \sqrt{x^2 + 1})}{x + \sqrt{x^2 + 1}} \\
&= \ln \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = -\ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) = -f(x),
\end{aligned}
$$

所以 $y=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$ 是奇函数.

(3) 因为 $f(-x)=\dfrac{\sin(-x)}{-x}+(-x)=\dfrac{\sin x}{x}-x\neq f(x)$,而且 $f(-x)\neq -f(x)$,所以 $y=\dfrac{\sin x}{x}+x$ 是非奇非偶函数.

4. 周期性

设函数 $y=f(x)$的定义域为 D,如果存在一个正数 T,使对任意的 $x\in D$(同时要求 $x+T\in D$),都有 $f(x)=f(x+T)$,则称 $f(x)$为**周期函数**,称满足上式的最小正数 T 为 $f(x)$的**周期**,如 $y=\sin x$ 为周期函数,周期为 2π.

周期函数在区间$[x,x+T]$上的图形与在区间$[x+kT,x+(k+1)T]$(k 为整数)上的图形是相同的,如图 1-9 所示.

【例 8】 $y=x-[x]$ 是周期函数吗?画出它的图形.

解 因为对任意正整数 n,有 $f(n+x)=(n+x)-[n+x]=n+x-(n+[x])=x-[x]=f(x)$,所以 $y=x-[x]$是周期 $T=1$ 的周期函数,如图 1-10 所示.

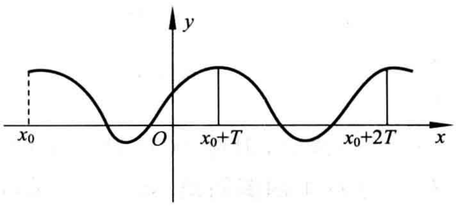

图 1-9

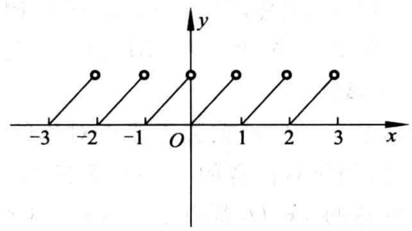

图 1-10

【例 9】 $y=A\sin(Bx+C)$的周期是 $\dfrac{2\pi}{|B|}$ $(B\neq 0)$.

1.1.6 反函数、复合函数和隐函数

1. 反函数

设函数 $y=f(x)$的定义域为 D,值域为 W,如果对 W 中的每一个数 y,在 D 中都有唯一确定的 x 与之对应,且满足 $y=f(x)$,则 x 与 y 之间有一个函数关系,记作 $x=f^{-1}(y)$,称之为函数 $y=f(x)$的**反函数**. 显然 $y=f(x)$与 $x=f^{-1}(y)$互为反函数.

函数 $x=f^{-1}(y)$的定义域为 $y=f(x)$的值域 W,$x=f^{-1}(y)$的值域为 $y=f(x)$的定义域 D.

因为习惯上用 x 表示自变量,用 y 表示因变量,所以我们把函数 $x=f^{-1}(y)$中的 x 改为 y,y 改为 x,得到函数 $y=f^{-1}(x)$,则称 $y=f^{-1}(x)$与 $y=(x)$互为反函数. 如 $y=2x$ 的反函数为 $x=\dfrac{y}{2}$,改写后成为 $y=\dfrac{x}{2}$,称 $y=2x$ 与 $y=\dfrac{x}{2}$ 互为反函数.

从图形上看，$y=f(x)$与 $y=f^{-1}(x)$关于直线 $y=x$ 对称，如图 1-11 所示．

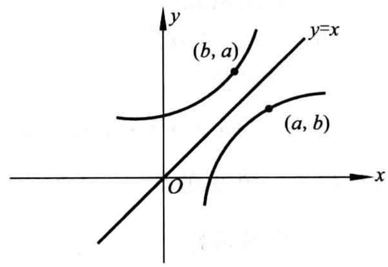

图 1-11

由于本章定义的函数是单值函数，所以一个函数有反函数的充分必要条件是 x 与 y 有一一对应的关系．

单调函数 $y=f(x)$中，x 与 y 是一一对应的，因此单调函数一定有反函数，且单调性一致.

有些函数本身无反函数，如 $y=x^2$，但在$(0,+\infty)$内，$x=\sqrt{y}$，即 $y=\sqrt{x}$ 可认为是 $y=x^2$ 在$(0,+\infty)$内的反函数，同样，$y=-\sqrt{x}$ 可认为是 $y=x^2$ 在$(-\infty,0)$内的反函数．

2. 复合函数

设函数 $y=f(u)$的定义域为 D_1，值域为 W_1，函数 $u=\varphi(x)$的定义域为 D_2，值域为 W_2，$W_2\cap D_1\neq\varnothing$，（如图 1-12）$D\subset D_2$. 若对任一 $x\in D$，通过函数 $u=\varphi(x)$，所对应的 $u\in W_2\cap D_1\subset D_1$，必有一个确定的 y 通过 $y=f(u)$而确定，则 x 与 y 之间有一个函数关系，称之为由 $y=f(u)$和 $u=\varphi(x)$复合而成的**复合函数**，记作 $y=f(\varphi(x))$，称 u 为**中间变量**．

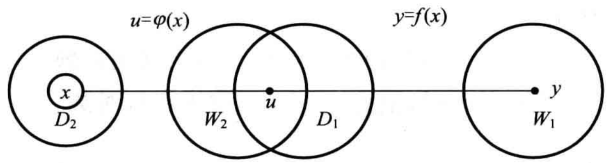

图 1-12

显然复合函数 $y=f[\varphi(x)]$的定义域 $D\subset D_2$，值域 $W\subset W_1$.

如 $y=\ln(1+x)$是由 $y=\ln u$，$u=1+x$ 复合而成的，定义域 $D=(-1,+\infty)$，值域 $W=(-\infty,+\infty)$. 不是任意两个函数都能构成复合函数．

复合函数也可以由两个以上的函数构成，如 $y=\sqrt{\cos\frac{x}{2}}$ 由 $y=\sqrt{u}$，$u=\cos v$，$v=\frac{x}{2}$ 三个函数复合而成，其中 u，v 都是中间变量．

3. 隐函数

函数通常由式子 $y=f(x)$表示，这样的函数也称为**显函数**，有时函数关系由一个方程来表示，如 $x+y^3-1=0$，实际上它可以表示为 $y=\sqrt[3]{1-x}$. 当函数关系用方程表示时，我们称它为**隐函数**．

并不是所有的隐函数都能改写成显函数的形式，如 $\frac{y}{x}=\ln y$．

1.1.7 初等函数

以下六类函数称为基本初等函数．

1. 常量函数

$y=C$,定义域为$(-\infty,+\infty)$

2. 幂函数

$y=x^{\alpha}\ (\alpha\neq 0)$,定义域随 α 而定,但在$(0,+\infty)$内总有定义,且图形必经过$(1,1)$点.常见的如 $y=x^2$,$y=x^3$,$y=\dfrac{1}{x}$(如图 1-13).

3. 指数函数

$y=a^x\ (a>0,a\neq 1)$,定义域为$(-\infty,+\infty)$,对任意 x,$a^x>0$,图形必经过$(0,1)$点.

$y=a^x$ 与 $y=\left(\dfrac{1}{a}\right)^x$ 的图形关于 y 轴对称.如图 1-14 所示.

常见的如 $y=\mathrm{e}^x$,其中 e 是无理数,$\mathrm{e}\approx 2.718\ 28$.

4. 对数函数

$y=\log_a x\ (a>0,a\neq 1)$.

对数函数是指数函数的反函数,其定义域为$(0,+\infty)$,图形必经过$(1,0)$点,如图 1-15 所示.

当 $a=10$ 时,记为 $y=\lg x$,称为**常用对数**.

当 $a=\mathrm{e}$ 时,记为 $y=\ln x$,称为**自然对数**.

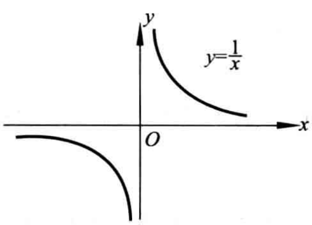

图 1-13

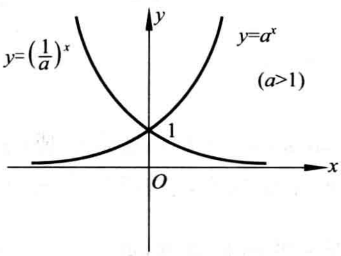

图 1-14

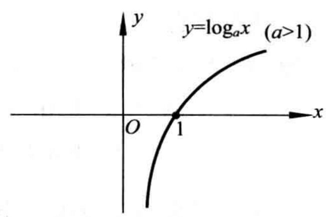

图 1-15

5. 三角函数

$y=\sin x$,$y=\cos x$,$y=\tan x$,$y=\cot x$,$y=\sec x$,$y=\csc x$ 共六个三角函数,分别称为**正弦**、**余弦**、**正切**、**余切**、**正割**、**余割函数**,它们的情况在初等数学中已有详尽的叙述,这里不再重复.

6. 反三角函数

反三角函数是三角函数的反函数,常用的有四个反三角函数.

(1)反正弦函数　正弦函数 $y=\sin x$ 的定义域为$(-\infty,+\infty)$,值域为$[-1,1]$.由于 x 与 y 不是一一对应的,若规定 $y=\mathrm{Arcsin}\ x$ 是 $y=\sin x$ 的反函数,则 $y=\mathrm{Arcsin}\ x$ 是多值函数.因此我们选取单调的一段,称为 $y=\mathrm{Arcsin}\ x$ 的单值支(或主值),记为 $y=\arcsin x$,这